P3PACK 使用の手引 (version 0.1)

石岡 圭一 (2002/03/31)

1　概要

これは, 周期境界条件を持つ 3 次元流体方程式を解くための, スペクトル (3 次元フーリエ) 変換を行なうサブルーチンパッケージであり, 3 次元フーリエ展開の係数から格子点値, およびその逆の変換を行なうサブルーチン, また, 3 次元非圧縮 Euler 流体方程式を解くためのサブルーチンなどからなっている. また, このパッケージは FTPACK の上位パッケージであり, これらのパッケージを内部で引用している.

切断波数 L, M, N のスペクトル逆変換は, 以下のように表せる:

$$g(x,y,z)=\sum_{l=-L}^{L}\sum_{m=-M}^{M}\sum_{m=-N}^{N}s_{lmn}e^{ilx}e^{imy}e^{inz}. \tag{1}$$

$g(x,y,z)$ が実数であるとすると, s_{lmn} は以下の関係を満たしている必要がある:

$$s_{(-l)(-m)(-n)}=s_{lmn}^{*} \tag{2}$$

ここに, $\{\}^*$ は複素共役を表す.

また, スペクトル正変換は以下のように表せる:

$$s_{lmn}=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}g(x,y,z)e^{-ilx}e^{-imy}e^{-inz}dxdydz. \tag{3}$$

数値計算においては, 上記の積分はそれぞれ離散近似される. フーリエ正変換の部分は等間隔格子点上での値を用いた離散フーリエ正変換 (FTPACK マニュアルを参照) によって近似される. ある条件のもとでは, この近似は完全な近似, すなわちもとの積分と同じ値を与える.

本ライブラリは, スペクトルデータ (s_{lmn}) → 格子点上のグリッドデータ $(g(x_i,y_j,z_k))$ の逆変換を行うルーチン, 等間隔格子点上のグリッドデータ $(g(x_i,y_j,z_k))$ → スペクトルデータ (s_{lmn}) の正変換を行うルーチン, そして, その他の補助ルーチンおよび 3 次元非圧縮 Euler 流体方程式のための応用ルーチン群よりなっている.

ここに, x_i は $[0,2\pi]$ を I-分割した格子点の x 座標であり, $x_i=(2\pi/I)\cdot i;\ i=0,1,\cdots,I-1$ である. y_j は $[0,2\pi]$ を J-分割した格子点の y 座標であり, $y_j=(2\pi/J)\cdot j;\ j=0,1,\cdots,J-1$ である. z_k は $[0,2\pi]$ を K-分割した格子点の z 座標であり, $z_k=(2\pi/K)\cdot k;\ k=0,1,\cdots,K-1$ である.

以下のサブルーチンの説明において,

`LM:`	x 方向の切断波数 L
`MM:`	y 方向の切断波数 M
`NM:`	z 方向の切断波数 N
`IM:`	x 方向の格子点数 I
`JM:`	y 方向の格子点数 J
`KM:`	z 方向の格子点数 K

なる対応関係がある．ここに，KM,LM,MM,IM,JM,KM には以下のような制約がある．また，LMNM = (2*NM+1)*(2*MM+1)*(2*LM+1) と略記することにする．

- FFT を使うために，IM，JM および KM は 2,3,5 で素因数分解される正の整数でなければならない．さらに，IM は偶数でなければならない（これは，実 FFT を使うためである）．
- IM，JM および KM はそれぞれ，IM > 2*LM，JM > 2*MM および KM > 2*NM を満していなければならない．
- 3 次元非圧縮 Euler 流体方程式のためのルーチン (P3ELNL) で aliasing を除くためには，IM > 3*LM，JM > 3*MM および KM > 3*NM としなければならない．

P3PACK において，スペクトルデータ (s_{lmn}) は上に述べた制限をもとに，独立な $(2L+1)(2M+1)(2N+1)$ 個の成分を以下のように配列 S(-NM:NM,-MM:MM,-LM:LM) に格納して扱う．
以下 $l=$ L >0, $m=$ M >0, $n=$ N >0 として，

```
S( N, M, L):
S(-N,-M,-L):
```

