

# (ST/LT)PACK 使用の手引 (version 0.2)

石岡 圭一 (2005/07/27)

## 1 概要

これは、スペクトル (球面調和関数) 変換を行なうサブルーチンパッケージであり、球面調和関数展開の係数から格子点値、およびその逆の変換を行なうサブルーチン、また、数値モデルに用いるヤコビアン計算を行うサブルーチンなどからなっている。また、このパッケージは FTPACK と LTPACK の上位パッケージであり、これらのパッケージを内部で引用している。なお、下位パッケージである LTPACK (ルジャンドル変換パッケージ) はこのパッケージに内蔵されている。通常、LTPACK のサブルーチンを陽に使用する必要は無いが、ルジャンドル変換だけを行いたいような場合にはそれだけでも独立して使用できるようになっている。

切断波数  $M$  (三角切断) のスペクトル逆変換は、以下のように表せる:

$$g(\lambda, \varphi) = \sum_{n=0}^M \sum_{m=-n}^n s_n^m P_n^m(\sin \varphi) e^{im\lambda}. \quad (1)$$

または、ルジャンドル逆変換:

$$G^m(\varphi) \equiv \sum_{n=|m|}^M s_n^m P_n^m(\sin \varphi) \quad (2)$$

を導入すると、

$$g(\lambda, \varphi) = \sum_{m=-M}^M G^m(\varphi) e^{im\lambda} \quad (3)$$

と、ルジャンドル逆変換とフーリエ逆変換の積として表される。ここに、 $\lambda$ : 経度,  $\varphi$ : 緯度である。

また、 $P_n^m(\mu)$  は 2 に正規化されたルジャンドル陪関数で、以下のように定義される:

$$P_n^m(\mu) \equiv \sqrt{(2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{1}{2^n n!}} (1-\mu^2)^{m/2} \frac{d^{n+m}}{d\mu^{n+m}} (\mu^2-1)^n, \quad (4)$$

$$\int_{-1}^1 \{P_n^m(\mu)\}^2 d\mu = 2. \quad (5)$$

$g(\lambda, \varphi)$  が実数であるとする、 $s_n^m$  および  $G^m(\varphi)$  は以下の関係を満たしている必要がある:

$$G^{-m}(\varphi) = \{G^m(\varphi)\}^* \quad (6)$$

$$s_n^{-m} = \{s_n^m\}^* \quad (7)$$

ここに、 $\{\}^*$  は複素共役を表す。従って、 $G^m(\sin \varphi)$  および  $s_n^m$  は  $m \geq 0$  の範囲だけを求めれば良い。さらに、上の制約から、 $G^0(\sin \varphi)$  および  $s_n^0$  は実数である。

また、スペクトル逆変換は以下のように表せる:

$$s_n^m = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} g(\lambda, \varphi) P_n^m(\sin \varphi) e^{-im\lambda} \cos \varphi d\varphi d\lambda. \quad (8)$$

逆変換の場合と同様に、フーリエ正変換を、

$$G^m(\varphi) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(\lambda, \varphi) e^{-im\lambda} d\lambda \quad (9)$$

と導入すると、

$$s_n^m = \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} G^m(\varphi) P_n^m(\sin \varphi) \cos \varphi d\varphi \quad (10)$$

と、フーリエ正変換とルジャンドル正変換の積として表される。

数値計算においては、上記の積分はそれぞれ離散近似される。フーリエ正変換の部分は経度方向の等間隔格子点上での値を用いた離散フーリエ正変換 (FTPACK マニュアルを参照) によって近似し、ルジャンドル正変換の部分は、ガウス-ルジャンドル積分公式により:

$$s_n^m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J w_j G^m(\varphi_j) P_n^m(\sin \varphi_j) \quad (11)$$

として近似する。ここに、 $\varphi_j$  はガウス緯度と呼ばれる分点で、ルジャンドル多項式  $P_J(\sin \varphi)$  (ルジャンドル陪関数の定義式中で  $m = 0$  とし、正規化係数 ( $\sqrt{\quad}$  の部分) を無くしたもの) の  $J$  個の零点 (を小さい方から順に並べたもの) であり、 $w_j$  は各分点に対応するガウスアンウェイトと呼ばれる重みで、

$$w_j \equiv \frac{2(1 - \mu_j^2)}{\{JP_{J-1}(\mu_j)\}^2} \quad (12)$$

で与えられる。ここに、 $\mu_j \equiv \sin \varphi_j$  である。ある条件のもとでは、この積分公式は完全な近似、すなわちもとの積分と同じ値を与える。

