Taguchi, Yamaga, and Yoden (2001), Taguchi and Yoden (2002) で用いられた数値モデルの記述 およびモデル再現に関するメモ

納多 哲史

2015/08/09

目 次

この	文書に	ついて
1	モデル	概要
2	鉛直格	子点
3	ニュー	·トン冷却5
	3.1	概要 5
	3.2	成層圏の平衡温度5
	3.3	対流圏の平衡温度9
	3.4	冬至の平衡温度場9
	3.5	季節変化
	3.6	放射緩和係数 12
4	レイリ	一摩擦
5	境界条	件
6	計算設	定
	6.1	Taguchi, Yamaga, and Yoden (2001) 15
	6.2	Taguchi and Yoden (2002) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 15$
謝辞		

А	成層圏	成層圏の赤道の温度プロファイルの数値解法		
	A.1	はじめに	17	
	A.2	解析解の導出	17	
	A.3	解析解および他の数値解との比較	18	
В	論文の)記述どおりに設定した場合の基本場の変化	23	
	B.1	成層圏風速場を SH98 に合わせた場合	23	
	B.2	対流圏温度場の補間を修正した場合	23	
	B.3	成層圏の静的安定度を修正した場合	23	
	B.4	全ての誤りを修正した場合	29	
С	DCPA	AM における TYY01 標準実験の再現および設定変更実験	31	
参考	贫文献.		48	

この文書について

この文書では Taguchi, Yamaga, and Yoden (2001) (以降, TYY01) Taguchi and Yoden (2002) (以降, TY02) で用いられたモデルを再現するのに必要な情報を記述 している.単純に論文の記述をまとめるだけではなく, 論文の記述の誤りなど, 再 現にあたっての注意が必要な箇所も含んでいる.物理過程に関してはプログラムへ の実装を念頭に置いているため, 些細な内容, 比較的自明な内容も記述している.

なお,論文の記述のいずれの誤りも,このモデルを用いた研究の本質には影響し ないことを申し添えておく.全てはニュートン冷却に用いる平衡温度場の設定方法 における記述と実際に使われたプログラムの乖離によるものであり,とある平衡温 度場で行った力学コアモデルの実験であることに変わりはないからである.

1 モデル概要

力学過程には鉛直 σ 座標プリミティブ方程式系を用いる.物理過程は単純化したものを用いる.放射過程はニュートン冷却を用いる.上層および最下層にレイリー摩擦を適用する.湿潤過程を含まず、大気は乾燥している.雲は存在しない.乾燥対流調節を用いる.渦度,発散,温度に対して ∇^4 の水平粘性を適用する.緩和時間は最大波数 21 に対して 2 日である.

2 鉛直格子点

説明の都合上, 先に鉛直格子点の設定について記す. TY02 では鉛直 42 層を設定している. モデル上端の幾何学的高度はスケールハイト 7 km (240 K 等温大気) を仮定したとき約 103 km ($\sigma = 4.15 \times 10^{-7}$) であり, おおよそ中間圏界面付近である. 成層圏, 中間圏の鉛直解像度は約 2.7 km である. 鉛直格子点の σ の具体的な値は表 1, 表 2 の通りである. 半整数層の σ の値は TY02 オリジナルのソースから, 整数層の σ の値は半整数層の値を用いて DCPAM で計算した値である. この値は田口 (2001) の表 2.1 と整合的である.

表 1: 鉛直格子点の位置. 整数層の値は半整数層の値をもとに Arakawa and Suarez (1983) の方法によって導かれたものである. 0-30 層目の値. 31-42 層目は 表 2 に 続く.

