

# P3PACK 使用の手引 (version 0.1)

石岡 圭一 (2002/03/31)

## 1 概要

これは、周期境界条件を持つ 3 次元流体方程式を解くための、スペクトル (3 次元フーリエ) 変換を行なうサブルーチンパッケージであり、3 次元フーリエ展開の係数から格子点値、およびその逆の変換を行なうサブルーチン、また、3 次元非圧縮 Euler 流体方程式を解くためのサブルーチンなどからなっている。また、このパッケージは FTPACK の上位パッケージであり、これらのパッケージを内部で引用している。

切断波数  $L, M, N$  のスペクトル逆変換は、以下のように表せる:

$$g(x, y, z) = \sum_{l=-L}^L \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N s_{lmn} e^{ilx} e^{imy} e^{inz}. \quad (1)$$

$g(x, y, z)$  が実数であるとする、 $s_{lmn}$  は以下の関係を満たしている必要がある:

$$s_{(-l)(-m)(-n)} = s_{lmn}^* \quad (2)$$

ここに、 $\{ \}^*$  は複素共役を表す。

また、スペクトル正変換は以下のように表せる:

$$s_{lmn} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} g(x, y, z) e^{-ilx} e^{-imy} e^{-inz} dx dy dz. \quad (3)$$

数値計算においては、上記の積分はそれぞれ離散近似される。フーリエ正変換の部分は等間隔格子点上での値を用いた離散フーリエ正変換 (FTPACK マニュアルを参照) によって近似される。ある条件のもとでは、この近似は完全な近似、すなわちもとの積分と同じ値を与える。

本ライブラリは、スペクトルデータ ( $s_{lmn}$ )  $\rightarrow$  格子点上のグリッドデータ ( $g(x_i, y_j, z_k)$ ) の逆変換を行うルーチン、等間隔格子点上のグリッドデータ ( $g(x_i, y_j, z_k)$ )  $\rightarrow$  スペクトルデータ ( $s_{lmn}$ ) の正変換を行うルーチン、そして、その他の補助ルーチンおよび 3 次元非圧縮 Euler 流体方程式のための応用ルーチン群よりなっている。

ここに、 $x_i$  は  $[0, 2\pi]$  を  $I$ -分割した格子点の  $x$  座標であり、 $x_i = (2\pi/I) \cdot i$ ;  $i = 0, 1, \dots, I-1$  である。 $y_j$  は  $[0, 2\pi]$  を  $J$ -分割した格子点の  $y$  座標であり、 $y_j = (2\pi/J) \cdot j$ ;  $j = 0, 1, \dots, J-1$  である。 $z_k$  は  $[0, 2\pi]$  を  $K$ -分割した格子点の  $z$  座標であり、 $z_k = (2\pi/K) \cdot k$ ;  $k = 0, 1, \dots, K-1$  である。

以下のサブルーチンの説明において、

LM:  $x$  方向の切断波数  $L$   
MM:  $y$  方向の切断波数  $M$   
NM:  $z$  方向の切断波数  $N$   
IM:  $x$  方向の格子点数  $I$   
JM:  $y$  方向の格子点数  $J$   
KM:  $z$  方向の格子点数  $K$

なる対応関係がある。ここに,  $KM, LM, MM, IM, JM, KM$  には以下のような制約がある。また,  $LMNM = (2*NM+1)*(2*MM+1)*(2*LM+1)$  と略記することにする。

- FFT を使うために,  $IM, JM$  および  $KM$  は 2,3,5 で素因数分解される正の整数でなければならない。さらに,  $IM$  は偶数でなければならない (これは, 実 FFT を使うためである)。
- $IM, JM$  および  $KM$  はそれぞれ,  $IM > 2*LM, JM > 2*MM$  および  $KM > 2*NM$  を満していなければならない。
- 3次元非圧縮 Euler 流体方程式のためのルーチン (P3ELNL) で aliasing を除くためには,  $IM > 3*LM, JM > 3*MM$  および  $KM > 3*NM$  としなければならない。

P3PACK において, スペクトルデータ ( $s_{lmn}$ ) は上に述べた制限をもとに, 独立な  $(2L+1)(2M+1)(2N+1)$  個の成分を以下のように配列  $S(-NM:NM, -MM:MM, -LM:LM)$  に格納して扱う。