本ライブラリは、スペクトルデータ ( $s_n^m$ )  $\rightarrow$  格子点上のグリッドデータ ( $g(\lambda_i, \varphi_j)$ ) の逆変換を行うルーチン群、等間隔格子点上のグリッドデータ ( $g(\lambda_i, \varphi_j)$ )  $\rightarrow$  スペクトルデータ ( $s_n^m$ ) の正変換を行うルーチン群、そして、その他の補助ルーチンおよびヤコビアン計算等の応用ルーチン群よりなっている。

ここに、格子点の経度  $\lambda_i$  は全周を等間隔に  $I$ -分割した経度で、緯度  $\varphi_j$  は上述の  $J$  個のガウス緯度である。これらの格子点の座標値を与えるサブルーチンも別途用意してある。以下のサブルーチンの説明において、

- MM: 切断波数  $M$
- JM: ガウス緯度の個数  $J$
- IM: 東西格子点数  $I$
- N: 全波数  $n$
- M: 帯状波数  $m$
- J: ガウス緯度の番号  $j$
- I: 東西格子点の番号  $i$

なる対応関係がある。なお、呼び出し方法の説明などは主に STPACK のルーチンについて述べられている。それぞれの STPACK の下位ルーチンである LTPACK のルーチンについても同じ項で説明されているが、それぞれ、引数の与えかた等が微妙に異なるので、備考を参照されたい。

## 2 サブルーチンのリスト

STINIT/LTINIT	初期化
STOGRD/LTOGRD	格子点の座標の計算
STNM2L	スペクトルデータの格納位置の計算
STL2NM	STNM2L の逆演算
STCLFA/LTCLFZ/LTCLFW	スペクトルデータにラプラシアンを作用
STCLBA/LTCLBZ/LTCLBW	STCLFA の逆演算
STS2GA/LTS2GZ/LTS2GW	スペクトルデータからグリッドデータへの変換
STS2VA/LTS2VZ/LTS2VW	スペクトルデータからベクトルデータへの変換 (勾配)
STSRVA/LTSRVZ/LTSRVW	スペクトルデータからベクトルデータへの変換 (回転)
STG2SA/LTG2SZ/LTG2SW	グリッドデータからスペクトルデータへの変換
STV2SA/LTV2SZ/LTV2SW	ベクトルデータからスペクトルデータへの変換 (発散)
STVRSVA/LTVRSZ/LTVRSW	ベクトルデータからスペクトルデータへの変換 (回転)
STAJBA	ヤコビアン の計算

## 3 サブルーチンの説明

### 3.1 STINIT/LTINIT

1. 機能 (ST/LT)PACK の初期化ルーチン。(ST/LT)PACK の他のサブルーチンを使用する前に必ず一度呼ばねばならない。

2. 定義

3. 呼び出し方法

STINIT(MM, JM, IM, Q, R, IT, T)

LTINIT(MM, JM, Q, R)

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
JM	(I)	入力. 南北格子点数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
Q	(D(JM*(MM+1)))	出力. ST(LT)PACK の他のルーチンで用いられる配列
R	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. ST(LT)PACK の他のルーチンで用いられる配列
IT	(I(5))	出力. STPACK の他のルーチンで用いられる配列
T	(D(IM*2))	出力. STPACK の他のルーチンで用いられる配列

5. 備考

(a)  $MM \geq 1$  かつ JM および IM はそれぞれ,  $JM > MM$  および  $IM > 2*MM$  を満す偶数でなければならない。

(b) ヤコビアンの計算 (STAJBA) で aliasing を除くためには,  $JM > 3*MM/2$  および  $IM > 3*MM$  としなければならない。

(c) STPACK を使用している間, 配列 Q,R,IT,T (LTPACK については, 配列 Q,R) の内容を変更してはならない.

(d) (ST/LT)PACK は領域節約のために, ルジャンドル変換の度に毎回ルジャンドル陪関数を内部で計算するような仕様になっている. Q, R はそのために使用される配列で, Q(JM/2,2,0:MM) と宣言されている場合,  $J = 1, 2, \dots, JM/2$ ,  $M \geq 1$  について,

$$\begin{aligned} Q(J,1,0): & \quad 1/2 \cdot w_{J/2+j} \\ Q(J,2,0): & \quad 1/\cos \varphi_{J/2+j} \\ Q(J,1,M): & \quad m \cdot \sin \varphi_{J/2+j} \\ Q(J,2,M): & \quad P_m^m(\sin \varphi_{J/2+j}) \end{aligned}$$

がそれぞれ格納される. ここで, それぞれ半球分しか値が記憶されていないが, これは, ルジャンドル陪関数の対称性を利用しているためである (内部の変換の計算もこの対称性を利用して, 半分で済ますようになっている). また, R には漸化式で用いられる係数が格納される.