鉛直格子番号	座標値 (整数層)	座標値 (半整数層)
0	N/A	1.0e+00
1	0.975	9.5e-01
2	0.925	9.0e-01
3	0.875	8.5e-01
4	0.774	7.0e-01
5	0.650	6.0e-01
6	0.549	5.0e-01
7	0.449	4.0e-01
8	0.349	3.0e-01
9	0.254	2.1e-01
10	0.174	1.4e-01
11	0.120	1.0e-01
12	0.0842	6.9e-02
13	0.0572	4.6e-02
14	0.0383	3.1e-02
15	0.0259	2.1e-02
16	0.0174	1.4e-02
17	0.0120	1.0e-02
18	0.00842	6.9e-03
19	0.00572	4.6e-03
20	0.00383	3.1e-03
21	0.00259	2.1e-03
22	0.00174	1.4e-03
23	0.00120	1.0e-03
24	8.42e-04	6.9e-04
25	5.72e-04	4.6e-04
26	3.83e-04	3.1e-04
27	2.59e-04	2.1e-04
28	1.74e-04	1.4e-04
29	1.20e-04	1.0e-04
30	8.42e-05	6.9e-05

表 2: 表1 に同じ. 31-42 層目の値.

鉛直格子番号	座標値 (整数層)	座標値 (半整数層)
31	5.72e-05	4.6e-05
32	3.83e-05	3.1e-05
33	2.59e-05	2.1e-05
34	1.74e-05	1.4e-05
35	1.20e-05	1.0e-05
36	8.42e-06	6.9e-06
37	5.72e-06	4.6e-06
38	3.83e-06	3.1e-06
39	2.59e-06	2.1e-06
40	1.74e-06	1.4e-06
41	1.20e-06	1.0e-06
42	4.15e-07	0.0e+00

3 ニュートン冷却

3.1 概要

放射過程として用いるニュートン冷却は

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\alpha (T - T_{eq}) \tag{3.1}$$

の形で与える. ここで t は時間, T は温度, T_{eq} は平衡温度, α は緩和係数である.

予め、平衡温度場の作り方の概要を述べておく. TY02 では Newton 冷却に用 いる平衡温度場は季節変化する. これは Taguchi, Yamaga, and Yoden (2001) (以 降, TYY01) で用いられた北半球の冬至の温度場 $T_w^*(\phi, z)$ をもとにして決める. $T_w^*(\phi, z)$ は対流圏部分 $T^{*t}(\phi, z)$ と成層圏部分 $T^{*s}(\phi, z)$ から成り, なめらかに結合 している. 成層圏部分 $T^{*s}(\phi, z)$ は, 赤道において適当な地表面温度と静的安定度 を設定して温度の鉛直プロファイルを求め, Scott and Haynes (1998) (以降, SH98) で用いた軸対象な東西風の場をもとに, 温度風バランスを仮定して極方向に積分し たものである. 対流圏部分 $T_{*t}(\phi, z)$ は Akahori and Yoden (1997) (以降, AY97) で 用いられた平衡温度場と同じであり, 赤道対称である.

3.2 成層圏の平衡温度

成層圏の平衡温度 $T^{*s}(\phi, z)$ を求める. 初めに, SH98 に従って基本東西対称東西 風プロファイル $U^*_s(\phi, z)$ を

$$U_R(\phi, z) = \cos\phi \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{(z - z_B)}{z_U - z_B}\right) [u_0 \tanh(b_0(\phi - \phi_0)) + J_1 + J_2 + J_3] \quad (3.2)$$

として,夏の基本風速場を $U_{RS} = U_R(\phi \le 0)$,冬の基本風速場を $U_{RW} = U_R(\phi \ge 0)$ とする.ここで $u_0 = 20$ ms⁻¹, $b_0 = 0.1$, $\phi_0 = 20$ °, $z_U = 90$ km は定数であり, $J_i(\phi, z)$ は

$$J_i = u_i \operatorname{sech}(b_i(\phi - \phi_i)) \operatorname{sech}(a_i(z - z_i)), \quad i = 1, 2, 3$$
(3.3)

と定義する. ここで $u_i, b_i, \phi_i, a_i, z_i$ は定数である. 風速場における定数の値は

 $u_{1} = 340 \text{ms}^{-1}, \quad b_{1} = 0.04, \quad \phi_{1} = 60^{\circ}, \quad a_{1} = 0.05, \quad z_{1} = 65 \text{km}$ $u_{2} = -20 \text{ms}^{-1}, \quad b_{2} = 0.1, \quad \phi_{2} = 15^{\circ}, \quad a_{2} = 0.3, \quad z_{2} = 30 \text{km}$ $u_{3} = -220 \text{ms}^{-1}, \quad b_{3} = 0.03, \quad \phi_{3} = -55^{\circ}, \quad a_{3} = 0.08, \quad z_{3} = 70 \text{km}$ (3.4)



である. *1 *2 SH98 における東西風の場を 図1 に示す.