S(N, M, L):	s_{lmn} の実部
S(-N,-M,-L):	s_{lmn} の虚部
S(N,-M, L):	$s_{l(-m)n}$ の実部
S(-N, M,-L):	$s_{l(-m)n}$ の虚部
S(-N, M, L):	$s_{lm(-n)}$ の実部
S(N,-M,-L):	$s_{lm(-n)}$ の虚部
S(-N,-M, L):	$s_{l(-m)(-n)}$ の実部
S(N, M,-L):	$s_{l(-m)(-n)}$ の虚部
S(0, M, L):	s_{lm0} の実部
S(0,-M,-L):	s_{lm0} の虚部
S(0,-M, L):	$s_{l(-m)0}$ の実部
S(0, M,-L):	$s_{l(-m)0}$ の虚部
S(N, 0, L):	s_{l0n} の実部
S(-N, 0,-L):	s_{l0n} の虚部
S(-N, 0, L):	$s_{l0(-n)}$ の実部
S(N, 0,-L):	$s_{l0(-n)}$ の虚部
S(N, M, 0):	s_{0mn} の実部
S(-N,-M, 0):	s_{0mn} の虚部
S(-N, M, 0):	$s_{0m(-n)}$ の実部
S(N,-M, 0):	$s_{0m(-n)}$ の虚部
S(0, 0, L):	s_{l00} の実部
S(0, 0,-L):	s_{l00} の虚部
S(0, M, 0):	s_{0m0} の実部
S(0,-M, 0):	s_{0m0} の虚部
S(N, 0, 0):	s_{00n} の実部
S(-N, 0, 0):	s_{00n} の虚部
S(0, 0, 0):	s_{000}(実数)

と格納されている．

2 サブルーチンのリスト

P3INIT	初期化
P3S2GA	スペクトルデータからグリッドデータへの変換
P3G2SA	グリッドデータからスペクトルデータへの変換
P3ELNL	3 次元非圧縮 Euler 流体の渦度方程式に従った時間変化率の計算
P3CNSV	3 次元非圧縮 Euler 流体の保存量の計算
P3ESPT	3 次元非圧縮 Euler 流体のエネルギースペクトルを計算する
P3GETO	渦度ベクトルの展開係数を求める
P3GETU	流速ベクトルの展開係数を求める

3 サブルーチンの説明

3.1 P3INIT

1. 機能 P3PACK の初期化ルーチン．P3PACK の他のサブルーチンを使用する前に必ず一度呼ばねばならない.

2. 定義

3. 呼び出し方法

   P3INIT(KM,JM,IM,ITK,TK,ITJ,TJ,ITI,TI)

4. パラメーターの説明

KM	(I)	入力. z 方向の格子点数
JM	(I)	入力. y 方向の格子点数
IM	(I)	入力. x 方向の格子点数
ITK	(I(5))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列
TK	(D(KM*2))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列
ITJ	(I(5))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列
TJ	(D(JM*2))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列
ITI	(I(5))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列
TI	(D(IM*2))	出力. P3PACK の他のルーチンで用いられる配列

5. 備考

   (a) P3PACK を使用している間, 配列 ITK,TK,ITJ,TJ,ITI,TI の内容を変更してはならない.

3.2 P3S2GA

1. 機能

   スペクトルデータからグリッドデータへの変換を行う.

2. 定義

   スペクトル逆変換 (概要を参照) によりスペクトルデータ (s_{lmn}) から格子点上のグリッドデータ ($g(x_i, y_j, z_k)$) を求める.

3. 呼び出し方法

```
P3S2GA(NM,MM,LM,KM,JM,IM,S,G,W,ITK,TK,ITJ,TJ,ITI,TI)
```

4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. z 方向の切断波数
MM	(I)	入力. y 方向の切断波数
LM	(I)	入力. x 方向の切断波数
KM	(I)	入力. z 方向の格子点数
JM	(I)	入力. y 方向の格子点数
IM	(I)	入力. x 方向の格子点数
S	(D(LMNM))	入力. s_{lmn} が格納されている配列
G	(D(KM*JM*IM))	出力. $g(x_i, y_j, z_k)$ が格納される配列
W	(D(KM*JM*IM))	作業領域
ITK	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TK	(D(KM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITJ	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TJ	(D(JM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITI	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TI	(D(IM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列

5. 備考

(a) G(0:KM-1,0:JM-1,0:IM-1) と宣言されている場合, G(K,J,I) には $g(x_i, y_j, z_k)$ が格納される (I,J,K の順番に注意).

