

# FTPACK 使用の手引 (version 1.0)

石岡 圭一 (2000/09/19)

## 1 概要

これは、高速フーリエ変換を行なうサブルーチンパッケージである。データアクセスをできるだけ連続的にすることにより、ベクトル計算機上での高速化をはかっているが、通常の計算機上で使用しても十分高速である(ただし、通常の計算機の CPU およびキャッシュの性質を十分考慮して最適化された FFT ルーチン、例えば FFTW (<http://www.fftw.org/>) にはさすがにかなわないので、そのような計算機で FFT を実行する必要がある、かつ実行時間の削減が重要である場合には、そのような最適化された FFT ルーチンの使用を薦める)。なお、変換の基底は 2,3,4,5 であるので、これらの素因数の積で表されるデータ長の変換に限られる。

以下のサブルーチン群の中で初期化をおこなうサブルーチン(サブルーチン名が I で終わる)は、そのサブルーチン群に属する変換ルーチンを用いる際、かならず最初に 1 回呼ばなければならない。ただしそれ以後は、異なるデータ数を指定するときに限って初期化ルーチンを呼べばよい。なお、初期化ルーチンが用いる作業領域は、同じサブルーチン群に属する変換ルーチンを用いている間変更してはならない。(この作業領域には、因数と三角関数表が格納されている)。

また、ベクトル化の効率を上げるために、同じ項数の時系列データを複数個同時にフーリエ変換する仕様になっている。つまり、2 次元配列  $X(I, J)$ ,  $I=1, 2, \dots, M$ ,  $J=1, 2, \dots, N$  が与えられた場合、各  $I$  について、 $X(I, 1), X(I, 2), \dots, X(I, N)$  に対するフーリエ変換を行なう。すなわち、この場合  $N$  項のフーリエ変換を  $M$  回繰り返すことになる。時系列データが 1 種類だけの場合は  $M=1$  とすればよい。

## 2 サブルーチンのリスト

### 離散型原始複素フーリエ変換

FTTZLI(N, IT, T)	初期化をおこなう.
FTTZLM(M, N, X, Y, IT, T)	変換をおこなう.

### 離散型複素フーリエ変換

FTTZUI(N, IT, T)	初期化をおこなう.
FTTZUF(M, N, X, Y, IT, T)	正変換をおこなう.
FTTZUB(M, N, X, Y, IT, T)	逆変換をおこなう.

### 離散型実フーリエ変換

FTTRUI(N, IT, T)	初期化をおこなう.
FTTRUF(M, N, X, Y, IT, T)	正変換をおこなう.
FTTRUB(M, N, X, Y, IT, T)	逆変換をおこなう.

### 離散型 cosine 変換 (台形公式)

FTTCTI(N, IT, T)	初期化をおこなう.
FTTCTF(M, N, X, Y, IT, T)	正変換をおこなう.
FTTCTB(M, N, X, Y, IT, T)	逆変換をおこなう.

### 離散型 sine 変換 (台形公式)

FTTSTI(N, IT, T)	初期化をおこなう.
FTTSTF(M, N, X, Y, IT, T)	正変換をおこなう.
FTTSTB(M, N, X, Y, IT, T)	逆変換をおこなう.

### 離散型 cosine 変換 (中点公式)

FTTCMI(N, IT, T)	初期化をおこなう.
FTTCMF(M, N, X, Y, IT, T)	正変換をおこなう.
FTTCMB(M, N, X, Y, IT, T)	逆変換をおこなう.

### 離散型 sine 変換 (中点公式)

FTTSMI(N, IT, T)	初期化をおこなう.
FTTSMF(M, N, X, Y, IT, T)	正変換をおこなう.
FTTSMB(M, N, X, Y, IT, T)	逆変換をおこなう.

### 3 サブルーチンの説明

#### 3.1 FTTZLI/FTTZLM

##### 1. 機能

1次元(項数  $N$ )の複素時系列データ  $\{\alpha_k\}$  が  $M$  個与えられたとき、離散型原始複素フーリエ変換をFFTにより行なう。ただし、 $N$  は  $N = 2^a 3^b 5^c$  ( $a, b, c: 0$  または自然数) であること。FTTZLI は初期化を行う; FTTZLM はフーリエ変換を行う。

##### 2. 定義

###### • 原始複素フーリエ変換

$\{\alpha_k\}$  を入力し、次の変換を行ない、 $\{x_j\}$  を求める。

$$x_j = \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_k \exp(2\pi i \frac{jk}{N}), \quad j = 0, 1, \dots, N-1$$