本ライブラリでは, ルジャンドル陪関数そのものと, その微分を同時に必要とするために, 以下のような漸化式を用いている.

$$\begin{cases} P_n^m(\mu) = \sqrt{(2n+1)/((n+m)(n-m)(2n-1))}(n\mu P_{n-1}^m(\mu) - DP_{n-1}^m(\mu)) \\ DP_n^m(\mu) = \sqrt{(2n+1)(n+m)(n-m)/(2n-1)}P_{n-1}^m(\mu) - n\mu P_n^m(\mu) \end{cases} \quad (13)$$

ここに,

$$DP_n^m(\mu) \equiv (1 - \mu^2) \frac{d}{d\mu} P_n^m(\mu) \quad (14)$$

である. R(0:MM,0:MM) と宣言されている場合,  $N > M \geq 0$  について,

$$\begin{aligned} R(N,M): & \quad \sqrt{(2n+1)/((n+m)(n-m)(2n-1))} \\ R(M,N): & \quad \sqrt{(2n+1)(n+m)(n-m)/(2n-1)} \end{aligned}$$

がそれぞれ格納される. また, R(N,N) にはラプラシアン of the 演算等で用いられる  $-n(n+1)$  の値が格納されている.

### 3.2 STOGRD/LTOGRD

1. 機能格子点の座標を与える (単位はラジアン).

2. 定義

3. 呼び出し方法

STOGRD(JM,IM,Y,X,Q)

LTOGRD(JM,Y,Q)

#### 4. パラメーターの説明

JM	(I)	入力. 南北格子点数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
Y	(D(JM))	出力. 南北格子点の座標値 ( $\varphi_j$ )
X	(D(IM))	出力. 東西格子点の座標値 ( $\lambda_i$ )
Q	(D(JM*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列

#### 5. 備考

### 3.3 STNM2L

#### 1. 機能全波数と帯状波数からスペクトルデータの格納位置を計算する.

#### 2. 定義

STPACKにおいて、スペクトルデータ ( $s_n^m$ ) は概要に述べた制限をもとに、独立な  $(M+1)^2$  個の成分;  $s_0^0, s_1^0, \dots, s_M^0, \text{Re}(s_1^1), \text{Re}(s_2^1), \dots, \text{Re}(s_M^1), \text{Im}(s_1^1), \text{Im}(s_2^1), \dots, \text{Im}(s_M^1), \dots, \text{Re}(s_M^M), \text{Im}(s_M^M)$  をこの順序で長さ  $(M+1)^2$  の配列に格納して扱う. ここに,  $\text{Re}(\ )$  は実数部を,  $\text{Im}(\ )$  は虚数部を表す. このサブルーチンは切断波数  $M$ ,  $s_n^m$  の全波数  $n$ , および帯状波数  $m$  から  $\text{Re}(s_n^m)$  と  $\text{Im}(s_n^m)$  の配列中の格納位置を求めるものである.

#### 3. 呼び出し方法

STNM2L(MM,N,M,L)

#### 4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
N	(I)	入力. 全波数
M	(I)	入力. 帯状波数
L	(I)	出力. スペクトルデータの格納位置 (備考参照)

#### 5. 備考

$M > 0$  なら  $m = M$ ,  $n = N$  として  $\text{Re}(s_n^m)$  の格納位置を,  $M < 0$  なら  $m = -M$ ,  $n = N$  として  $\text{Im}(s_n^m)$  の格納位置を返す.

### 3.4 STL2NM

#### 1. 機能 STNM2L の逆演算, すなわち, スペクトルデータの格納位置から全波数と帯状波数を求める.

#### 2. 定義

STNM2L の項を参照

#### 3. 呼び出し方法

STL2NM(MM,L,N,M)

#### 4. パラメーターの説明

- MM (I) 入力. 切断波数
- L (I) 入力. スペクトルデータの格納位置
- N (I) 出力. 全波数
- M (I) 出力. 帯状波数

#### 5. 備考

- (a) M の正負についての意味づけは STNM2L と同じである.
- (b) STNM2L よりも内部で若干複雑な演算をするので, 高速性が要求されるような場面ではあまり使用すべきではない.