以下  $l = L > 0, m = M > 0, n = N > 0$  として,

$S(N, M, L):$	$s_{lmn}$ の実部
$S(-N, -M, -L):$	$s_{lmn}$ の虚部
$S(N, -M, L):$	$s_{l(-m)n}$ の実部
$S(-N, M, -L):$	$s_{l(-m)n}$ の虚部
$S(-N, M, L):$	$s_{lm(-n)}$ の実部
$S(N, -M, -L):$	$s_{lm(-n)}$ の虚部
$S(-N, -M, L):$	$s_{l(-m)(-n)}$ の実部
$S(N, M, -L):$	$s_{l(-m)(-n)}$ の虚部
$S(0, M, L):$	$s_{lm0}$ の実部
$S(0, -M, -L):$	$s_{lm0}$ の虚部
$S(0, -M, L):$	$s_{l(-m)0}$ の実部
$S(0, M, -L):$	$s_{l(-m)0}$ の虚部
$S(N, 0, L):$	$s_{l0n}$ の実部
$S(-N, 0, -L):$	$s_{l0n}$ の虚部
$S(-N, 0, L):$	$s_{l0(-n)}$ の実部
$S(N, 0, -L):$	$s_{l0(-n)}$ の虚部
$S(N, M, 0):$	$s_{0mn}$ の実部
$S(-N, -M, 0):$	$s_{0mn}$ の虚部
$S(-N, M, 0):$	$s_{0m(-n)}$ の実部
$S(N, -M, 0):$	$s_{0m(-n)}$ の虚部
$S(0, 0, L):$	$s_{l00}$ の実部
$S(0, 0, -L):$	$s_{l00}$ の虚部
$S(0, M, 0):$	$s_{0m0}$ の実部
$S(0, -M, 0):$	$s_{0m0}$ の虚部
$S(N, 0, 0):$	$s_{00n}$ の実部
$S(-N, 0, 0):$	$s_{00n}$ の虚部
$S(0, 0, 0):$	$s_{000}$ (実数)

と格納されている。

## 2 サブルーチンのリスト

P3INIT	初期化
P3S2GA	スペクトルデータからグリッドデータへの変換
P3G2SA	グリッドデータからスペクトルデータへの変換
P3ELNL	3次元非圧縮 Euler 流体の渦度方程式に従った時間変化率の計算
P3CNSV	3次元非圧縮 Euler 流体の保存量の計算
P3ESPT	3次元非圧縮 Euler 流体のエネルギースペクトルを計算する
P3GETO	渦度ベクトルの展開係数を求める
P3GETU	流速ベクトルの展開係数を求める

## 3 サブルーチンの説明

### 3.1 P3INIT

1. 機能 P3PACK の初期化ルーチン. P3PACK の他のサブルーチンを使用する前に必ず一度呼ばねばならない.

2. 定義

3. 呼び出し方法

P3INIT(KM, JM, IM, ITK, TK, ITJ, TJ, ITI, TI)

4. パラメーターの説明

KM	(I)	入力. $z$ 方向の格子点数
JM	(I)	入力. $y$ 方向の格子点数
IM	(I)	入力. $x$ 方向の格子点数
ITK	(I(5))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列
TK	(D(KM*2))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列
ITJ	(I(5))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列
TJ	(D(JM*2))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列
ITI	(I(5))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列
TI	(D(IM*2))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列

5. 備考

(a) P3PACK を使用している間, 配列 ITK, TK, ITJ, TJ, ITI, TI の内容を変更してはならない.

### 3.2 P3S2GA

1. 機能

スペクトルデータからグリッドデータへの変換を行う.

2. 定義

スペクトル逆変換 (概要を参照) によりスペクトルデータ ( $s_{lmn}$ ) から格子点上のグリッドデータ ( $g(x_i, y_j, z_k)$ ) を求める.

### 3. 呼び出し方法

P3S2GA(NM,MM,LM,KM,JM,IM,S,G,W,ITK,TK,ITJ,TJ,ITI,II)

### 4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. $z$ 方向の切断波数
MM	(I)	入力. $y$ 方向の切断波数
LM	(I)	入力. $x$ 方向の切断波数
KM	(I)	入力. $z$ 方向の格子点数
JM	(I)	入力. $y$ 方向の格子点数
IM	(I)	入力. $x$ 方向の格子点数
S	(D(LMNM))	入力. $s_{lmn}$ が格納されている配列
G	(D(KM*JM*IM))	出力. $g(x_i, y_j, z_k)$ が格納される配列
W	(D(KM*JM*IM))	作業領域
ITK	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TK	(D(KM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITJ	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TJ	(D(JM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITI	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
II	(D(IM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列

### 5. 備考

- (a)  $G(0:KM-1, 0:JM-1, 0:IM-1)$  と宣言されている場合,  $G(K,J,I)$  には  $g(x_i, y_j, z_k)$  が格納される ( $I, J, K$  の順番に注意).
- (b) 概要にも書いてあるように,  $LMNM = (2*NM+1)*(2*MM+1)*(2*LM+1)$  と略記している.

