

# 大気大循環モデルによる傾圧不安定の数値計算

丸山 響

神戸大学 理学部 惑星学科  
流体地球物理学教育研究分野

2021/02/12

## 要旨

本論文では Polvani et al. (2004) で行われた傾圧不安定の発達に関する数値実験と同様のものを大気大循環モデル DCPAM5 で行った。まず、この実験で解が収束するのに必要な解像度について調べた。その解像度を用いて、東西風の速度の初期値を変えて数値実験を行った。その結果について考察する際 Kuwano-Yoshida and Asuma (2008) で用いられた Cyclone deepening rate という指標で定量的に評価した。

# 目次

|     |             |    |
|-----|-------------|----|
| 第1章 | はじめに        | 1  |
| 第2章 | モデルの概要      | 2  |
| 2.1 | 座標系, 離散化    | 2  |
| 2.2 | 力学過程        | 2  |
| 2.3 | 初期条件        | 3  |
| 第3章 | 解像度を変えた数値実験 | 7  |
| 3.1 | 実験設定        | 7  |
| 3.2 | 結果と考察       | 7  |
| 第4章 | 初期値を変えた数値実験 | 9  |
| 4.1 | 実験設定        | 9  |
| 4.2 | 実験結果と考察     | 12 |
| 第5章 | 結論          | 18 |
|     | 謝辞          | 19 |



# 第1章 はじめに

高層天気図を見ると、偏西風帯が南北に波打っている様子がわかる。この波の中には様々な波動が含まれているが、その中に波長が約数千 km に及ぶ傾圧不安定波と呼ばれる波動がある。この波動は移動性高気圧や温帯低気圧と結びついて日々の天気に影響を与えている。Kuwano-Yoshida and Asuma (2008) では、その低気圧の発達具合を Cyclone deepening rate という指標で定量的に評価した。

$$\text{Cyclone deepening rate} = \left[ \frac{p(t-6) - p(t+6)}{12} \right] \frac{\sin 60^\circ}{\sin \frac{\phi(t-6) + \phi(t+6)}{2}} \quad (1.1)$$

ここで  $t$  は時間,  $p$  は低気圧の中心の海面気圧,  $\phi$  は低気圧の中心の緯度を表す。以下 Cyclone deepening rate は地表気圧低下率と呼び,  $D$  で表す。

そしてそれを理解し予測するために、大気大循環モデルがよく用いられ。しかし Polvani et al. (2004) ではその計算結果は初期条件が同じであっても、解像度によって異なり、解像度を上げるに伴って収束していくと述べられている。ここでは AGCM というモデルが用いられた。

本研究では、地表気圧低下率の挙動が東西方向の風速によってどのような違いがあるのか調べた。その前に準備として、Polvani et al. (2004) の初期値を用いて、地球流体電脳倶楽部で開発されている惑星大気大循環モデル DCPAM5 で計算し、収束解を得られる解像度について調べた。

本論文の以降の構成を簡単に記しておく。第2章では、本研究で用いた惑星大気大循環モデル DCPAM5 の概要を述べる。第3章では、収束解を得られる解像度を数値実験から求める。第4章では、東西方向の風速と地表気圧低下率の関係についての数値実験の概要や結果を示し、考察する。最後の第5章では本論文の結論を述べる。

## 第2章 モデルの概要

本研究では, 地球流体電脳倶楽部\*で開発している惑星大気大循環モデル DCPAM5 を用いた. ここでは DCPAM5 の概要を述べる. 詳細は DCPAM5 のドキュメント\*<sup>1</sup>を参照されたい.

### 2.1 座標系, 離散化

水平方向に緯度  $\phi$  と経度  $\lambda$  を, 鉛直方向に  $\sigma(= p/p_s)$  をとった三次元の球面座標系を用いる. ここで,  $p$  は気圧であり,  $p_s$  は惑星表面気圧である.

離散化には, 水平方向にスペクトル変換法を, 鉛直方向に差分法を用いる. 時間方向には, 力学過程ではセミインプリシット法を用いる.

モデルの水平方向の解像度を  $TXX$  と表記する.  $XX$  は水平変化を表すために用いる球面調和関数の最大全波数である. また,  $T$  は三角形切断 (Triangular truncation) の頭文字である. なお, 経度方向, 緯度方向の格子点数をそれぞれ  $IM$ ,  $JM$  とすると,  $XX = (IM - 1)/3$  となる. また,  $JM = IM/2$  である. 鉛直方向の格子点数は本論文では常に 21 である.

### 2.2 力学過程

大気の運動を記述する方程式系には, 静水圧平衡を仮定したプリミティブ方程式系を用いる. この方程式系の水平方向の運動方程式, 静力学平衡の式, 連続の式, 熱力学の式, 鉛直方向の境界条件は以下のように書ける.

---

\*<sup>1</sup>URL: [http://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/dcpam5/dcpam5\\_latest/doc](http://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/dcpam5/dcpam5_latest/doc)

運動方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \dot{\sigma} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \sigma} - f \mathbf{k} \times \mathbf{u} - \nabla \Phi + \frac{RT}{p_s} \nabla p_s \quad (2.1)$$

静力学平衡の式

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\frac{RT}{\sigma} \quad (2.2)$$

連続の式

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = -\nabla \cdot (p_s \mathbf{u}) - \frac{\partial}{\partial \sigma} (p_s \dot{\sigma}) \quad (2.3)$$

熱力学の式

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\mathbf{u} \cdot \nabla T - \dot{\sigma} \frac{\partial T}{\partial \sigma} + \frac{RT}{p C_p} \frac{dp}{dt} \quad (2.4)$$

鉛直方向の境界条件

$$\dot{\sigma} = 0, \text{ at } \sigma = 0, 1 \quad (2.5)$$

## 2.3 初期条件

Polvani et al.(2004) 同じ初期条件を用いる.