図 1: (a) U_{RS} および (b) U_{RW}. SH98 の図 1 より抜粋.

次に赤道の温度の鉛直プロファイルを求める. TYY01 に従い, $T^{*s}(\phi = 0^{\circ}, z = 0 \text{km}) = 250 \text{ K}^{*3}$ および赤道上の静的安定度の鉛直プロファイル

$$N^{2}(z) = \begin{cases} 1.3 \times 10^{-4} \mathrm{s}^{-2} & (z \le 12 \mathrm{km}), \\ 5.0 \times 10^{-4} \mathrm{s}^{-2} & (12 \mathrm{km} < z < 50 \mathrm{km}), \\ 2.5 \times 10^{-4} \mathrm{s}^{-2} & (50 \mathrm{km} \le z) \end{cases}$$
(3.5)

を用いる.*4 *5 地表面から鉛直上向きに温度を積分することで赤道上の温度の鉛

^{*3}TY02 オリジナルのソースではこの記述と異なり, 地表面 (z = 0) ではなく最下層のグリッド (TYY01, TY02 では $\sigma = 0.975$) に 250 K が与えられていた.

^{*4}TY02 オリジナルのソースでは 12 km < z < 50 km における静的安定度は 4.5×10^{-4} s⁻² が 使われていた. 田口氏に伺ったところ, 論文の数字は誤りであろう, とのこと. 本文の値を使った場 合の影響は第 B.3 節を参照のこと.

*5鉛直方向に領域を3つに分ける時の等号の位置は第一領域と第三領域,つまり本ドキュメントのようにするのがTY02オリジナルのソース通りになる.TYY01論文ではこの通りになっている. 田口(2001)の式(A.4)は第二領域のみに等号があるが,これは誤り.このことは田口氏にも確認済み.

^{*1}TY02 のオリジナルのソースでは u_2 の値が $0ms^{-1}$ に設定されていた. u_2 の値をSH98 通りにすると低緯度成層圏に U の局所的なピーク (くびれ)が出る (図 B.1(a))が, TY02 で実際に用いた分布 (図 B.1(b)) ではそれが除去されている. 詳細は第 B.1 節を参照のこと.

^{*2}田口氏に伺ったところ, u_2 を非ゼロにすることで QBO のある位相を模していると想像できる が, 当時モデルを作成した山家氏はその意図・影響がよく分からず, よりシンプルな設定 ($u_2 = 0$ m/s) を選んだのだろう, とのこと.

直プロファイルが求められる.^{*6 *7}

赤道以外の緯度の温度場については以下の流れで計算した. 最初に, U_R から $\frac{\partial U_R}{\partial z}$ を求める. 2 次精度の式すなわち

$$\frac{\partial U_R(j,k)}{\partial z} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{U_R(j,k+1) - U_R(j,k)}{z(k+1) - z(k)} + \frac{U_R(j,k) - U_R(j,k-1)}{z(k) - z(k-1)} \right\}$$
(3.6)

を用いた. ここで *j* は南北方向のグリッド番号, *k* はモデルの整数層の番号である. 端 (最上層と最下層)の微分は直近 5 点の 3 次スプライン補間を用いて求める.

次に, $U_R \geq \frac{\partial U_R}{\partial z}$ から $\frac{\partial T^{**}}{\partial z}$ を求める. 式は Andrews et al. (1987), 式 (3.4.1c) の 傾度風バランスの式^{*8} をもとにした

$$\frac{\partial T^{*s}}{\partial y}(k) = -\frac{aH}{R_{dry}} \left(f + \frac{2U_R(k)\tan\theta}{a} \right) \frac{\partial U_R}{\partial z}(k)$$
(3.7)

を用いる. R は乾燥大気の気体定数, κ は R を乾燥大気の比熱 C_p で割ったものである.