## 3.3 P3G2SA

### 1. 機能

グリッドデータからスペクトルデータへの変換を行う.

### 2. 定義

スペクトル正変換 (概要を参照) により格子点上のグリッドデータ ( $g(x_i, y_j, z_k)$ ) からスペクトルデータ ( $s_{lmn}$ ) を求める.

### 3. 呼び出し方法

P3G2SA(NM,MM,LM,KM,JM,IM,G,S,W,ITK,TK,ITJ,TJ,ITI,II)

### 4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. $z$ 方向の切断波数
MM	(I)	入力. $y$ 方向の切断波数
LM	(I)	入力. $x$ 方向の切断波数
KM	(I)	入力. $z$ 方向の格子点数
JM	(I)	入力. $y$ 方向の格子点数
IM	(I)	入力. $x$ 方向の格子点数
G	(D(KM*JM*IM))	入力. $g(x_i, y_j, z_k)$ が格納されている配列
S	(D(LMNM))	出力. $s_{lmn}$ が格納される配列
W	(D(KM*JM*IM))	作業領域
ITK	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TK	(D(KM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITJ	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TJ	(D(JM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITI	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TI	(D(IM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列

## 5. 備考

(a) P3G2SA において, 入力 G は保存されない.

## 3.4 P3ELNL

### 1. 機能

3 次元非圧縮 Euler 流体の渦度方程式に従った時間変化率を計算する.

### 2. 定義

3 次元非圧縮 Euler 流体に対する渦度方程式は以下のように書ける.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \omega)$$

ここに,  $\omega$  および  $\mathbf{u}$  はそれぞれ渦度と流速のベクトルであり, 両者には

$$\omega = \nabla \times \mathbf{u}$$

なる関係がある. 両辺の回転をとって, 流れ場の非圧縮性

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

を考慮すると,

$$\nabla \times \omega = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \Delta \mathbf{u} = -\Delta \mathbf{u}$$

が得られるので, 与えられた周期境界条件のもとで  $\omega$  から  $\mathbf{u}$  を求めることができる. すなわち,  $\omega$  および  $\mathbf{u}$  の波数空間での展開係数を  $\hat{\omega}_{lmn}$   $\hat{\mathbf{u}}_{lmn}$  と表すことにすれば,

$$(il, im, in) \times \hat{\omega}_{lmn} = (l^2 + m^2 + n^2) \hat{\mathbf{u}}_{lmn}$$

となるので,  $l = m = n = 0$  以外の成分については  $\hat{\omega}_{lmn}$  から  $\hat{u}_{lmn}$  を求めることができる.  
 $l = m = n = 0$  の平均流成分についてはこの式からは決まらないが, この成分についてはガ  
 リレイ変換の意味しかないので,  $\hat{u}_{000} = 0$  として扱うものとする.

また,  $\omega$  自体にも

$$\nabla \cdot \omega = 0$$

なる性質があるので,  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  の3成分は独立ではなく, その展開係数  $((\hat{\omega}_1)_{lmn}, (\hat{\omega}_2)_{lmn}, (\hat{\omega}_3)_{lmn})$   
 は

$$l(\hat{\omega}_1)_{lmn} + m(\hat{\omega}_2)_{lmn} + n(\hat{\omega}_3)_{lmn} = 0$$

なる式を満たしていなければならない. そこで, 2 つの変数  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}, (\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  を導入し,

if  $l \neq 0$

$$(\hat{\zeta}_1)_{lmn} = (\hat{\omega}_2)_{lmn}, \quad (\hat{\zeta}_2)_{lmn} = (\hat{\omega}_3)_{lmn}$$

else if  $m \neq 0$

$$(\hat{\zeta}_1)_{lmn} = (\hat{\omega}_3)_{lmn}, \quad (\hat{\zeta}_2)_{lmn} = (\hat{\omega}_1)_{lmn}$$

else

$$(\hat{\zeta}_1)_{lmn} = (\hat{\omega}_1)_{lmn}, \quad (\hat{\zeta}_2)_{lmn} = (\hat{\omega}_2)_{lmn}$$

end if

のように定義しておけば,  $((\hat{\omega}_1)_{lmn}, (\hat{\omega}_2)_{lmn}, (\hat{\omega}_3)_{lmn})$  の各成分は  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}, (\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  から求め  
 られる.