帯状速度  $u$  を緯度  $\phi$  の関数と圧力  $p$  の関数の単純な積にする.

$$u(\phi, p) = \begin{cases} u_0 \sin^3(\pi \mu^2) F(z) & \text{for } \phi > 0 \\ 0 & \text{for } \phi < 0, \end{cases} \quad (2.6)$$

ここで,  $\mu \equiv \sin$ ,  $z \equiv -H \log(p/p_0)$  であり, 垂直構造  $F(z)$  は次の形式であるとする.

$$F(z) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \tanh^3 \left( \frac{z - z_0}{\Delta z_0} \right) \right] \sin \left( \frac{\pi z}{z_1} \right) \quad (2.7)$$

また, 南北方向の運動量方程式

$$(af + u \tan \phi)u = -\frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \quad (2.8)$$

及び, 静水圧平衡の式

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{R}{H} T \quad (2.9)$$

を用いると, 温度  $T$  を得る.

$$\frac{\partial T}{\partial \phi} = -HR^{-1}(af + 2u \tan \phi) \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.10)$$

これを南北方向に積分すると初期における温度を得る.

$$T(\phi, z) = \int^{\phi} \frac{\partial T(\phi', z)}{\partial \phi'} d\phi' + T_0(z) \quad (2.11)$$

積分定数  $T_0(z)$  は各層で,  $T(\phi, z)$  の全球平均が, 1976 年の米国標準大気 of 温度と同じになるようにする. しかし, このままでは安定であるので, 傾圧不安定にするために

$$T'(\lambda, \phi) = \hat{T} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\lambda - \lambda_0}{\alpha} \right) \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\phi - \phi_0}{\beta} \right) \quad (2.12)$$

を用いて温度に摂動を与える. ここで  $\pi < \lambda < \pi$  である. 初期の表面圧力  $p_s = p_0$  で均一とする.

| 変数             | 物理量                  |
|----------------|----------------------|
| $t$            | 時間                   |
| $\phi$         | 緯度                   |
| $\lambda$      | 経度                   |
| $\sigma$       | 惑星表面気圧と気圧の比          |
| $p$            | 気圧                   |
| $\mathbf{u}$   | 水平速度                 |
| $T$            | 温度                   |
| $\Phi$         | ジオポテンシャル             |
| $f$            | コリオリパラメータ            |
| $\dot{\sigma}$ | $\sigma$ 座標系における鉛直速度 |

表 2.1: 変数の定義

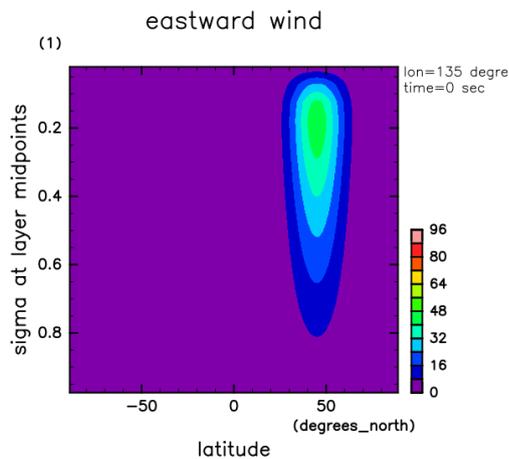


図 2.1:  $u_0 = 50$  m/s の時の経度  $135^\circ$  における東西風速の初期値の南北方向の断面図. 単位は m/s. 値が大きいほど西風が強い.

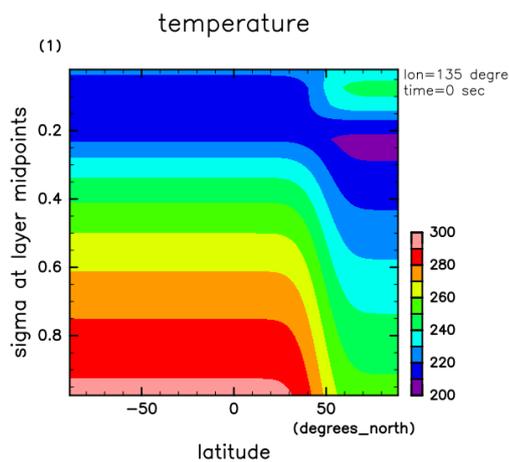
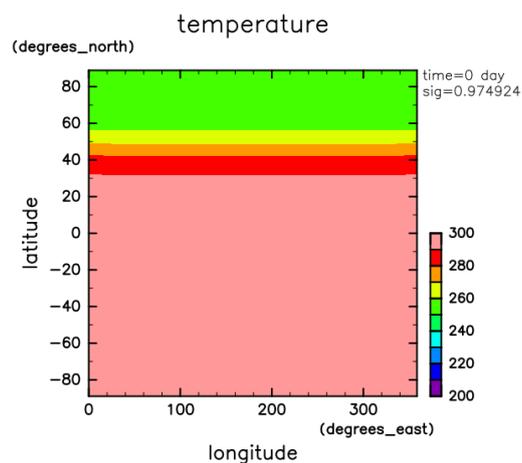


図 2.2:  $u_0 = 50$  m/s の時の経度  $135^\circ$  における温度の初期値の南北方向の断面図. 単位は K.

| 文字           | 大きさ                    | 単位  |
|--------------|------------------------|---|
| $g$          | 9.806                  | $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$                |
| $a$          | $6.371 \times 10^6$    | m   |
| $\Omega$     | $7.292 \times 10^{-5}$ | $1 \cdot \text{s}^{-1}$                       |
| $R$          | 287                    | $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ |
| $\kappa$     | 2/7                    |   |
| $C_p$        | $R/\kappa$             | $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ |
| $p_0$        | $10^5$                 | Pa  |
| $H$          | 7.37                   | km  |
| $z_0$        | 22                     | km  |
| $\Delta z_0$ | 5                      | km  |
| $z_1$        | 30                     | km  |
| $\hat{T}$    | 1                      | K   |
| $\lambda_0$  | 0                      | radians                                       |
| $\phi_0$     | $\pi/4$                | radians                                       |
| $\alpha$     | 1/3                    | km  |
| $\beta$      | 1/6                    | km  |

表 2.2: 定数の定義

図 2.3:  $u_0 = 50 \text{ m/s}$  の時の地表面における温度の初期値. 単位は K.