##### 3. 呼び出し方法

FTTZLI(N, IT, T)

FTTZLM(M, N, X, Y, IT, T)

##### 4. パラメーターの説明

- M (I) 入力. 同時に変換する時系列の個数  $M$
- N (I) 入力. 変換の項数  $N$
- X (D) 入力.  $\{\alpha_k\}$   
出力.  $\{x_j\}$   
大きさ  $M \times N \times 2$  の3次元配列
- Y (D) 作業領域. 大きさ  $M \times N \times 2$  の1次元配列
- IT (I) 作業領域. 大きさ5の1次元配列
- T (D) 作業領域. 大きさ  $N \times 2$  の1次元配列

##### 5. データの格納方法

$X(M, 0:N-1, 2)$  と宣言されている場合、各  $I$  について以下のようにデータが格納される。

$X(I, 0, 1)$	$X(I, 0, 2)$	$X(I, 1, 1)$	$X(I, 1, 2)$	...	$X(I, N-1, 1)$	$X(I, N-1, 2)$
$\text{Re}(x_0)$	$\text{Im}(x_0)$	$\text{Re}(x_1)$	$\text{Im}(x_1)$	...	$\text{Re}(x_{N-1})$	$\text{Im}(x_{N-1})$
$\text{Re}(\alpha_0)$	$\text{Im}(\alpha_0)$	$\text{Re}(\alpha_1)$	$\text{Im}(\alpha_1)$	...	$\text{Re}(\alpha_{N-1})$	$\text{Im}(\alpha_{N-1})$

## 3.2 FTTZUI/FTTZUF/FTTZUB

### 1. 機能

1 次元 (項数  $N$ ) の複素時系列データ  $\{x_j\}$  または  $\{\alpha_k\}$  が  $M$  個与えられたとき、離散型複素フーリエ正変換、またはその逆変換を FFT により行う。ただし、 $N$  は  $N = 2^a 3^b 5^c$  ( $a, b, c : 0$  または自然数) であること。FTTZUI は初期化を行う; FTTZUF はフーリエ正変換を行う; FTTZUB はフーリエ逆変換を行う。

### 2. 定義

#### • フーリエ正変換

$\{x_j\}$  を入力し、次の変換を行ない、 $\{\alpha_k\}$  を求める。

$$\alpha_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j \exp(-2\pi i \frac{jk}{N}), \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

#### • フーリエ逆変換

$\{\alpha_k\}$  を入力し、次の変換を行ない、 $\{x_j\}$  を求める。

$$x_j = \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_k \exp(2\pi i \frac{jk}{N}), \quad j = 0, 1, \dots, N-1$$

### 3. 呼び出し方法

FTTZUI (N, IT, T)

FTTZUF (M, N, X, Y, IT, T)

FTTZUB (M, N, X, Y, IT, T)

### 4. パラメーターの説明

- M (I) 入力. 同時に変換する時系列の個数  $M$
- N (I) 入力. 変換の項数  $N$
- X (D) 入力.  $\{x_j\}$  または  $\{\alpha_k\}$   
出力.  $\{\alpha_k\}$  または  $\{x_j\}$   
大きさ  $M \times N \times 2$  の 3 次元配列
- Y (D) 作業領域. 大きさ  $M \times N \times 2$  の 1 次元配列
- IT (I) 作業領域. 大きさ 5 の 1 次元配列
- T (D) 作業領域. 大きさ  $N \times 2$  の 1 次元配列

### 5. データの格納方法

$X(M, 0:N-1, 2)$  と宣言されている場合、各 I について以下のようにデータが格納される。

$X(I, 0, 1)$	$X(I, 0, 2)$	$X(I, 1, 1)$	$X(I, 1, 2)$	...	$X(I, N-1, 1)$	$X(I, N-1, 2)$
$\text{Re}(x_0)$	$\text{Im}(x_0)$	$\text{Re}(x_1)$	$\text{Im}(x_1)$	...	$\text{Re}(x_{N-1})$	$\text{Im}(x_{N-1})$
$\text{Re}(\alpha_0)$	$\text{Im}(\alpha_0)$	$\text{Re}(\alpha_1)$	$\text{Im}(\alpha_1)$	...	$\text{Re}(\alpha_{N-1})$	$\text{Im}(\alpha_{N-1})$

### 3.3 FTTRUI/FTTRUF/FTTRUB

#### 1. 機能

1次元 (項数  $N$ ) の実時系列データ  $\{x_j\}$  が  $M$  個与えられたとき, 離散型実フーリエ正変換, またはその逆変換を FFT により行う. ただし,  $N$  は偶数で, かつ  $N/2 = 2^a 3^b 5^c$  ( $a, b, c : 0$  または自然数) であること. FTTRUI は初期化を行う; FTTRUF はフーリエ正変換を行う; FTTRUB はフーリエ逆変換を行う.