最後に赤道における温度プロファイルと $\frac{\partial T^{*s}}{\partial z}$ から T^{*s} が得られる. TY02 では $\frac{\partial T^{*s}}{\partial z}$ の南北方向のスプライン関数を求め, 赤道から両極に向かってスプライン関数を積分した. ^{*9} このようにして得られた成層圏の平衡温度場を図 2(a) に示す.

^{*8}Andrews et al. (1987) の式 (3.4.1c) を示す:

$$\left(f + \frac{2\overline{u_0}\tan\phi}{a}\right)\frac{\partial\overline{u_0}}{\partial z} = \frac{-R}{aH}\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial\phi}e^{-\kappa z/H} = \frac{-R}{aH}\frac{\partial\overline{T_0}}{\partial\phi}.$$
(3.4.1c)

*93 次スプライン関数は 3 次関数をつなぎあわせた関数であるため, 厳密な積分は容易に得られる.

^{*6}論文の式では 12 km, 50 km で静的安定度の値を変化させているが, TY02 オリジナルのソースでは, 各グリッドの整数層の幾何学的高度 $z = -H \log(\sigma)$ をもとに値を割り当てている (H はスケールハイトで 7 km に固定). そのため, 12 km, 50 km をまたぐ層があっても補間等の操作はなされていない. 具体例として, TY02 で用いた格子点 (表 1, 表 2) における 12 km 付近の計算例を示す. 10 層目 (0.14 $\leq \sigma \leq 0.21$. 高度は 10.9 km $\leq z \leq 13.8$ km)の整数層は $\sigma = 0.174$ (z = 12.2 km) にある. TY02 では整数層の高度である 12.2 km をもとに層全体の静的安定度を決めることから, 10 層目全体に 12 km 以上の静的安定度である $N^2 = 4.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-2}$ が適用される. 結果として, 論文の記述の 12 km ではなく 10 層目の下端である 10.9 km 以上で静的安定度が変わったのと等価である.

^{*7}オリジナルのソースでは,下から2層目以上の鉛直積分に用いられた数値解法は,筆者には自 明ではなかった.詳細は第A節を参照のこと.



図 2: (a) SH98 の風速場をもとにした成層圏の平衡温度場, (b) AY97 の温度場を もとにした対流圏の平衡温度場. コンターを (a) に揃えたもの. (c) (b) に同じ. た だしコンターの引き方を変えたもの. いずれも DCPAM で再現したもの.

3.3 対流圏の平衡温度

対流圏の温度には AY97 による対流圏の平衡温度, すなわち

$$T^* = T_0(\sigma) + \frac{\Delta T(\sigma)}{2} \left(\cos 2\phi - \frac{1}{3}\right)$$
(3.8)

を用いる. ここで ϕ は緯度, $T_0(\sigma)$ は各レベルにおける全球平均温度, $\Delta T(\sigma)$ は極 と赤道の温度差. 春 (秋) 分点 (equinox) の条件である. $T_0(\sigma)$ は平均ブラント・バ イサラ振動数を対流圏で $N = 1.14 \times 10^{-2} \text{s}^{-1}$, 成層圏で $N = 2.24 \times 10^{-2} \text{s}^{-1}$, と与 えることで決めている. ^{*10} AY97 で用いられている $T_0(\sigma)$ と $\Delta T(\sigma)$ の具体的値 を当該論文の表 1 から引用したのが表 3 である. TY02 では $T_0(\sigma)$, $\Delta T(\sigma)$ ともに, この表の値から z 座標における 3 次スプライン補間を用いて値を得ている.

*11 TY02 に合わせて作った結果を図 2(b), (c) に示す.

3.4 冬至の平衡温度場

北半球の冬至の温度場 T^{*}_w(φ, z) (図 3 左側) は田口 (2001) の式 A.1 を用いて

$$T_w^*(\phi, z) = \begin{cases} T^{*t} & (z < z_1), \\ T^{*t}(1 - w(z)) + T^{*s}w(z) & (z_1 \le z \le z_2), \\ T^{*s} & (z_2 < z) \end{cases}$$
(3.9)

と求められる. ここで $z_1 = 9$ km, $z_2 = 15$ km, $w(z) = \sin[\pi(z - z_1)/2(z_2 - z_1)]$ である. この平衡温度場は TYY01 の永続的な冬の条件の実験で用いられたものと同じである.