## 第3章 解像度を変えた数値実験

### 3.1 実験設定

$u_0 = 50\text{m/s}$  に固定し, T21, T42, T85, T170, T341 の五種類の解像度について実験を行った. 計算期間は Polvani et al. (2004) と同様に 12 日間とした. 初期値は 3.3 節の通りである.

### 3.2 結果と考察

図 3.1 はそれぞれの解像度における 12 日後の地表面での圧力についての計算結果である. T21 と T42 は大きく異なり, T42 と T85 は多少異なる. 例えば南緯  $60^\circ$  以南で値が異なるのが見て取れる. T85 以降は大きな違いは見受けられない.

図 3.2 はそれぞれの解像度における  $D$  の時間変化を示している. 第 1 章で,  $p$  は低気圧の中心の海面気圧,  $\phi$  は低気圧の中心の緯度を表す, としていたが, ここではそれぞれ全球での地表面気圧の最低値, その時の緯度とする. ここからも T21 と T42 は T85 のものと大きく異なり, T85 以降のものは収束している.

これらの結果から DCPAM5 を用いた今回の実験では T85 で十分収束しているといえる. これを踏まえ, 今後の実験では T85 を用いる.

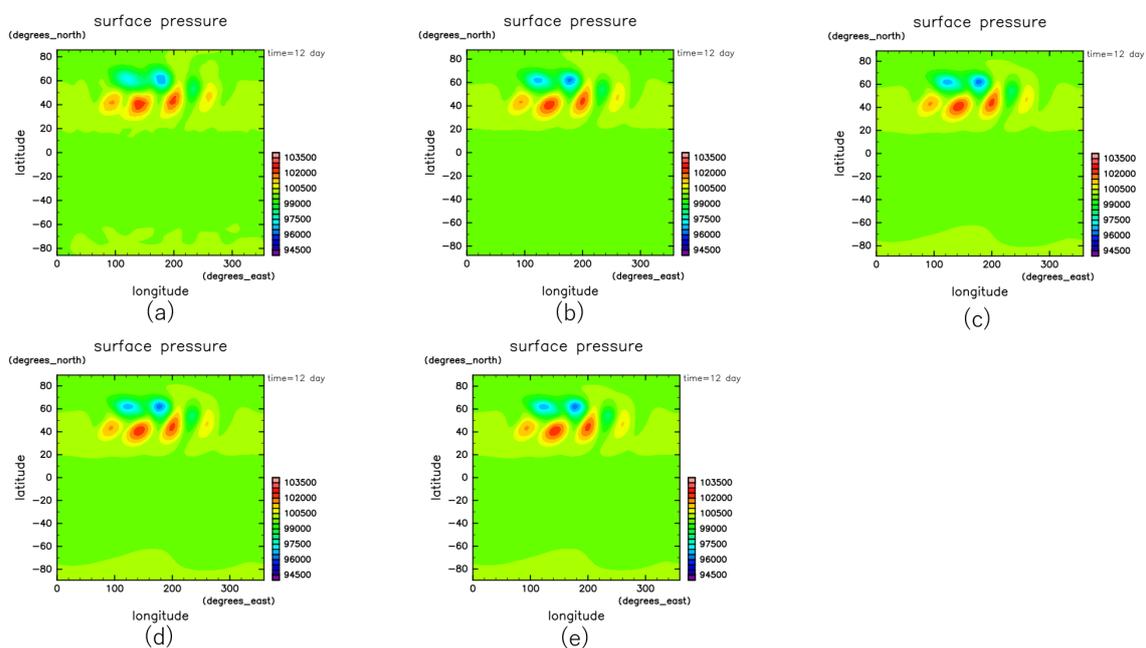


図 3.1: 12 日後の地表面での圧力についての計算結果. 解像度は (a)T21, (b)T42, (c)T85, (d)T170, (e)T341 である.

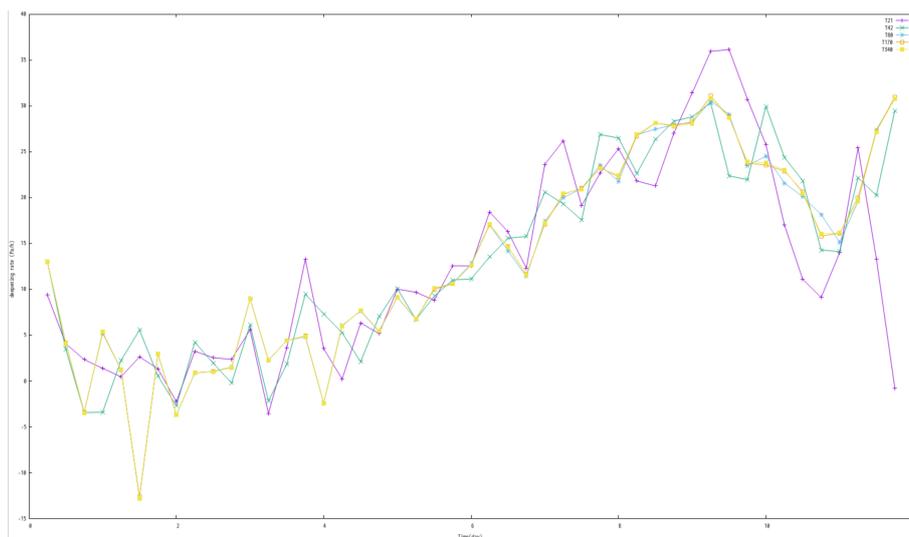


図 3.2: 解像度別の  $D$  の時間変化.