### 3.5 STCLFA/LTCLFZ/LTCLFW

1. 機能スペクトルデータにラプラシアンを作用させる.
2. 定義

球面調和関数展開

$$g(\lambda, \varphi) = \sum_{n=0}^M \sum_{m=-n}^n a_n^m P_n^m(\sin \varphi) e^{im\lambda}. \quad (15)$$

に対して、水平 Laplacian

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\cos^2 \varphi \partial \lambda^2} + \frac{\partial}{\cos \varphi \partial \varphi} \left( \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \quad (16)$$

を作用させると、球面調和関数の性質から、

$$\nabla^2 g(\lambda, \varphi) = \sum_{n=0}^M \sum_{m=-n}^n -n(n+1) a_n^m P_n^m(\sin \varphi) e^{im\lambda}. \quad (17)$$

となる。そこで、

$$b_n^m \equiv -n(n+1) a_n^m \quad (18)$$

を導入すると、

$$\nabla^2 g(\lambda, \varphi) = \sum_{n=0}^M \sum_{m=-n}^n b_n^m P_n^m(\sin \varphi) e^{im\lambda}. \quad (19)$$

と表せる。また、逆に

$$\nabla^2 g(\lambda, \varphi) = \sum_{n=0}^M \sum_{m=-n}^n a_n^m P_n^m(\sin \varphi) e^{im\lambda}. \quad (20)$$

であるとき、

$$b_n^m \equiv -\frac{1}{n(n+1)} a_n^m \quad (21)$$

を導入すると、

$$g(\lambda, \varphi) = \sum_{n=0}^M \sum_{m=-n}^n b_n^m P_n^m(\sin \varphi) e^{im\lambda}. \quad (22)$$

と表せる。

本サブルーチンは、 $a_n^m$  から  $b_n^m \equiv -n(n+1) a_n^m$  を計算するものである。

### 3. 呼び出し方法

STCLFA(MM,A,B)

LTCLFZ(MM,A,B)

LTCLFW(MM,M,A,B)

### 4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
M	(I)	入力. 帯状波数
A	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. $a_n^m$ が格納されている配列
B	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $b_n^m$ が格納される配列

### 5. 備考

- (a) スペクトルデータ  $a_n^m$  および  $b_n^m$  の配列への格納方式については STNM2L の項を参照.
- (b) LTCLFZ は帯状成分  $m = 0$  のみについて上記の演算を行う. この場合, A(0:MM), B(0:MM) と宣言してあれば, A(N), B(N) にはそれぞれ  $a_n^0, b_n^0$  が対応する.
- (c) LTCLFW はある波成分  $m > 0$  のみについて上記の演算を行う. この場合, A(M:MM, 2), B(M:MM, 2) と宣言してあれば, A(N, 1), A(N, 2), B(N, 1), B(N, 2) にはそれぞれ  $\text{Re}(a_n^m), \text{Im}(a_n^m), \text{Re}(b_n^m), \text{Im}(b_n^m)$  が対応する.

## 3.6 STCLBA/LTCLBZ/LTCLBW

### 1. 機能

STCLFA の逆演算を行う.

### 2. 定義

STCLFA の定義において,  $a_n^m$  から  $b_n^m \equiv -a_n^m / \{n(n+1)\}$  を計算するものである.

### 3. 呼び出し方法

STCLBA(MM,A,B)

LTCLBZ(MM,A,B)

LTCLBW(MM,M,A,B)

### 4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
M	(I)	入力. 帯状波数
A	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. $a_n^m$ が格納されている配列
B	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $b_n^m$ が格納される配列

### 5. 備考

- (a) LTCLFZ, LTCLFW はそれぞれ LTCLBZ, LTCLBW の逆演算を行うもので, 引数の与え方などについては STCLFA の項に準ずる.
- (b)  $b_0^0$  に対応する位置には  $a_0^0$  の値がそのまま代入される.

### 3.7 STS2GA/LTS2GZ/LTS2GW

#### 1. 機能

スペクトルデータからグリッドデータへの変換を行う。

#### 2. 定義

スペクトル逆変換 (概要を参照) によりスペクトルデータ ( $s_n^m$ ) から格子点上のグリッドデータ ( $g(\lambda_i, \varphi_j)$ ) を求める。

#### 3. 呼び出し方法

STS2GA(MM, JM, IM, S, G, P, Q, R, IT, T)

LTS2GZ(MM, JM, S, G, P, Q, R)

LTS2GW(MM, JM, M, S, G, P, Q, R)

#### 4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
JM	(I)	入力. 南北格子点数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
M	(I)	入力. 帯状波数
S	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. $s_n^m$ が格納されている配列
G	(D(JM*IM))	出力. $g(\lambda_i, \varphi_j)$ が格納される配列
P	(D(JM*IM))	作業領域
Q	(D(JM*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
R	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
IT	(I(5))	入力. STINIT で与えられる配列
T	(D(IM*2))	入力. STINIT で与えられる配列

#### 5. 備考

(a) G(JM, IM) と宣言されている場合, G(J, I) には  $g(\lambda_i, \varphi_j)$  が格納される (I, J の順番に注意).