本サブルーチンは, 上記の  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}, (\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  を入力として, 3次元非圧縮 Euler 流体に対する  
 渦度方程式の右辺の切断波数  $L, M, N$  までのスペクトル展開係数

$$\dot{\omega}_{lmn} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \nabla \times (\mathbf{u} \times \omega) e^{-ilx} e^{-imy} e^{-inz} dx dy dz.$$

に対応して求まる  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}, (\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  の時間変化率  $(\dot{\hat{\zeta}}_1)_{lmn}, (\dot{\hat{\zeta}}_2)_{lmn}$  を求めるものである.

なお, 本サブルーチンでは,

$$\begin{aligned} (\mathbf{u} \times \omega)_1 &= u_2 \omega_3 - u_3 \omega_2 \\ &= u_2 (\partial_1 u_2 - \partial_2 u_1) - u_3 (\partial_3 u_1 - \partial_1 u_3) \\ &= \partial_1 \frac{1}{2} (u_2^2 + u_3^2) - u_2 \partial_2 u_1 - u_3 \partial_3 u_1 \\ &= \partial_1 \frac{1}{2} (u_2^2 + u_3^2) - \partial_2 (u_1 u_2) - \partial_3 (u_3 u_1) + u_1 (\partial_2 (u_2) + \partial_3 (u_3)) \\ &= \partial_1 \frac{1}{2} (u_2^2 + u_3^2) - \partial_2 (u_1 u_2) - \partial_3 (u_3 u_1) - u_1 \partial_1 (u_1) \\ &= \partial_1 \frac{1}{2} (u_2^2 + u_3^2 - u_1^2) - \partial_2 (u_1 u_2) - \partial_3 (u_3 u_1) \end{aligned}$$

のように変形できることを用いて,

$$\begin{aligned}
(\nabla \times (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}))_1 &= \partial_2(\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega})_3 - \partial_3(\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega})_2 \\
&= \partial_2 \left( \partial_3 \frac{1}{2}(u_1^2 + u_2^2 - u_3^2) - \partial_1(u_3 u_1) - \partial_2(u_2 u_3) \right) \\
&\quad - \partial_3 \left( \partial_2 \frac{1}{2}(u_3^2 + u_1^2 - u_2^2) - \partial_3(u_2 u_3) - \partial_1(u_1 u_2) \right) \\
&= \partial_2 \partial_3 (u_2^2 - u_3^2) + (\partial_3^2 - \partial_2^2)(u_2 u_3) + \partial_1 (\partial_3(u_1 u_2) - \partial_2(u_3 u_1))
\end{aligned}$$

のようにして計算することにより, 必要なスペクトル変換の回数を 8 回 (逆変換 3 回, 正変換 5 回) に減らしている.

### 3. 呼び出し方法

P3ELNL(NM,MM,LM,KM,JM,IM,Z,DZ,WS,W,ITK,TK,ITJ,TJ,ITI,TI)

### 4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. $z$ 方向の切断波数
MM	(I)	入力. $y$ 方向の切断波数
LM	(I)	入力. $x$ 方向の切断波数
KM	(I)	入力. $z$ 方向の格子点数
JM	(I)	入力. $y$ 方向の格子点数
IM	(I)	入力. $x$ 方向の格子点数
Z	(D(LMNM*2))	入力. $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納されている配列
DZ	(D(LMNM*2))	出力. $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納される配列
WS	(D(LMNM))	作業領域
W	(D(KM*JM*IM*4))	作業領域
ITK	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TK	(D(KM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITJ	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TJ	(D(JM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITI	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TI	(D(IM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列

### 5. 備考

(a)  $Z(-NM:NM, -MM:MM, -LM:LM, 2)$  と宣言されている場合,  $Z(N,M,L,1)$  の方には  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$  が,  $Z(N,M,L,2)$  の方には  $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  が格納されているものとして扱う.