## 第4章 初期値を変えた数値実験

### 4.1 実験設定

第3章と同じ計算を  $u_0$  を 20,30,40,50,60,70,80,90 (m/s) に変えて行った. それに伴い初期の温度分布が変わっている. 解像度は T85 を用いた. 計算期間は polvani et al.(2004) と同様に 12 日間とした. 初期値は 3.3 節の通りである.

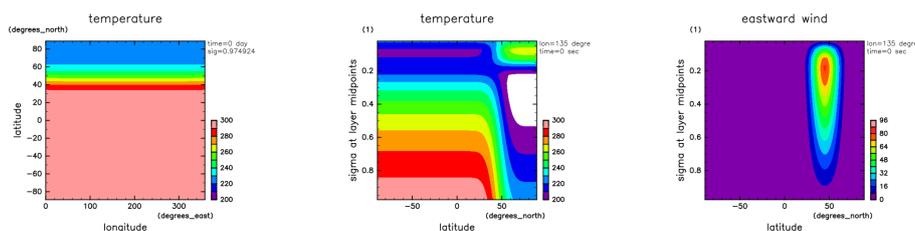


図 4.1:  $u_0 = 90$  m/s の時の初期値. 左:地表面における温度. 単位は K. 中央:経度  $135^\circ$  における温度の断面図. 単位は K. 右:経度  $135^\circ$  における東西風の断面図. 単位は m/s. 値が大きいほど西風が強い.

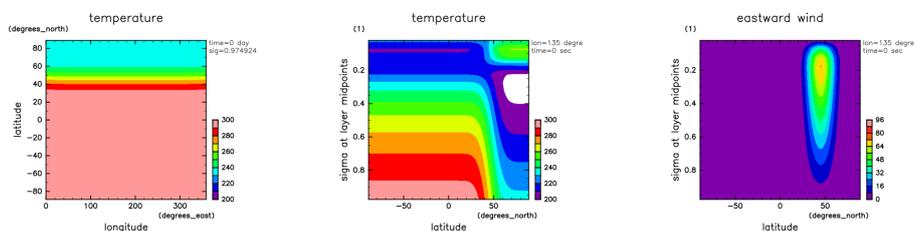


図 4.2:  $u_0 = 80$  m/s の時の初期値. 左:地表面における温度. 単位は K. 中央:経度  $135^\circ$  における温度の断面図. 単位は K. 右:経度  $135^\circ$  における東西風の断面図. 単位は m/s. 値が大きいほど西風が強い.

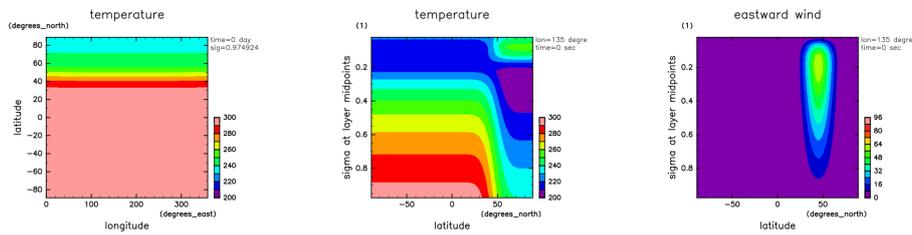


図 4.3:  $u_0 = 70$  m/s の時の初期値. 左:地表面における温度. 単位は K. 中央:経度  $135^\circ$  における温度の断面図. 単位は K. 右:経度  $135^\circ$  における東西風の断面図. 単位は m/s. 値が大きいほど西風が強い.

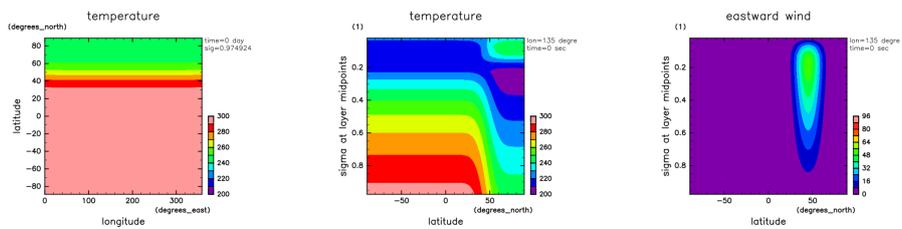


図 4.4:  $u_0 = 60$  m/s の時の初期値. 左:地表面における温度. 単位は K. 中央:経度  $135^\circ$  における温度の断面図. 単位は K. 右:経度  $135^\circ$  における東西風の断面図. 単位は m/s. 値が大きいほど西風が強い.

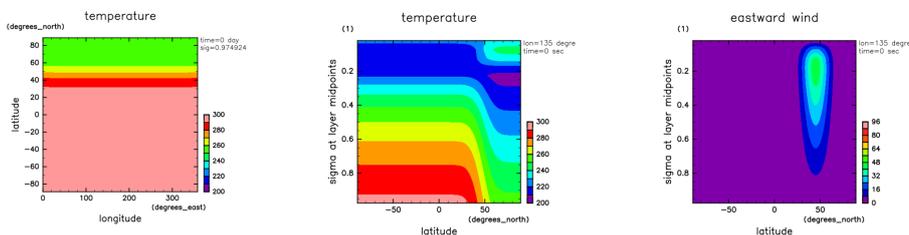


図 4.5:  $u_0 = 50$  m/s の時の初期値. 左:地表面における温度. 単位は K. 中央:経度  $135^\circ$  における温度の断面図. 単位は K. 右:経度  $135^\circ$  における東西風の断面図. 単位は m/s. 値が大きいほど西風が強い.