(b) 概要にも書いてあるように, LMNM = (2*NM+1)*(2*MM+1)*(2*LM+1) と略記している.

3.3 P3G2SA

1. 機能

グリッドデータからスペクトルデータへの変換を行う.

2. 定義

スペクトル正変換 (概要を参照) により格子点上のグリッドデータ ($g(x_i, y_j, z_k)$) からスペクトルデータ (s_{lmn}) を求める.

3. 呼び出し方法

```
P3G2SA(NM,MM,LM,KM,JM,IM,G,S,W,ITK,TK,ITJ,TJ,ITI,TI)
```

4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. z 方向の切断波数
MM	(I)	入力. y 方向の切断波数
LM	(I)	入力. x 方向の切断波数
KM	(I)	入力. z 方向の格子点数
JM	(I)	入力. y 方向の格子点数
IM	(I)	入力. x 方向の格子点数
G	(D(KM*JM*IM))	入力. $g(x_i, y_j, z_k)$ が格納されている配列
S	(D(LMNM))	出力. s_{lmn} が格納される配列
W	(D(KM*JM*IM))	作業領域
ITK	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TK	(D(KM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITJ	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TJ	(D(JM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITI	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TI	(D(IM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列

5. 備考

(a) `P3G2SA` において, 入力 `G` は保存されない.

3.4 P3ELNL

1. 機能

3 次元非圧縮 Euler 流体の渦度方程式に従った時間変化率を計算する.

2. 定義

3 次元非圧縮 Euler 流体に対する渦度方程式は以下のように書ける.

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} = \boldsymbol{\nabla} \times (\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{\omega})$$

ここに, $\boldsymbol{\omega}$ および $\boldsymbol{u}$ はそれぞれ渦度と流速のベクトルであり, 両者には

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{u}$$

なる関係がある. 両辺の回転をとって, 流れ場の非圧縮性

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u} = 0$$

を考慮すると,

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\nabla} \times (\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{u}) = \boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u}) - \triangle \boldsymbol{u} = -\triangle \boldsymbol{u}$$

が得られるので, 与えられた周期境界条件のもとで $\boldsymbol{\omega}$ から $\boldsymbol{u}$ を求めることができる. すなわち, $\boldsymbol{\omega}$ および $\boldsymbol{u}$ の波数空間での展開係数を $\hat{\boldsymbol{\omega}}_{lmn}$ $\hat{\boldsymbol{u}}_{lmn}$ と表すことにすれば,

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{lmn} = -(l^2 + m^2 + n^2)\hat{\boldsymbol{u}}_{lmn}$$

となるので, $l=m=n=0$ 以外の成分については $\hat{\boldsymbol{\omega}}_{lmn}$ から $\hat{\boldsymbol{u}}_{lmn}$ を求めることができる. $l=m=n=0$ の平均流成分についてはこの式からは決まらないが, この成分についてはガリレイ変換の意味しかないので, $\hat{\boldsymbol{u}}_{000}=0$ として扱うものとする.

また, $\boldsymbol{\omega}$ 自体にも

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\omega}=0$$

なる性質があるので, $\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\omega_2,\omega_3)$ の3成分は独立ではなく, その展開係数 $((\hat{\omega}_1)_{lmn},(\hat{\omega}_2)_{lmn},(\hat{\omega}_3)_{lmn})$ は

$$l(\hat{\omega}_1)_{lmn}+m(\hat{\omega}_2)_{lmn}+n(\hat{\omega}_3)_{lmn}=0$$

なる式を満していなければならない. そこで, 2つの変数 $(\hat{\zeta}_1)_{lmn},(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ を導入し,

if $l\neq 0$

$$(\hat{\zeta}_1)_{lmn}=(\hat{\omega}_2)_{lmn},\quad (\hat{\zeta}_2)_{lmn}=(\hat{\omega}_3)_{lmn}$$

else if $m\neq 0$

$$(\hat{\zeta}_1)_{lmn}=(\hat{\omega}_3)_{lmn},\quad (\hat{\zeta}_2)_{lmn}=(\hat{\omega}_1)_{lmn}$$

else

$$(\hat{\zeta}_1)_{lmn}=(\hat{\omega}_1)_{lmn},\quad (\hat{\zeta}_2)_{lmn}=(\hat{\omega}_2)_{lmn}$$

end if

のように定義しておけば, $((\hat{\omega}_1)_{lmn},(\hat{\omega}_2)_{lmn},(\hat{\omega}_3)_{lmn})$ の各成分は $(\hat{\zeta}_1)_{lmn},(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ から求められる.