また,  $DZ(-NM:NM, -MM:MM, -LM:LM, 2)$  と宣言されている場合,  $DZ(N,M,L,1)$  の方には  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$  を,  $DZ(N,M,L,2)$  の方には  $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  を格納する.

スペクトルデータの格納法については概要を参照.

(b) aliasing を除くために十分な KM, JM および IM の大きさについては, 概要を参照.

## 3.5 P3CNSV

### 1. 機能

3次元非圧縮 Euler 流体の保存量を計算する.

## 2. 定義

P3ELNL の項で導入した 3次元非圧縮 Euler 流体の渦度方程式には以下のような保存量がある:

- エネルギー ( $E$ ):

$$E \equiv \left\langle \frac{1}{2} |\mathbf{u}|^2 \right\rangle, \quad (4)$$

- ヘリシティ ( $H$ ):

$$H \equiv \langle \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega} \rangle. \quad (5)$$

ここに,  $\langle \rangle$  は全領域平均を表す記号で,

$$\langle A \rangle \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} A dx dy dz, \quad (6)$$

である.

本サブルーチンは, P3ELNL の項で導入した  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$  および  $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  を入力として, 上記の保存量  $E$  および  $H$  を求めるものである.

## 3. 呼び出し方法

P3CNSV(NM,MM,LM,Z,E,H)

## 4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. $z$ 方向の切断波数
MM	(I)	入力. $y$ 方向の切断波数
LM	(I)	入力. $x$ 方向の切断波数
Z	(D(LMNM*2))	入力. $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納されている配列
E	(D)	出力. $E$ の値
H	(D)	出力. $H$ の値

## 5. 備考

(a) Z への  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$  および  $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  の格納方法については P3ELNL の項を参照.

## 3.6 P3ESPT

### 1. 機能

3次元非圧縮 Euler 流体のエネルギースペクトルを計算する.

### 2. 定義

本サブルーチンは, P3CNSV の項で導入したエネルギーの  $[k - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2})$  なる波数成分からの寄与 (エネルギースペクトル)  $E_k(k)$  を  $k = 1, 2, \dots, k_{\max}$  の範囲で求めるものである. ここに,  $k = \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$  としている.



### 3. 呼び出し方法

P3ESPT(NM,MM,LM,KMAX,Z,ES)

### 4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. $z$ 方向の切断波数
MM	(I)	入力. $y$ 方向の切断波数
LM	(I)	入力. $x$ 方向の切断波数
KMAX	(I)	入力. エネルギースペクトルを求める波数の範囲 (上記の $k_{\max}$ )
Z	(D(LMNM*2))	入力. $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納されている配列
ES	(D(KMAX))	出力. エネルギースペクトル (上記の $E_k(k)$ が格納される配列

### 5. 備考

(a)  $KMAX > \sqrt{LM**2 + MM**2 + NM**2} - \frac{1}{2}$  としておけば, 配列 ES の値の総和は P3CNSV で求められる E の値に等しい.

## 3.7 P3GETO

### 1. 機能

渦度ベクトルの展開係数を求める.

### 2. 定義

P3ELNL の項で導入した  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$  および  $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  から, 渦度ベクトル  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  の展開係数  $((\hat{\omega}_1)_{lmn}, (\hat{\omega}_2)_{lmn}, (\hat{\omega}_3)_{lmn})$  は以下のように求められる.

if  $l \neq 0$

$$(\hat{\omega}_1)_{lmn} = -(1/l)(m(\hat{\zeta}_1)_{lmn} + n(\hat{\zeta}_2)_{lmn}),$$

$$(\hat{\omega}_2)_{lmn} = (\hat{\zeta}_1)_{lmn},$$

$$(\hat{\omega}_3)_{lmn} = (\hat{\zeta}_2)_{lmn}$$

else if  $m \neq 0$

$$(\hat{\omega}_1)_{lmn} = (\hat{\zeta}_2)_{lmn},$$

$$(\hat{\omega}_2)_{lmn} = -(n/m)(\hat{\zeta}_1)_{lmn},$$

$$(\hat{\omega}_3)_{lmn} = (\hat{\zeta}_1)_{lmn}$$

else

$$(\hat{\omega}_1)_{lmn} = (\hat{\zeta}_1)_{lmn},$$

$$(\hat{\omega}_2)_{lmn} = (\hat{\zeta}_2)_{lmn},$$

$$(\hat{\omega}_3)_{lmn} = 0$$

end if

本サブルーチンは,  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$  および  $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  を入力として,  $(\hat{\omega}_\alpha)_{lmn}$  (ただし  $\alpha$  は 1, 2, 3 のいずれか) を求めるものである.