(b) LTS2GZ は帯状成分  $m = 0$  についてルジャンドル逆変換の部分のみを行う. この場合, S(0:MM), G(JM) と宣言してあれば, S(N), G(J) にはそれぞれ  $s_n^0, G^0(\varphi_j)$  (概要を参照) が対応する.

(c) LTS2GW はある波成分  $m > 0$  についてルジャンドル逆変換の部分のみを行う. この場合, S(M:MM, 2), G(JM, 2) と宣言してあれば, S(N, 1), S(N, 2), G(J, 1), G(J, 2) にはそれぞれ  $\text{Re}(s_n^m), \text{Im}(s_n^m), \text{Re}(G^m(\varphi_j)), \text{Im}(G^m(\varphi_j))$  (概要を参照) が対応する.

(d) LTS2GZ および LTS2GW において, 作業領域 P の大きさは JM でよい.

### 3.8 STS2VA/LTS2VZ/LTS2VW

#### 1. 機能

スペクトルデータからグリッドデータの勾配に対応するベクトルデータへの変換を行う。



## 2. 定義

スペクトルデータ ( $s_n^m$ ) からスペクトル逆変換により求められる実空間のデータ  $g(\lambda, \varphi)$  に対して、勾配ベクトルを

$$(u, v) \equiv \left( \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial g}{\partial \lambda}, \frac{\partial g}{\partial \varphi} \right) \quad (23)$$

と定義するものとする。本サブルーチンは、スペクトルデータ ( $s_n^m$ ) から格子点上のベクトルデータ ( $u(\lambda_i, \varphi_j), v(\lambda_i, \varphi_j)$ ) を求めるものである。

## 3. 呼び出し方法

STS2VA(MM, JM, IM, S, U, V, P, Q, R, IT, T)

LTS2VZ(MM, JM, S, V, P, Q, R)

LTS2VW(MM, JM, M, S, U, V, P, Q, R)

## 4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
JM	(I)	入力. 南北格子点数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
M	(I)	入力. 帯状波数
S	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. $s_n^m$ が格納されている配列
U	(D(JM*IM))	出力. $U(\lambda_i, \varphi_j)$ が格納される配列
V	(D(JM*IM))	出力. $V(\lambda_i, \varphi_j)$ が格納される配列
P	(D(JM*IM))	作業領域
Q	(D(JM*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
R	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
IT	(I(5))	入力. STINIT で与えられる配列
T	(D(IM*2))	入力. STINIT で与えられる配列

## 5. 備考

(a) U(JM, IM), V(JM, IM) と宣言されている場合, U(J, I), V(J, I) には  $u(\lambda_i, \varphi_j), v(\lambda_i, \varphi_j)$  が格納される (I, J の順番に注意).

(b) LTS2VZ は帯状成分  $m = 0$  についてルジャンドル逆変換の部分のみを行う。この場合, S(0:MM), V(JM) と宣言してあれば, S(N), V(J) にはそれぞれ  $s_n^0, V^0(\varphi_j)$  が対応する。ここに,  $V^0(\varphi)$  は  $v(\lambda, \varphi)$  の帯状成分である。なお,  $u$  の帯状成分は 0 であるのでこのサブルーチンでは扱わない。

(c) LTS2VW はある波成分  $m > 0$  についてルジャンドル逆変換の部分のみを行う。この場合, S(M:MM, 2), U(JM, 2), V(JM, 2) と宣言してあれば, S(N, 1), S(N, 2), U(J, 1), U(J, 2), V(J, 1), V(J, 2) にはそれぞれ  $\text{Re}(s_n^m), \text{Im}(s_n^m), \text{Re}(U^m(\varphi_j)), \text{Im}(U^m(\varphi_j)), \text{Re}(V^m(\varphi_j)), \text{Im}(V^m(\varphi_j))$  が対応する。ここに,  $U^m(\varphi), V^m(\varphi)$  は  $u(\lambda, \varphi), v(\lambda, \varphi)$  の波数  $m$  成分である。

(d) LTS2VZ および LTS2VW において, 作業領域 P の大きさは JM でよい。

## 3.9 STSRVA/LTSRVZ/LTSRVW

### 1. 機能

スペクトルデータからグリッドデータの回転的勾配に対応するベクトルデータへの変換を行う。

## 2. 定義

スペクトルデータ ( $s_n^m$ ) からスペクトル逆変換により求められる実空間のデータ  $g(\lambda, \varphi)$  に対して、回転的勾配ベクトルを

$$(u, v) \equiv \left( -\frac{\partial g}{\partial \varphi}, \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial g}{\partial \lambda} \right) \quad (24)$$