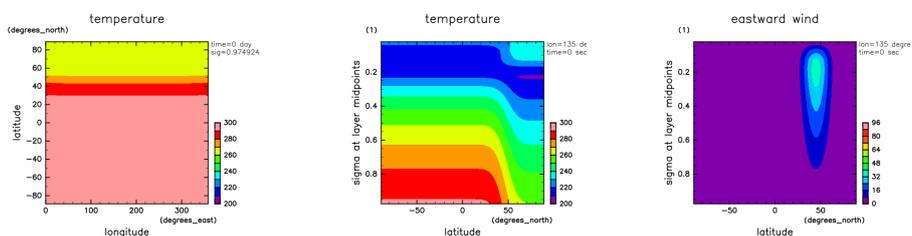


図 4.6:  $u_0 = 40$  m/s の時の初期値. 左: 地表面における温度. 単位は K. 中央: 経度  $135^\circ$  における温度の断面図. 単位は K. 右: 経度  $135^\circ$  における東西風の断面図. 単位は m/s. 値が大きいほど西風が強い.

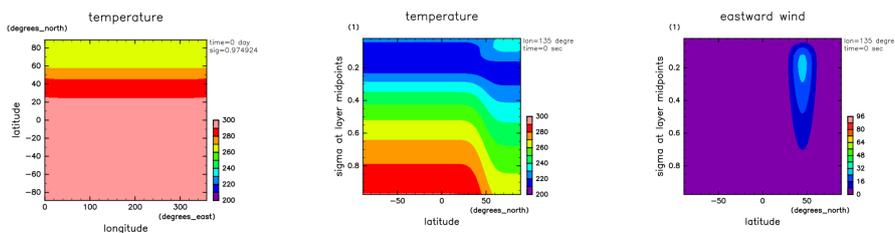


図 4.7:  $u_0 = 30$  m/s の時の初期値. 左: 地表面における温度. 単位は K. 中央: 経度  $135^\circ$  における温度の断面図. 単位は K. 右: 経度  $135^\circ$  における東西風の断面図. 単位は m/s. 値が大きいほど西風が強い.

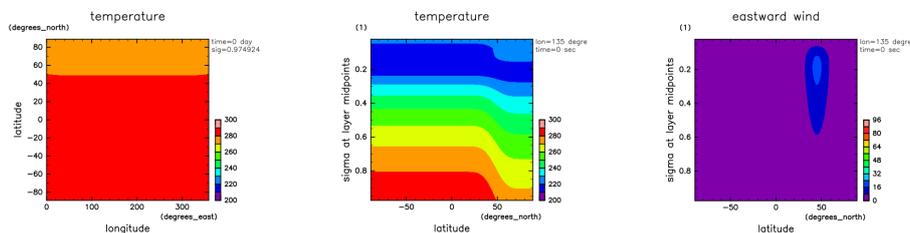


図 4.8:  $u_0 = 20$  m/s の時の初期値. 左: 地表面における温度. 単位は K. 中央: 経度  $135^\circ$  における温度の断面図. 単位は K. 右: 経度  $135^\circ$  における東西風の断面図. 単位は m/s. 値が大きいほど西風が強い.

## 4.2 実験結果と考察

図 4.9 から 図 4.15 は 12 日間の地表面での圧力についての計算結果である. 図中のポイントは 6 時間毎の地表面気圧の最低値を記録した点をプロットしたものである. これを見ると地表面気圧低下率を記録している低気圧が途中で変わっていることがわかる.  $u_0$  が  $90(\text{m/s})$  の時は  $0.5 \leq T \leq 5.5, 5.75 \leq T \leq 7.5, 7.75 \leq T \leq 12$  の三つ,  $80(\text{m/s})$  の時は  $0.5 \leq T \leq 6.25, 6.5 \leq T \leq 8.5, 8.75 \leq T \leq 12$  の三つ,  $70(\text{m/s})$  の時は  $0.5 \leq T \leq 7.5, 7.75 \leq T \leq 10, 10.25 \leq T \leq 12$  の三つ,  $60(\text{m/s})$  の時は  $0.5 \leq T \leq 9.25, 9.5 \leq T \leq 11.75, T = 12$  の三つ,  $50(\text{m/s})$  の時は  $0.5 \leq T \leq 11, 11.25 \leq T \leq 12$  の二つ,  $40(\text{m/s})$  以下の時は初めの低気圧から変わっていない.  $u_0$  が  $20(\text{m/s})$  の時,  $7.5 \leq T$  で地表面気圧の最低値を記録した点は散らばっている. また全球での地表面気圧の最低値を一つ目の低気圧が担っている時間は  $u_0$  が大きくなるにつれて短くなっている.

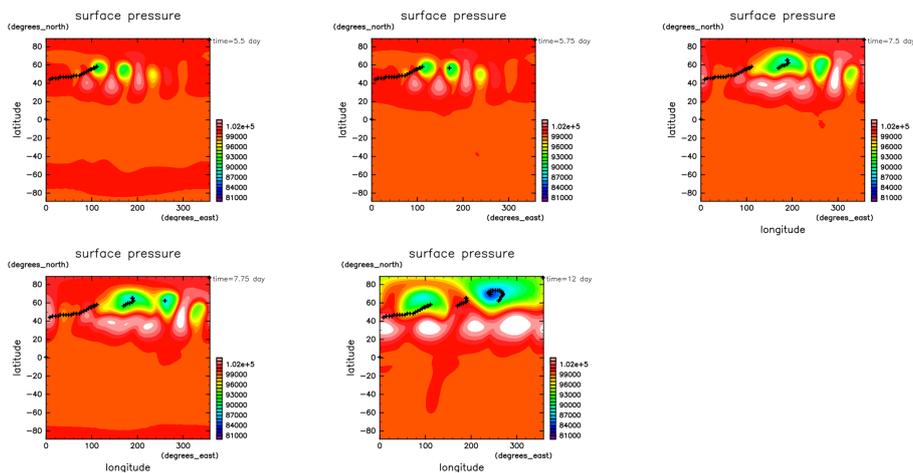


図 4.9: 地表面での圧力の計算結果. ポイントはその時間までの 6 時間毎の地表面気圧の最低値を記録した地点.  $u_0$  は  $90 (\text{m/s})$

図 4.16 は  $D$  の時間変化を示している. ここでも  $p, \phi$  はそれぞれ全球での地表面気圧の最低値, その時の緯度としている. ここで  $u_0$  が  $50 (\text{m/s})$  以上のグラフについて一つ目の低気圧のみに注目すると, 概形は山型で  $u_0$  が大きくなるにつれて  $D$  の最大値 (以下  $D_{max}$  と記述) は大きい. 図 4.17 は  $u_0$  が  $50, 60, 70, 80, 90 (\text{m/s})$  の時の  $u_0$  と  $D_{max}$  の関係を示している. ここから両者に正の相関があることがわかる. 加えて一直線上に並んでいるように見える.