#### 2. 定義

##### • フーリエ正変換

$\{x_j\}$  を入力し, 次の変換を行ない,  $\{a_k\}, \{b_k\}$  を求める.

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j \cos \frac{2\pi jk}{N}, \quad k = 0, 1, \dots, N/2$$

$$b_k = -\frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j \sin \frac{2\pi jk}{N}, \quad k = 1, 2, \dots, N/2 - 1$$

##### • フーリエ逆変換

$\{a_k\}, \{b_k\}$  を入力し, 次の変換を行ない,  $\{x_j\}$  を求める.

$$x_j = a_0 + a_{N/2}(-1)^j + 2 \sum_{k=1}^{N/2-1} (a_k \cos \frac{2\pi jk}{N} - b_k \sin \frac{2\pi jk}{N}) \quad j = 0, 1, \dots, N-1$$

#### 3. 呼び出し方法

FTTRUI(N, IT, T)

FTTRUF(M, N, X, Y, IT, T)

FTTRUB(M, N, X, Y, IT, T)

#### 4. パラメーターの説明

- M (I) 入力. 同時に変換する時系列の個数  $M$
- N (I) 入力. 変換の項数  $N$
- X (D) 入力.  $\{x_j\}$  または  $\{a_k\}, \{b_k\}$   
出力.  $\{a_k\}, \{b_k\}$  または  $\{x_j\}$   
大きさ  $M \times N$  の 2 次元配列
- Y (D) 作業領域. 大きさ  $M \times N$  の 1 次元配列
- IT (I) 作業領域. 大きさ 5 の 1 次元配列
- T (D) 作業領域. 大きさ  $N \times 2$  の 1 次元配列

#### 5. データの格納方法

$X(M, 0:N-1)$  と宣言されている場合, 各  $I$  について以下のようにデータが格納される.

$X(I, 0)$	$X(I, 1)$	$X(I, 2)$	$X(I, 3)$	$\dots$	$X(I, N-2)$	$X(I, N-1)$
$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\dots$	$x_{N-2}$	$x_{N-1}$
$a_0$	$a_{N/2}$	$a_1$	$b_1$	$\dots$	$a_{N/2-1}$	$b_{N/2-1}$

### 3.4 FTTCTI/FTTCTF/FTTCTB

#### 1. 機能

周期  $2\pi$  の偶関数  $x(t)$  の半周期を  $N$  等分した  $N+1$  個の標本  $\{x_j\}$ ,

$$x_j = x\left(\frac{\pi j}{N}\right), \quad j = 0, 1, \dots, N$$

が  $M$  個与えられたとき, 台形公式による離散型 cosine 変換, またはその逆変換を FFT により行なう. ただし,  $N$  は偶数で, かつ  $N/2 = 2^a 3^b 5^c$  ( $a, b, c: 0$  または自然数) であること.

#### 2. 定義

- cosine 正変換 (台形公式)

$\{x_j\}$  を入力し, 次の変換を行ない,  $\{a_k\}$  を求める.

$$a_k = \frac{2}{N} \left( \frac{1}{2}x_0 + \frac{1}{2}x_N(-1)^k + \sum_{j=1}^{N-1} x_j \cos \frac{\pi j k}{N} \right) \quad (k = 0, 1, \dots, N)$$

- cosine 逆変換 (台形公式)(正変換と定数倍異なるだけ)

$\{a_k\}$  を入力し, 次の変換を行ない,  $\{x_j\}$  を求める.

$$x_j = \frac{1}{2}a_0 + \frac{1}{2}a_N(-1)^j + \sum_{k=1}^{N-1} a_k \cos \frac{\pi j k}{N} \quad (j = 0, 1, \dots, N)$$

#### 3. 呼び出し方法

FTTCTI(N, IT, T)

FTTCTF(M, N, X, Y, IT, T)

FTTCTB(M, N, X, Y, IT, T)

#### 4. パラメーターの説明

- M (I) 入力. 同時に変換する時系列の個数  
N (I) 入力. 変換の項数 - 1 ( $N$ )  
X (D) 入力.  $\{x_j\}$  または  $\{a_k\}$   
出力.  $\{a_k\}$  または  $\{x_j\}$   
大きさ  $M \times (N+1)$  の 2 次元配列  
Y (D) 作業領域. 大きさ  $M \times N$  の 1 次元配列  
IT (I) 作業領域. 大きさ 5 の 1 次元配列  
T (D) 作業領域. 大きさ  $3N$  の 1 次元配列

#### 5. データの格納方法

$X(M, 0:N)$  と宣言されている場合, 各 I について以下のようにデータが格納される.