と定義するものとする (これは、流線関数と速度を結びつける関係式に対応している)。本サブルーチンは、スペクトルデータ ( $s_n^m$ ) から格子点上のベクトルデータ ( $u(\lambda_i, \varphi_j), v(\lambda_i, \varphi_j)$ ) を求めるものである。

## 3. 呼び出し方法

STSRVA(MM, JM, IM, S, U, V, P, Q, R, IT, T)

LTSRVZ(MM, JM, S, U, P, Q, R)

LTSRVW(MM, JM, M, S, U, V, P, Q, R)

## 4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
JM	(I)	入力. 南北格子点数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
M	(I)	入力. 帯状波数
S	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. $s_n^m$ が格納されている配列
U	(D(JM*IM))	出力. $U(\lambda_i, \varphi_j)$ が格納される配列
V	(D(JM*IM))	出力. $V(\lambda_i, \varphi_j)$ が格納される配列
P	(D(JM*IM))	作業領域
Q	(D(JM*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
R	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
IT	(I(5))	入力. STINIT で与えられる配列
T	(D(IM*2))	入力. STINIT で与えられる配列

## 5. 備考

(a)  $U(JM, IM), V(JM, IM)$  と宣言されている場合,  $U(J, I), V(J, I)$  には  $u(\lambda_i, \varphi_j), v(\lambda_i, \varphi_j)$  が格納される (I, J の順番に注意)。

(b) LTSRVZ は帯状成分  $m = 0$  についてルジャンドル逆変換の部分のみを行う。この場合,  $S(0:MM), U(JM)$  と宣言してあれば,  $S(N), U(J)$  にはそれぞれ  $s_n^0, U^0(\varphi_j)$  が対応する。ここに,  $U^0(\varphi)$  は  $u(\lambda, \varphi)$  の帯状成分である。なお,  $v$  の帯状成分は 0 であるのでこのサブルーチンでは扱わない。

(c) LTSRVW はある波成分  $m > 0$  についてルジャンドル逆変換の部分のみを行う。この場合,  $S(M:MM, 2), U(JM, 2), V(JM, 2)$  と宣言してあれば,  $S(N, 1), S(N, 2), U(J, 1), U(J, 2), V(J, 1), V(J, 2)$  にはそれぞれ  $\text{Re}(s_n^m), \text{Im}(s_n^m), \text{Re}(U^m(\varphi_j)), \text{Im}(U^m(\varphi_j)), \text{Re}(V^m(\varphi_j)), \text{Im}(V^m(\varphi_j))$  が対応する。ここに,  $U^m(\varphi), V^m(\varphi)$  は  $u(\lambda, \varphi), v(\lambda, \varphi)$  の波数  $m$  成分である。

(d) LTSRVZ および LTS2VW において、作業領域 P の大きさは JM でよい。

### 3.10 STG2SA/LTG2SZ/LTG2SW

#### 1. 機能

グリッドデータからスペクトルデータへの変換を行う。

#### 2. 定義

スペクトル正変換 (概要を参照) により格子点上のグリッドデータ ( $g(\lambda_i, \varphi_j)$ ) からスペクトルデータ ( $s_n^m$ ) を求める。

#### 3. 呼び出し方法

STG2SA(MM, JM, IM, G, S, P, Q, R, IT, T)

LTG2SZ(MM, JM, G, S, P, Q, R)

LTG2SW(MM, JM, M, G, S, P, Q, R)

#### 4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
JM	(I)	入力. 南北格子点数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
M	(I)	入力. 帯状波数
G	(D(JM*IM))	入力. $g(\lambda_i, \varphi_j)$ されている配列
S	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $s_n^m$ が格納が格納される配列
P	(D(JM*IM))	作業領域
Q	(D(JM*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
R	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
IT	(I(5))	入力. STINIT で与えられる配列
T	(D(IM*2))	入力. STINIT で与えられる配列

#### 5. 備考

(a) G(JM, IM) と宣言されている場合, G(J, I) には  $g(\lambda_i, \varphi_j)$  が格納されていること (I, J の順番に注意)。

(b) LTG2SZ は帯状成分  $m = 0$  についてルジャンドル正変換の部分のみを行う。この場合, S(0:MM), G(JM) と宣言してあれば, S(N), G(J) にはそれぞれ  $s_n^0, G^0(\varphi_j)$  (概要を参照) が対応する。