 $^{^{*10}}T_0(\sigma)$ を求めるための赤道の地表面温度および $\Delta T(\sigma)$ の関数型は, AY97 を見た限りでは見つけられなかった.

^{*11}ところが TY02 のオリジナルのソースでは, 誤って階段関数で補間していた. $\Delta T(\sigma)$ の補間の 処理にバグが入っていたためである.

やや細かい内容であるが, 具体的に何が起こっていたかを以下に記述する. $\Delta T(\sigma)$ のスプライン 関数の係数を求めるサブルーチンにて, AY97 の $\Delta T(\sigma)$ を入力すべき場所に出力用の変数 (その時 点では未定義であり, 筆者の環境下では 0.0 として動作) を入力していた. そのため, 1-3 次の係数 としてゼロが詰まった配列が返却された. 補間の際, 定数項だけは意図どおりに AY97 の $\Delta T(\sigma)$ を 用いていたため, 結果として, $\Delta T(\sigma)$ は階段関数で補間されることになった. 言い換えれば, TY02 における各グリッドの $\Delta T(\sigma)$ の値はそのグリッドの下側に存在する直近の AY97 の $\Delta T(\sigma)$ の値 を持つことになった.

同じ内容をプログラミングの観点で記述すると,対流圏の平衡温度場を求める sub_ay97.F の 98 行目第三引数にて, delTa (AY97 による $\Delta T(\sigma)$ の値) を入力すべき場所に delT (補間によって求 められるはずの, TY02 の $\Delta T(\sigma)$)が入っていた, ということになる. 田口氏に伺ったところ, バグ のように思える, とのこと.

表 3: Akahori and Yoden (1997) で用いられた, 各層における $T_0(\sigma), \Delta T(\sigma)$ の値. 同論文の表 1 より抜粋. ニュートン冷却の時定数 τ_N は TY02 では別の値を使う ので省略した.

level	σ	$T_0(\sigma)$	$\Delta T(\sigma)$
1	0.963	283.1	59.9
2	0.881	278.7	59.6
3	0.782	272.8	59.0
4	0.675	265.6	57.7
5	0.572	257.6	54.6
6	0.480	249.4	49.6
7	0.403	241.2	43.3
8	0.340	233.4	36.7
9	0.288	225.9	30.5
10	0.241	219.3	22.4
11	0.196	214.4	13.2
12	0.151	211.3	4.6
13	0.105	211.4	0.0
14	0.0655	214.7	0.0
15	0.0371	219.5	0.0
16	0.0191	226.4	0.0
17	0.00908	236.7	0.0
18	0.00374	254.1	0.0
19	0.00148	282.2	0.0
20	0.000415	356.5	0.0



図 3: 北半球の冬至における放射平衡温度場 (左) と気温 (α) とレイ リー摩擦 (β) の緩和時間定数 (右). 右図の右の線分は鉛直格子点の位 置を表している. 西澤 (2005) 図 3.1 より抜粋.

3.5 季節変化

TY02 では季節変化を導入する. これは前述した北半球の冬至の温度場 $T_w^*(\phi, z)$, および北半球の夏至の温度場 $T_s^*(\phi, z)$

$$T_s^*(\phi, z) = T_w^*(-\phi, z)$$

を重ね合わせて得る. ここで ϕ は緯度, z は幾何学的高度 (= $-H \log \sigma$) (m) である. H はスケールハイトで, 平衡温度場の作成においては 7 km で固定である.

重ね合わせる前に,冬至,夏至の基本場ともに地形の補正を入れる.これは各緯 度経度において,鉛直方向に3次スプライン補間を用いた補間あるいは補外を行 うものである.スプライン補間に用いる座標系は幾何学的高度である.^{*12}

冬至と夏至の温度場の重ね合わせ方は、SH98 に従って

$$T^*(\phi, z, t) = r(t)T^*_w(\phi, z) + [1 - r(t)]T^*_s(\phi, z), \qquad (3.10)$$

$$r(t) = \frac{1 + \cos(2\pi t/T)}{2} \tag{3.11}$$

^{*12}余談だが、オリジナルのソースでは、冬至、夏至の平衡温度場ならびにニュートン冷却やレイ リー摩擦の緩和定数は、予め地形補正まで行われた値をファイルから読み込み、それを使い続ける 仕様になっている.