本サブルーチンは, 上記の $(\hat{\zeta}_1)_{lmn},(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ を入力として, 3次元非圧縮 Euler 流体に対する渦度方程式の右辺の切断波数 L,M,N までのスペクトル展開係数

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}}_{lmn}=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{\omega})e^{-ilx}e^{-imy}e^{-inz}dxdydz.$$

に対応して求まる $(\hat{\zeta}_1)_{lmn},(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ の時間変化率 $(\dot{\hat{\zeta}}_1)_{lmn},(\dot{\hat{\zeta}}_2)_{lmn}$ を求めるものである.

なお, 本サブルーチンでは,

$$\begin{aligned}
(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{\omega})_1 &= u_2\omega_3-u_3\omega_2\\
&= u_2(\partial_1u_2-\partial_2u_1)-u_3(\partial_3u_1-\partial_1u_3)\\
&= \partial_1\frac{1}{2}(u_2^2+u_3^2)-u_2\partial_2u_1-u_3\partial_3u_1\\
&= \partial_1\frac{1}{2}(u_2^2+u_3^2)-\partial_2(u_1u_2)-\partial_3(u_3u_1)+u_1(\partial_2(u_2)+\partial_3(u_3))\\
&= \partial_1\frac{1}{2}(u_2^2+u_3^2)-\partial_2(u_1u_2)-\partial_3(u_3u_1)-u_1\partial_1(u_1)\\
&= \partial_1\frac{1}{2}(u_2^2+u_3^2-u_1^2)-\partial_2(u_1u_2)-\partial_3(u_3u_1)
\end{aligned}$$

のように変形できることを用いて,

$$
\begin{aligned}
(\boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{\omega}))_1 &= \partial_2(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{\omega})_3-\partial_3(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{\omega})_2\\
&= \partial_2\left(\partial_3\frac{1}{2}(u_1^2+u_2^2-u_3^2)-\partial_1(u_3u_1)-\partial_2(u_2u_3)\right)\\
&\quad -\partial_3\left(\partial_2\frac{1}{2}(u_3^2+u_1^2-u_2^2)-\partial_3(u_2u_3)-\partial_1(u_1u_2)\right)\\
&= \partial_2\partial_3(u_2^2-u_3^2)+(\partial_3^2-\partial_2^2)(u_2u_3)+\partial_1\left(\partial_3(u_1u_2)-\partial_2(u_3u_1)\right)
\end{aligned}
$$

のようにして計算することにより, 必要なスペクトル変換の回数を 8 回 (逆変換 3 回, 正変換 5 回) に減らしている.

3. 呼び出し方法

`P3ELNL(NM,MM,LM,KM,JM,IM,Z,DZ,WS,W,ITK,TK,ITJ,TJ,ITI,TI)`

4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. z 方向の切断波数
MM	(I)	入力. y 方向の切断波数
LM	(I)	入力. x 方向の切断波数
KM	(I)	入力. z 方向の格子点数
JM	(I)	入力. y 方向の格子点数
IM	(I)	入力. x 方向の格子点数
Z	(D(LMNM*2))	入力. $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納されている配列
DZ	(D(LMNM*2))	出力. $(\dot{\hat{\zeta}}_1)_{lmn}$ および $(\dot{\hat{\zeta}}_1)_{lmn}$ が格納される配列
WS	(D(LMNM))	作業領域
W	(D(KM*JM*IM*4))	作業領域
ITK	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TK	(D(KM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITJ	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TJ	(D(JM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列
ITI	(I(5))	入力. P3INIT で与えられる配列
TI	(D(IM*2))	入力. P3INIT で与えられる配列

5. 備考

(a) `Z(-NM:NM,-MM:MM,-LM:LM,2)` と宣言されている場合, `Z(N,M,L,1)` の方には $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ が, `Z(N,M,L,2)` の方には $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納されているものとして扱う.

また, `DZ(-NM:NM,-MM:MM,-LM:LM,2)` と宣言されている場合, `DZ(N,M,L,1)` の方には $(\dot{\hat{\zeta}}_1)_{lmn}$ を, `DZ(N,M,L,2)` の方には $(\dot{\hat{\zeta}}_2)_{lmn}$ を格納する.