(c) LTG2SW はある波成分  $m > 0$  についてルジャンドル正変換の部分のみを行う。この場合, S(M:MM, 2), G(JM, 2) と宣言してあれば, S(N, 1), S(N, 2), G(J, 1), G(J, 2) にはそれぞれ  $\text{Re}(s_n^m), \text{Im}(s_n^m), \text{Re}(G^m(\varphi_j)), \text{Im}(G^m(\varphi_j))$  (概要を参照) が対応する。

(d) LTG2SZ および LTG2SW において, 作業領域 P の大きさは JM でよい。

(e) STG2SA/LTG2SZ/LTG2SW において, 入力 G は保存されない。

### 3.11 STV2SA/LTV2SZ/LTV2SW

#### 1. 機能

格子点上のベクトルデータからその発散に対応するスペクトルデータへの変換を行う。

## 2. 定義

ベクトルデータ  $(u(\lambda, \varphi), v(\lambda, \varphi))$  に対して, 発散を

$$g \equiv \frac{\partial u}{\cos \varphi \partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \varphi)}{\cos \varphi \partial \varphi} \quad (25)$$

と定義するものとする. 本サブルーチンは, 格子点上のベクトルデータ  $(u(\lambda_i, \varphi_j), v(\lambda_i, \varphi_j))$  からこの発散  $g$  に対応するスペクトルデータ  $(s_n^m)$  を求めるものである.

## 3. 呼び出し方法

STV2SA(MM, JM, IM, U, V, S, P, Q, R, IT, T)

LTV2SZ(MM, JM, V, S, P, Q, R)

LTV2SW(MM, JM, M, U, V, S, P, Q, R)

## 4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
JM	(I)	入力. 南北格子点数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
M	(I)	入力. 帯状波数
U	(D(JM*IM))	入力. $u(\lambda_i, \varphi_j)$ が格納される配列
V	(D(JM*IM))	入力. $v(\lambda_i, \varphi_j)$ が格納される配列
S	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $s_n^m$ が格納されている配列
P	(D(JM*IM))	作業領域
Q	(D(JM*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
R	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
IT	(I(5))	入力. STINIT で与えられる配列
T	(D(IM*2))	入力. STINIT で与えられる配列

## 5. 備考

(a) U(JM, IM), V(JM, IM) と宣言されている場合, U(J, I), V(J, I) には  $u(\lambda_i, \varphi_j), v(\lambda_i, \varphi_j)$  が格納されていること (I, J の順番に注意).

(b) LTV2SZ は帯状成分  $m = 0$  についてルジャンドル正変換の部分のみを行う. この場合, S(0:MM), V(JM) と宣言してあれば, S(N), V(J) にはそれぞれ  $s_n^0, V^0(\varphi_j)$  が対応する. ここに,  $V^0(\varphi)$  は  $v(\lambda, \varphi)$  の帯状成分である. なお,  $u$  の帯状成分は発散に寄与しないのでこのサブルーチンでは扱わない.

(c) LTV2SW はある波成分  $m > 0$  についてルジャンドル正変換の部分のみを行う. この場合, S(M:MM, 2), U(JM, 2), V(JM, 2) と宣言してあれば, S(N, 1), S(N, 2), U(J, 1), U(J, 2), V(J, 1), V(J, 2) にはそれぞれ  $\text{Re}(s_n^m), \text{Im}(s_n^m), \text{Re}(U^m(\varphi_j)), \text{Im}(U^m(\varphi_j)), \text{Re}(V^m(\varphi_j)), \text{Im}(V^m(\varphi_j))$  が対応する. ここに,  $U^m(\varphi), V^m(\varphi)$  は  $u(\lambda, \varphi), v(\lambda, \varphi)$  の波数  $m$  成分である.

(d) LTV2SZ および LTV2SW において, 作業領域 P の大きさは JM でよい.

(e) STV2SA/LTV2SZ/LTV2SW において, 入力 U, V は保存されない.

### 3.12 STVRSZ/LTVRSZ/LTVRSW

#### 1. 機能

格子点上のベクトルデータからその回転的発散に対応するスペクトルデータへの変換を行う。

#### 2. 定義

ベクトルデータ  $(u(\lambda, \varphi), v(\lambda, \varphi))$  に対して、回転的発散を

$$g \equiv \frac{\partial v}{\cos \varphi \partial \lambda} - \frac{\partial(u \cos \varphi)}{\cos \varphi \partial \varphi} \quad (26)$$

と定義するものとする (これは、速度場と渦度を結びつける関係式に対応している)。本サブルーチンは、格子点上のベクトルデータ  $(u(\lambda_i, \varphi_j), v(\lambda_i, \varphi_j))$  からこの回転的発散  $g$  に対応するスペクトルデータ  $(s_n^m)$  を求めるものである。

#### 3. 呼び出し方法

STVRSZ(MM, JM, IM, U, V, S, P, Q, R, IT, T)