そこで  $D_{max}$  は  $U_0$  の一次式 ( $D_{max} = a_1 U_0 + a_0$ ) と仮定し, 最小二乗法を用い

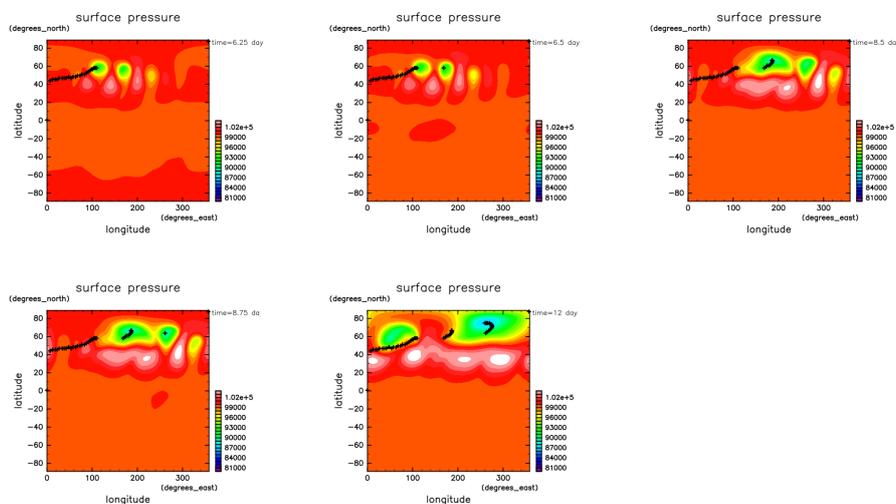


図 4.10: 地表面での圧力の計算結果. ポイントはその時間までの 6 時間毎の地表面気圧の最低値を記録した地点.  $u_0$  は 80 (m/s)

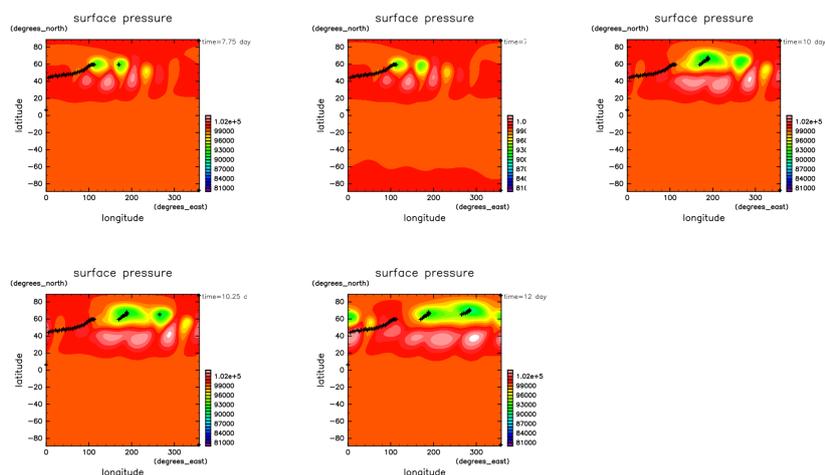


図 4.11: 地表面での圧力の計算結果. ポイントはその時間までの 6 時間毎の地表面気圧の最低値を記録した地点.  $u_0$  は 70 (m/s)

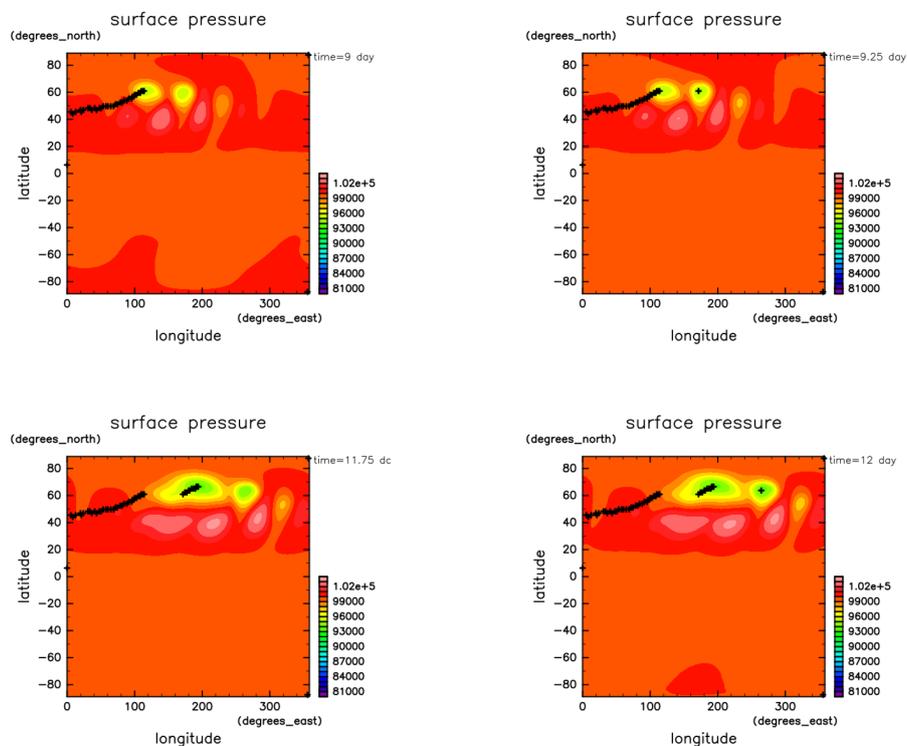


図 4.12: 地表面での圧力の計算結果. ポイントはその時間までの 6 時間毎の地表面気圧の最低値を記録した地点.  $u_0$  は 60 (m/s)