### 3. 呼び出し方法

P3GETO(NM,MM,LM,Z,0,ISW)

#### 4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. $z$ 方向の切断波数
MM	(I)	入力. $y$ 方向の切断波数
LM	(I)	入力. $x$ 方向の切断波数
Z	(D(LMNM*2))	入力. $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納されている配列
O	(D(LMNM))	出力. $(\hat{\omega}_\alpha)_{lmn}$ が格納する配列
ISW	(I)	入力. $(\hat{\omega}_\alpha)_{lmn}$ の添字 $\alpha$ (1, 2, 3 のいずれか) を指定する.

#### 5. 備考

(a) Z への  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$  および  $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  の格納方法については P3ELNL の項を参照. また, O へのスペクトルデータの格納法については概要を参照.

### 3.8 P3GETU

#### 1. 機能

流速ベクトルの展開係数を求める.

#### 2. 定義

P3ELNL の項で導入した  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$  および  $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  から, 流速ベクトル  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$  の展開係数  $((\hat{u}_1)_{lmn}, (\hat{u}_2)_{lmn}, (\hat{u}_3)_{lmn})$  は P3GETO の項で示した式を参照すれば以下のように求められる.

if  $l \neq 0$

$$\begin{aligned}
 (l^2 + m^2 + n^2)(\hat{u}_1)_{lmn} &= im(\hat{\omega}_3)_{lmn} - in(\hat{\omega}_2)_{lmn} \\
 &= -in(\hat{\zeta}_1)_{lmn} + im(\hat{\zeta}_2)_{lmn}, \\
 (l^2 + m^2 + n^2)(\hat{u}_2)_{lmn} &= in(\hat{\omega}_1)_{lmn} - il(\hat{\omega}_3)_{lmn} \\
 &= -(i/l)(mn(\hat{\zeta}_1)_{lmn} + (l^2 + n^2)(\hat{\zeta}_2)_{lmn}), \\
 (l^2 + m^2 + n^2)(\hat{u}_3)_{lmn} &= il(\hat{\omega}_2)_{lmn} - im(\hat{\omega}_1)_{lmn} \\
 &= (i/l)((l^2 + m^2)(\hat{\zeta}_1)_{lmn} + mn(\hat{\zeta}_2)_{lmn})
 \end{aligned}$$

else if  $m \neq 0$

$$\begin{aligned}
 (m^2 + n^2)(\hat{u}_1)_{lmn} &= (i/m)(m^2 + n^2)(\hat{\zeta}_1)_{lmn}, \\
 (m^2 + n^2)(\hat{u}_2)_{lmn} &= in(\hat{\zeta}_2)_{lmn}, \\
 (m^2 + n^2)(\hat{u}_3)_{lmn} &= -im(\hat{\zeta}_2)_{lmn}
 \end{aligned}$$

else

$$\begin{aligned}
 (n^2)(\hat{u}_1)_{lmn} &= -in(\hat{\zeta}_2)_{lmn}, \\
 (n^2)(\hat{u}_2)_{lmn} &= in(\hat{\zeta}_1)_{lmn}, \\
 (n^2)(\hat{u}_3)_{lmn} &= 0
 \end{aligned}$$

end if

本サブルーチンは,  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$  および  $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  を入力として,  $(\hat{u}_\alpha)_{lmn}$  (ただし  $\alpha$  は 1, 2, 3 のいずれか) を求めるものである.

### 3. 呼び出し方法

P3GETU(NM,MM,LM,Z,U,ISW)

### 4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. $z$ 方向の切断波数
MM	(I)	入力. $y$ 方向の切断波数
LM	(I)	入力. $x$ 方向の切断波数
Z	(D(LMNM*2))	入力. $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納されている配列
U	(D(LMNM))	出力. $(\hat{u}_\alpha)_{lmn}$ が格納される配列
ISW	(I)	入力. $(\hat{u}_\alpha)_{lmn}$ の添字 $\alpha$ (1, 2, 3 のいずれか) を指定する.

### 5. 備考

(a) Z への  $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$  および  $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$  の格納方法については P3ELNL の項を参照. また, U へのスペクトルデータの格納法については概要を参照.