$X(I, 0)$	$X(I, 1)$	$\dots$	$X(I, N-1)$	$X(I, N)$
$x_0$	$x_1$	$\dots$	$x_{N-1}$	$x_N$
$a_0$	$a_1$	$\dots$	$a_{N-1}$	$a_N$

#### 6. 備考

- 配列 X と Y との大きさが異なることに注意.

### 3.5 FTTSTI/FTTSTF/FTTSTB

#### 1. 機能

周期  $2\pi$  の奇関数  $x(t)$  の半周期を  $N$  等分した  $N-1$  個の標本  $\{x_j\}$ ,

$$x_j = x\left(\frac{\pi j}{N}\right), \quad j = 1, 2, \dots, N-1$$

が  $M$  個与えられたとき, 台形公式による離散型 sine 変換, またはその逆変換を FFT により行なう. ただし,  $N$  は偶数で, かつ  $N/2 = 2^a 3^b 5^c$  ( $a, b, c: 0$  または自然数) であること.

#### 2. 定義

- sine 変換 (台形公式)

$\{x_j\}$  を入力し, 次の変換を行ない,  $\{b_k\}$  を求める.

$$b_k = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^{N-1} x_j \sin \frac{\pi j k}{N} \quad (k = 1, 2, \dots, N-1)$$

- sine 逆変換 (台形公式)(正変換と定数倍異なるだけ)

$\{b_k\}$  を入力し, 次の変換を行ない,  $\{x_j\}$  を求める.

$$x_j = \sum_{k=1}^{N-1} b_k \sin \frac{\pi j k}{N} \quad (j = 1, 2, \dots, N-1)$$

#### 3. 呼び出し方法

FTTSTI(N, IT, T)

FTTSTF(M, N, X, Y, IT, T)

FTTSTB(M, N, X, Y, IT, T)

#### 4. パラメーターの説明

- |    |     |   |
|----|-----|---|
| M  | (I) | 入力. 同時に変換する時系列の個数   |
| N  | (I) | 入力. 変換の項数 ( $N$ )   |
| X  | (D) | 入力. $\{x_j\}$ または $\{b_k\}$<br>出力. $\{b_k\}$ または $\{x_j\}$<br>大きさ $M \times N$ の 2 次元配列 |
| Y  | (D) | 作業領域. 大きさ $M \times N$ の 1 次元配列   |
| IT | (I) | 作業領域. 大きさ 5 の 1 次元配列  |
| T  | (D) | 作業領域. 大きさ $5N/2$ の 1 次元配列   |

#### 5. データの格納方法

$X(M, N)$  と宣言されている場合, 各  $I$  について以下のようにデータが格納される.

$X(I, 1)$	$X(I, 2)$	$\dots$	$X(I, N-1)$	$X(I, N)$
$x_1$	$x_2$	$\dots$	$x_{N-1}$	$x_N = 0$
$b_1$	$b_2$	$\dots$	$b_{N-1}$	$b_N = 0$

## 6. 備考

- 配列 X の 2 次元目の大きさは, 変換データそのものを格納するよりのに必要な  $N-1$  より 1 つだけ大きく  $N$  ととらなければならないことに注意が必要である (この部分は作業領域として使われる).

## 3.6 FTTCMI/FTTCMF/FTTCMB

### 1. 機能

周期  $2\pi$  の偶関数  $x(t)$  の半周期を  $N$  等分した  $N$  個の標本  $\{x_{j+1/2}\}$ ,

$$x_{j+1/2} = x\left(\frac{\pi(j+1/2)}{N}\right), \quad j = 0, 1, \dots, N-1$$

が  $M$  個与えられたとき, 中点公式による離散型 cosine 変換, またはその逆変換を FFT により行なう. ただし,  $N$  は偶数で, かつ  $N/2 = 2^a 3^b 5^c$  ( $a, b, c: 0$  または自然数) であること.