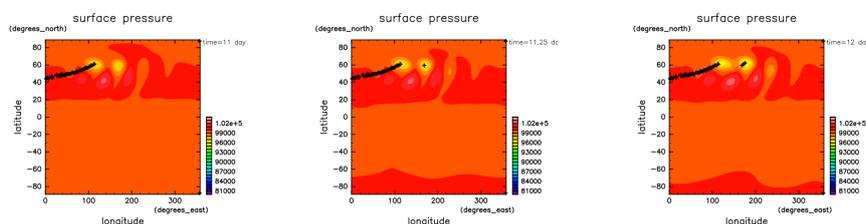


図 4.13: 地表面での圧力の計算結果. ポイントはその時間までの 6 時間毎の地表面気圧の最低値を記録した地点.  $u_0$  は 50 (m/s)

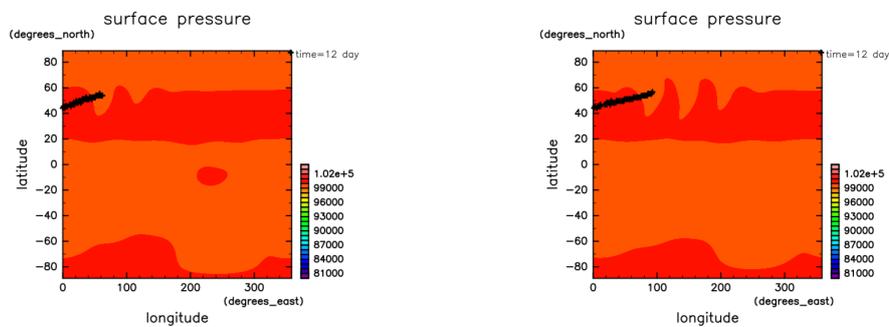


図 4.14: 地表面での圧力の計算結果. ポイントはその時間までの 6 時間毎の地表面気圧の最低値を記録した地点.  $u_0$  は左側が 30 (m/s), 右側が 40 (m/s)

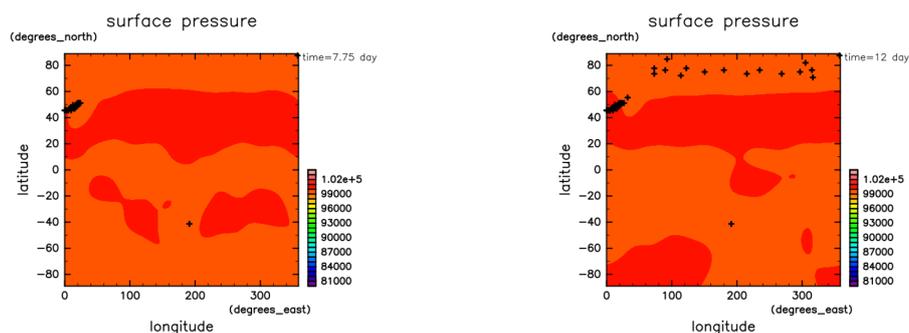


図 4.15: 地表面での圧力の計算結果. ポイントはその時間までの 6 時間毎の地表面気圧の最低値を記録した地点.  $u_0$  は 20 (m/s)

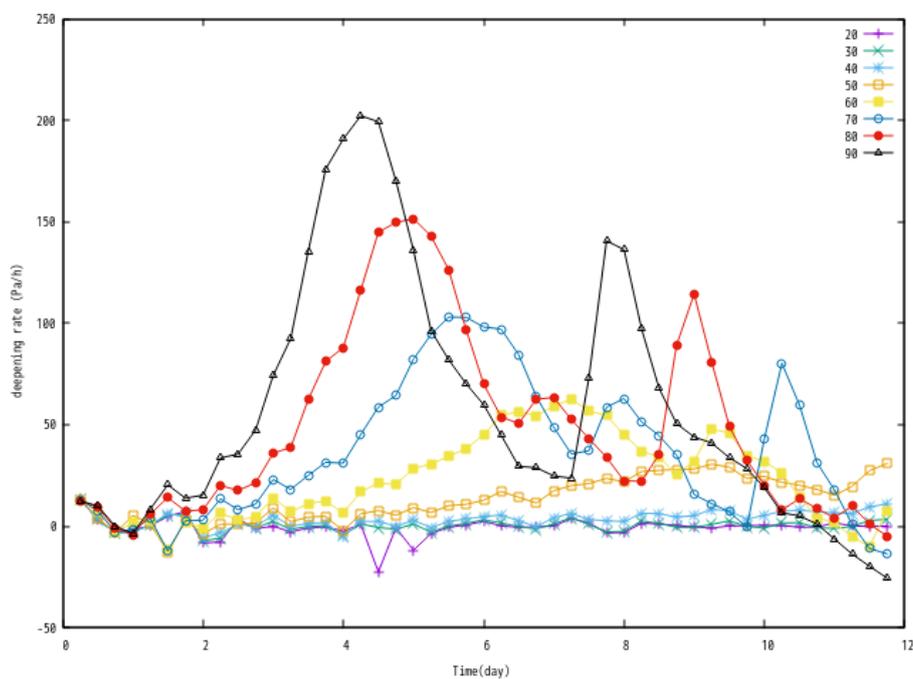


図 4.16:  $D$  の時間変化.