LTVRSZ(MM, JM, U, S, P, Q, R)

LTVRSW(MM, JM, M, U, V, S, P, Q, R)

#### 4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
JM	(I)	入力. 南北格子点数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
M	(I)	入力. 帯状波数
U	(D(JM*IM))	入力. $u(\lambda_i, \varphi_j)$ が格納される配列
V	(D(JM*IM))	入力. $v(\lambda_i, \varphi_j)$ が格納される配列
S	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $s_n^m$ が格納されている配列
P	(D(JM*IM))	作業領域
Q	(D(JM*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
R	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
IT	(I(5))	入力. STINIT で与えられる配列
T	(D(IM*2))	入力. STINIT で与えられる配列

#### 5. 備考

(a) U(JM, IM), V(JM, IM) と宣言されている場合, U(J, I), V(J, I) には  $u(\lambda_i, \varphi_j), v(\lambda_i, \varphi_j)$  が格納されていること (I, J の順番に注意)。

(b) LTVRSZ は帯状成分  $m = 0$  についてルジャンドル正変換の部分のみを行う。この場合, S(0:MM), U(JM) と宣言してあれば, S(N), U(J) にはそれぞれ  $s_n^0, U^0(\varphi_j)$  が対応する。ここに,  $U^0(\varphi)$  は  $u(\lambda, \varphi)$  の帯状成分である。なお,  $v$  の帯状成分は回転的発散に寄与しないのでこのサブルーチンでは扱わない。

(c) LTVRSW はある波成分  $m > 0$  についてルジャンドル正変換の部分のみを行う。この場合, S(M:MM, 2), U(JM, 2), V(JM, 2) と宣言してあれば, S(N, 1), S(N, 2), U(J, 1), U(J, 2), V(J, 1), V(J, 2) にはそれぞれ  $\text{Re}(s_n^m), \text{Im}(s_n^m), \text{Re}(U^m(\varphi_j)), \text{Im}(U^m(\varphi_j)), \text{Re}(V^m(\varphi_j)), \text{Im}(V^m(\varphi_j))$  が対応する。ここに,  $U^m(\varphi), V^m(\varphi)$  は  $u(\lambda, \varphi), v(\lambda, \varphi)$  の波数  $m$  成分である。

- (d) LTVRSZ および LTVRSW において, 作業領域 P の大きさは JM でよい.
- (e) STVRSZ/LTVRSZ/LTVRSW において, 入力 U, V は保存されない.

### 3.13 STAJBA

#### 1. 機能

ヤコビアン の計算を行う.

#### 2. 定義

スペクトル展開された変数  $a(\lambda, \varphi), b(\lambda, \varphi)$

$$a(\lambda, \varphi) \equiv \sum_{n=0}^M \sum_{m=-n}^n a_n^m P_n^m(\sin \varphi) e^{im\lambda} \quad (27)$$

$$b(\lambda, \varphi) \equiv \sum_{n=0}^M \sum_{m=-n}^n b_n^m P_n^m(\sin \varphi) e^{im\lambda} \quad (28)$$

に対して, ヤコビアン  $J(a, b)$  は

$$J(a, b) \equiv \frac{\partial a}{\partial \lambda} \frac{\partial b}{\partial \mu} - \frac{\partial b}{\partial \lambda} \frac{\partial a}{\partial \mu} \quad (29)$$

と定義される. ここに,  $\mu \equiv \sin \varphi$  である. 本サブルーチンは, 上記の  $a_n^m, b_n^m$  を入力として,  $J(a, b)$  の切断波数  $M$  までのスペクトル展開係数  $c_n^m$

$$c_n^m \equiv \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 J(a, b) P_n^m(\mu) e^{-im\lambda} d\mu d\lambda \quad (30)$$

を求めるものである.

#### 3. 呼び出し方法

STAJBA(MM, JM, IM, A, B, C, P, Q, R, IT, T)

#### 4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
JM	(I)	入力. 南北格子点数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
M	(I)	入力. 帯状波数
A	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. $a_n^m$ が格納されている配列
B	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. $b_n^m$ が格納されている配列
C	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $c_n^m$ が格納される配列
P	(D(JM*IM*4))	作業領域
Q	(D(JM*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
R	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. ST(LT)INIT で与えられる配列
IT	(I(5))	入力. STINIT で与えられる配列
T	(D(IM*2))	入力. STINIT で与えられる配列

## 5. 備考

- (a) 作業領域  $P$  の大きさが他の変換ルーチンと異なることに注意.
- (b) aliasing を除くために十分な JM, IM の大きさについては, STINIT の項を参照.