とする. ここで *T* は 1 年 (= 360 日) である. TY02 では, 対流圏の平衡温度場に 用いた AY97 の温度場が南北対称であることから, 対流圏の平衡温度場 *T** に季節 変化がないことに注意されたい. ^{*13}

3.6 放射緩和係数

放射緩和係数は高度の関数であり, Holton and Mass (1976) のように

 $\alpha(z) = \{1.5 + \tanh[(z - 35 \text{km})/7 \text{km}]\} \times 10^{-6} \text{s}^{-1}$

と与える (図3右側). 地形がある場合は地形の補正を入れる.入れ方は平衡温度 場の場合と同じく,幾何学的高度における3次スプライン補間を用いる.

^{*13}このことは, TY02 や田口 (2001) で, 成層圏から対流圏への下方影響を明らかにするため, と 説明されている.

4 レイリー摩擦

レイリー摩擦

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}_H}{\partial t} = -\beta \boldsymbol{u}_H \tag{4.12}$$

を 50 km 以上の層と最下層に与える. ここで t は時間, u_H は速度ベクトルの水平 成分, β は摩擦係数である. 50 km 以上はスポンジ層として SH98 と同様に,

$$\beta(z) = \{1.02 - \exp[(50\text{km} - z)/40\text{km}]\} \times 5 \times 10^{-6} \text{s}^{-1}$$
(4.13)

とする (図3右側). 最下層は 0.5 日を緩和時間とする値を用いる. 地形がある場合は地形の補正を入れる. 入れ方は平衡温度場の場合と同じく, 幾何学的高度における 3 次スプライン補間を用いる.

5 境界条件

経度 λ , 緯度 ϕ における地面の幾何学的高度 h は Yamane and Yoden (1998) に 従い

$$h(\lambda,\phi) = \begin{cases} 4h_0\mu^2(1-\mu^2)\sin(m\lambda) & \text{if } \mu \ge 0\\ 0 & \text{if } \mu < 0 \end{cases}$$
(5.14)

とする. ここで $\mu = \sin \phi$ である. m, h_0 はパラメータであり, それぞれ地形の東西 波数, 山の高さおよび谷の深さに対応する. 地形の振幅の最大を $\phi = 45^{\circ}$ に持つ. $m = 1, h_0 = 1000 \text{ m}$ の場合の地形を 図4 に示す.



図 4: $m = 1, h_0 = 1000$ m の場合の地形. コンター間隔は 100 m.

6 計算設定

TYY01, TY02 の標準実験の計算設定を記す.

6.1 Taguchi, Yamaga, and Yoden (2001)

モデルには Dennou AGCM5 (Swamp Project, 1998) を用いた.季節変化はな く、永続的な冬の条件で計算する.水平解像度は T21 (5.6°× 5.6°), 鉛直 42 層 である.鉛直層の切り方は 表 1, 表 2 に記した通りである.地形のパラメータは $m = 1, h_0 = 1000 \text{ m}$ である.初期値は 240 K の等温静止状態に微小擾乱を与えた ものである.時間ステップは 20 分である.積分時間は 1200 日で最後の 1000 日を 解析に用いる.

6.2 Taguchi and Yoden (2002)

TY02 の標準実験における, TYY01 の標準実験との違いは以下のみである. ニ ユートン冷却に季節変化を与える. ここでの1年の長さは 360 日である. 1 年間の スピンアップを行ったあと, 100 年間の積分を行う.