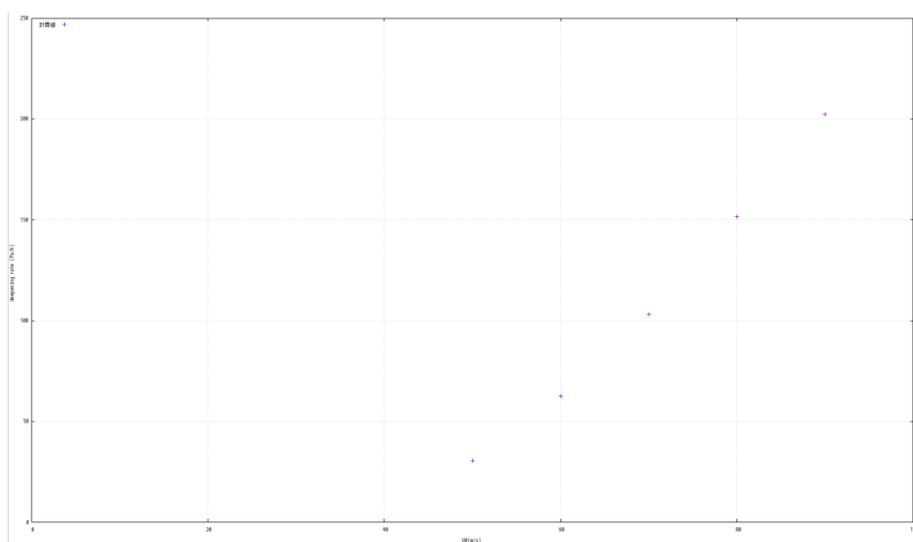


図 4.17:  $u_0$  と  $D_{max}$  の散布図

て近似曲線を求めた. すると結果は

$$\begin{aligned} a_0 &= -1.93 \times 10^2 \\ a_1 &= 4.32 \end{aligned} \quad (4.1)$$

となった. この近似式を図 4.18 に“ 近似直線 ”として描いている. 各計算値との近似式は大きく離れておらず, 十分確からしいといえる.

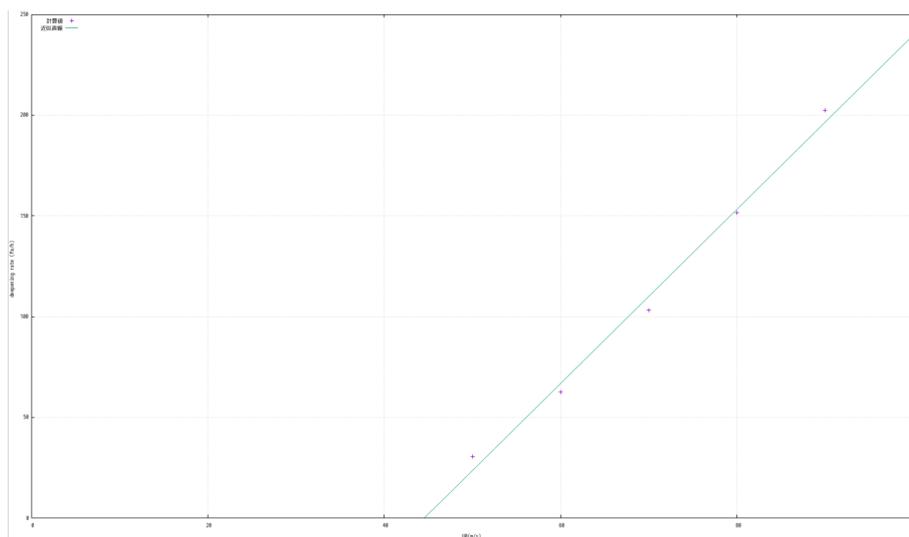


図 4.18:  $u_0$  と  $D_{max}$  の散布図と近似式 ( $D_{max} = 4.32U_0 - 1.93 \times 10^2$ )

## 第5章 結論

本論文では Polvani et al. (2004) で行われた傾圧不安定の発達に関する数値実験と同様のものを大気大循環モデル DCPAM5 で行った。またその計算結果を地表面気圧低下率 ( $D$ ) を用いて、考察した。まず、この実験で解が収束するのに必要な解像度について調べた。その結果、T85 で十分収束していることが分かった。その解像度を用いて、東西風の速度の初期値を変えて数値実験を行った。すると地表面気圧の最小値を記録する低気圧は時間が経過すると別の低気圧に変わっていることが分かった。その一つ目の低気圧に注目すると  $u_0$  が 50,60,70,80,90 (m/s) の時の  $D$  の最大値 ( $D_{max}$ ) は  $U_0$  の一次関数のようにふるまうことがわかり、その近似曲線を求めると  $D_{max} = 4.32U_0 - 1.93 \times 10^2$  となった。今後の課題として、今回注目しなかったしなかった  $u_0 < 50$  (m/s) や  $90$  (m/s)  $< u_0$  についても考えてみたい。またその結果を線形理論に基づいて考察する必要がある。

## 謝辞

本研究を行うにあたって、高橋芳幸准教授には研究内容の指針を示していただき、数値モデルの使い方、研究内容に関することからセミナー資料や本論文の添削等非常にたくさんのことをご指導して頂きました。林祥介教授には基礎理論講義を通じて大気的不安定についてを教えていただきました。また地球および惑星大気科学研究室の皆さまには本研究に関して、様々な相談をさせて頂き、助言して頂きました。ここに深く感謝申し上げます。

## 参考文献

- [1] Kuwano-Yoshida, A., Asuma, Y, 2008: Numerical Study of Explosively Developing Extratropical Cyclones in the Northwestern Pacific Region, Monthly Weather Review 136, 712-740.
- [2] L. M. Polvani, R. K. Scott, and S. J. Thomas, 2017: Numerically Converged Solutions of the Global Primitive Equations for Testing the Dynamical Core of Atmospheric GCMs, Monthly Weather Review 132, 2539-2552
- [3] 井谷優花, (2012), 大気大循環モデルによる地球気候の表現とその自転軸傾斜角依存性, 神戸大学理学研究科修士論文