スペクトルデータの格納法については概要を参照.

(b) aliasing を除くために十分な `KM`, `JM` および `IM` の大きさについては, 概要を参照.

3.5 P3CNSV

1. 機能

3 次元非圧縮 Euler 流体の保存量を計算する.

2. 定義

P3ELNL の項で導入した 3 次元非圧縮 Euler 流体の渦度方程式には以下のような保存量がある:

- エネルギー (E):

$$E \equiv \left\langle \frac{1}{2}|\boldsymbol{u}|^2 \right\rangle, \tag{4}$$

- ヘリシティー (H):

$$H \equiv \langle \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{\omega} \rangle . \tag{5}$$

ここに, $\langle\ \rangle$ は全領域平均を表す記号で,

$$\langle A \rangle \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} A dx dy dz, \tag{6}$$

である.

本サブルーチンは, P3ELNL の項で導入した $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ を入力として, 上記の保存量 E および H を求めるものである.

3. 呼び出し方法

```
P3CNSV(NM,MM,LM,Z,E,H)
```

4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. z 方向の切断波数
MM	(I)	入力. y 方向の切断波数
LM	(I)	入力. x 方向の切断波数
Z	(D(LMNM*2))	入力. $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納されている配列
E	(D)	出力. E の値
H	(D)	出力. H の値

5. 備考

(a) Z への $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ の格納方法については P3ELNL の項を参照.

3.6 P3ESPT

1. 機能

3 次元非圧縮 Euler 流体のエネルギースペクトルを計算する.

2. 定義

本サブルーチンは, P3CNSV の項で導入したエネルギーの $[k-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})$ なる波数成分からの寄与 (エネルギースペクトル)$E_k(k)$ を $k = 1, 2, \ldots, k_{\max}$ の範囲で求めるものである. ここに, $k = \sqrt{l^2+m^2+n^2}$ としている.

3. 呼び出し方法

`P3ESPT(NM,MM,LM,KMAX,Z,ES)`

4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. z 方向の切断波数
MM	(I)	入力. y 方向の切断波数
LM	(I)	入力. x 方向の切断波数
KMAX	(I)	入力. エネルギースペクトルを求める波数の範囲 (上記の $k_{\max}$)
Z	(D(LMNM*2))	入力. $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納されている配列
ES	(D(KMAX))	出力. エネルギースペクトル (上記の $E_k(k)$ が格納される配列

5. 備考

(a) KMAX $> \sqrt{\mathtt{LM**2+MM**2+NM**2}} - \frac{1}{2}$ としておけば, 配列 ES の値の総和は P3CNSV で求められる E の値に等しい.

3.7 P3GETO

1. 機能

渦度ベクトルの展開係数を求める.

2. 定義

P3ELNL の項で導入した $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ から, 渦度ベクトル $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ の展開係数 $((\hat{\omega}_1)_{lmn}, (\hat{\omega}_2)_{lmn}, (\hat{\omega}_3)_{lmn})$ は以下のように求められる.

if $l \neq 0$

$$\begin{aligned}
(\hat{\omega}_1)_{lmn} &= -(1/l)(m(\hat{\zeta}_1)_{lmn} + n(\hat{\zeta}_2)_{lmn}),\\
(\hat{\omega}_2)_{lmn} &= (\hat{\zeta}_1)_{lmn},\\
(\hat{\omega}_3)_{lmn} &= (\hat{\zeta}_2)_{lmn}
\end{aligned}$$

else if $m \neq 0$

$$\begin{aligned}
(\hat{\omega}_1)_{lmn} &= (\hat{\zeta}_2)_{lmn},\\
(\hat{\omega}_2)_{lmn} &= -(n/m)(\hat{\zeta}_1)_{lmn}),\\
(\hat{\omega}_3)_{lmn} &= (\hat{\zeta}_1)_{lmn}
\end{aligned}$$

else

$$\begin{aligned}
(\hat{\omega}_1)_{lmn} &= (\hat{\zeta}_1)_{lmn},\\
(\hat{\omega}_2)_{lmn} &= (\hat{\zeta}_2)_{lmn},\\
(\hat{\omega}_3)_{lmn} &= 0
\end{aligned}$$

end if

本サブルーチンは, $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ を入力として, $(\hat{\omega}_\alpha)_{lmn}$ (ただし α は $1, 2, 3$ のいずれか) を求めるものである.