### 2. 定義

- cosine 正変換 (中点公式)

$\{x_{j+1/2}\}$  を入力し, 次の変換を行ない,  $\{a_k\}$  を求める.

$$a_k = \frac{2}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_{j+1/2} \cos \frac{\pi(j+1/2)k}{N} \quad (k = 0, 1, \dots, N-1)$$

- cosine 逆変換 (中点公式)

$\{a_k\}$  を入力し, 次の変換を行ない,  $\{x_{j+1/2}\}$  を求める.

$$x_{j+1/2} = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{N-1} a_k \cos \frac{\pi(j+1/2)k}{N} \quad (j = 0, 1, \dots, N-1)$$

### 3. 呼び出し方法

FTTCMI(N, IT, T)

FTTCMF(M, N, X, Y, IT, T)

FTTCMB(M, N, X, Y, IT, T)

### 4. パラメーターの説明

M	(I)	入力. 同時に変換する時系列の個数
N	(I)	入力. 変換の項数 ( $N$ )
X	(D)	入力. $\{x_{j+1/2}\}$ または $\{a_k\}$ 出力. $\{a_k\}$ または $\{x_{j+1/2}\}$ 大きさ $M \times N$ の 2 次元配列
Y	(D)	作業領域. 大きさ $M \times N$ の 1 次元配列
IT	(I)	作業領域. 大きさ 5 の 1 次元配列
T	(D)	作業領域. 大きさ $6N$ の 1 次元配列



## 5. データの格納方法

$X(M, 0:N-1)$  と宣言されている場合, 各  $I$  について以下のようにデータが格納される.

$X(I, 0)$	$X(I, 1)$	$\cdots$	$X(I, N-2)$	$X(I, N-1)$
$x_{1/2}$	$x_{3/2}$	$\cdots$	$x_{N-3/2}$	$x_{N-1/2}$
$a_0$	$a_1$	$\cdots$	$a_{N-2}$	$a_{N-1}$

## 3.7 FTSMI/FTSMF/FTSMB

### 1. 機能

周期  $2\pi$  の奇関数  $x(t)$  の半周期を  $N$  等分した  $N$  個の標本  $\{x_{j+1/2}\}$ ,

$$x_{j+1/2} = x\left(\frac{\pi(j+1/2)}{N}\right), \quad j = 0, 1, \dots, N-1$$

が  $M$  個与えられたとき, 中点公式による離散型 sine 変換, またはその逆変換を FFT により行なう. ただし,  $N$  は偶数で, かつ  $N/2 = 2^a 3^b 5^c$  ( $a, b, c: 0$  または自然数) であること.

### 2. 定義

- sine 正変換 (中点公式)

$\{x_{j+1/2}\}$  を入力し, 次の変換を行ない,  $\{b_k\}$  を求める.

$$b_k = \frac{2}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_{j+1/2} \sin \frac{\pi(j+1/2)k}{N} \quad (k = 1, 2, \dots, N)$$

- sine 逆変換 (中点公式)

$\{b_k\}$  を入力し, 次の変換を行ない,  $\{x_{j+1/2}\}$  を求める.

$$x_{j+1/2} = \frac{1}{2} b_N (-1)^j + \sum_{k=1}^{N-1} b_k \sin \frac{\pi(j+1/2)k}{N} \quad (j = 0, 1, \dots, N-1)$$

### 3. 呼び出し方法

FTSMI(N, IT, T)

FTSMF(M, N, X, Y, IT, T)

FTSMB(M, N, X, Y, IT, T)

### 4. パラメーターの説明

- |    |     |   |
|----|-----|---|
| M  | (I) | 入力. 同時に変換する時系列の個数   |
| N  | (I) | 入力. 変換の項数 ( $N$ )   |
| X  | (D) | 入力. $\{x_{j+1/2}\}$ または $\{b_k\}$<br>出力. $\{b_k\}$ または $\{x_{j+1/2}\}$<br>大きさ $M \times N$ の 2 次元配列 |
| Y  | (D) | 作業領域. 大きさ $M \times N$ の 1 次元配列   |
| IT | (I) | 作業領域. 大きさ 5 の 1 次元配列  |
| T  | (D) | 作業領域. 大きさ $6N$ の 1 次元配列   |

## 5. データの格納方法

$X(M,N)$  と宣言されている場合, 各  $I$  について以下のようにデータが格納される.

$X(I,1)$	$X(I,2)$	$\cdots$	$X(I,N-1)$	$X(I,N)$
$x_{1/2}$	$x_{3/2}$	$\cdots$	$x_{N-3/2}$	$x_{N-1/2}$
$b_1$	$b_2$	$\cdots$	$b_{N-1}$	$b_N$