3. 呼び出し方法

`P3GETO(NM,MM,LM,Z,O,ISW)`

4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. z 方向の切断波数
MM	(I)	入力. y 方向の切断波数
LM	(I)	入力. x 方向の切断波数
Z	(D(LMNM*2))	入力. $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納されている配列
O	(D(LMNM))	出力. $(\hat{\omega}_\alpha)_{lmn}$ が格納る配列
ISW	(I)	入力. $(\hat{\omega}_\alpha)_{lmn}$ の添字 α $(1,2,3$ のいずれか$)$ を指定する.

5. 備考

(a) Z への $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ の格納方法については P3ELNL の項を参照. また, O へのスペクトルデータの格納法については概要を参照.

3.8 P3GETU

1. 機能

流速ベクトルの展開係数を求める.

2. 定義

P3ELNL の項で導入した $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ から, 流速ベクトル $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, u_3)$ の展開係数 $((\hat{u}_1)_{lmn}, (\hat{u}_2)_{lmn}, (\hat{u}_3)_{lmn})$ は P3GETO の項で示した式を参照すれば以下のように求められる.

if $l \neq 0$

$$
\begin{aligned}
(l^2+m^2+n^2)(\hat{u}_1)_{lmn} &= im(\hat{\omega}_3)_{lmn} - in(\hat{\omega}_2)_{lmn} \\
&= -in(\hat{\zeta}_1)_{lmn} + im(\hat{\zeta}_2)_{lmn}, \\
(l^2+m^2+n^2)(\hat{u}_2)_{lmn} &= in(\hat{\omega}_1)_{lmn} - il(\hat{\omega}_3)_{lmn} \\
&= -(i/l)(mn(\hat{\zeta}_1)_{lmn} + (l^2+n^2)(\hat{\zeta}_2)_{lmn}), \\
(l^2+m^2+n^2)(\hat{u}_3)_{lmn} &= il(\hat{\omega}_2)_{lmn} - im(\hat{\omega}_1)_{lmn} \\
&= (i/l)((l^2+m^2)(\hat{\zeta}_1)_{lmn} + mn(\hat{\zeta}_2)_{lmn})
\end{aligned}
$$

else if $m \neq 0$

$$
\begin{aligned}
(m^2+n^2)(\hat{u}_1)_{lmn} &= (i/m)(m^2+n^2)(\hat{\zeta}_1)_{lmn}, \\
(m^2+n^2)(\hat{u}_2)_{lmn} &= in(\hat{\zeta}_2)_{lmn}, \\
(m^2+n^2)(\hat{u}_3)_{lmn} &= -im(\hat{\zeta}_2)_{lmn}
\end{aligned}
$$

else

$$
\begin{aligned}
(n^2)(\hat{u}_1)_{lmn} &= -in(\hat{\zeta}_2)_{lmn}, \\
(n^2)(\hat{u}_2)_{lmn} &= in(\hat{\zeta}_1)_{lmn}, \\
(n^2)(\hat{u}_3)_{lmn} &= 0
\end{aligned}
$$

end if

本サブルーチンは, $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ を入力として, $(\hat{u}_\alpha)_{lmn}$ (ただし α は $1,2,3$ のいずれか) を求めるものである.

3. 呼び出し方法

```
P3GETU(NM,MM,LM,Z,U,ISW)
```

4. パラメーターの説明

NM	(I)	入力. z 方向の切断波数
MM	(I)	入力. y 方向の切断波数
LM	(I)	入力. x 方向の切断波数
Z	(D(LMNM*2))	入力. $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ が格納されている配列
U	(D(LMNM))	出力. $(\hat{u}_\alpha)_{lmn}$ が格納される配列
ISW	(I)	入力. $(\hat{u}_\alpha)_{lmn}$ の添字 α $(1, 2, 3$ のいずれか$)$ を指定する.

5. 備考

(a) `Z` への $(\hat{\zeta}_1)_{lmn}$ および $(\hat{\zeta}_2)_{lmn}$ の格納方法については `P3ELNL` の項を参照. また, `U` へのスペクトルデータの格納法については概要を参照.