謝辞

この文書の作成にあたり、以下の方々に深く感謝申し上げます.愛知教育大学の 田口正和准教授にはモデルの記述や実装に関する質問に懇切丁寧に答えて頂きま した.また、平衡温度場を作成するソースを頂きました.京都大学防災研究所の野 口峻佑さんからは、卒論で使われていた、Taguchi、Yamaga、and Yoden (2001)を もとにしたモデルを提供頂きました.平衡温度場の作成においては、私の想像の及 ばない実装がなされている箇所があり、お二方からソースを頂かなければ、モデル の再現は不可能でした.上司である京都大学気象学研究室の余田成男教授からは、 論文の著者として有益なコメントを頂きました.

再現に用いたモデルは,筆者も開発に参加している DCPAM (Takahashi et al., 2014) を用いました. 図の作成には電脳倶楽部による可視化ソフトウェアである Ruby-DCL, GPhys を用いました.

A 成層圏の赤道の温度プロファイルの数値解法

A.1 はじめに

TY02 のモデルのソースでは, 地表面温度, および静的安定度の鉛直分布から温度の鉛直プロファイルを求めるのにあたって, 以下のような独自の計算法が用いられていた:

$$T^{*s}(k) = w_1(k)T^{*s}(k-1) + \frac{H}{2R}(N^2(k) + N^2(k-1))\Delta z, \qquad (A.15)$$

$$w_1(k) = \frac{2H - \kappa \Delta z(k)}{2H + \kappa \Delta z(k)},\tag{A.16}$$

$$\Delta z(k) = z_{ref}(k) - z_{ref}(k-1).$$
(A.17)

ここで k はモデルの整数層の番号, H はスケールハイト (平衡温度場の作成においては 7 km で固定), R は乾燥大気の気体定数, κ は R を乾燥大気の比熱 C_p で割ったものである. この式の導出方法を田口氏に伺ったところ, TYY01 の共著者の山家氏が作成されたので分からない, とのことであった.

TY02 のオリジナルのソース (sub_keidofuu.F) にヒントが記されていた. 該当 の処理の直前に「 N² = (R/H) * [$\partial T/\partial z + \kappa T/H$]: MAD (1.1.13) 」とコメント が記されていた. この式は Andrews et al. (1987) の (1.1.13)

$$N^{2} = g\left(\frac{T}{T_{s}}\right)\frac{\partial \ln \theta}{\partial z} = \frac{R}{H}\left[\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\kappa T}{H}\right]$$
(1.1.13)

の左辺と右辺のみを抜き出したものと考えられる.^{*14} この式から山家氏の式を導 出することは出来なかったものの,解析解は導くことが出来た.そこで解析解や他 の数値解法の結果と数値的な比較を行うことにより山家氏の式が解析解を近似す るか,近似する場合,精度がどの程度かを確認することにする.

A.2 解析解の導出

Andrews et al. (1987) の (1.1.13) を N^2 , H 一定のもとで T について解くと

$$T = C \exp\left(-\frac{\kappa z}{H}\right) + \frac{N^2 H^2}{\kappa R} \tag{A.18}$$

^{*14}コメント文内の"MAD"は書名の"Middle Atmosphere Dynamics"の頭文字であろう.

が得られる.^{*15} ここで *C* は積分定数である.これに TY02 における静的安定度 の設定

$$N^{2}(z) = \begin{cases} 1.3 \times 10^{-4} \mathrm{s}^{-2} & (z < 12 \mathrm{km}), \\ 4.5 \times 10^{-4} \mathrm{s}^{-2} & (12 \mathrm{km} \le z \le 50 \mathrm{km}), \\ 2.5 \times 10^{-4} \mathrm{s}^{-2} & (50 \mathrm{km} < z) \end{cases}$$
(A.23)

および T^{*s}($\phi = 0^{\circ}, z = 0$ km) = 250 K を適用したときの解析解は

$$T^{*s} = C_i \exp\left(-\frac{\kappa z}{H}\right) + \frac{N^2 H^2}{\kappa R} \quad (i = 1, 3)$$
(A.24)

である. C_1, C_2, C_3 はそれぞれ z < 12 km, 12km $\leq z \leq 50$ km, 50 km < z の場合 に用いる積分定数であり, それぞれの具体的な値は 172.334, -139.673, 780.110 で ある.

A.3 解析解および他の数値解との比較

TY02 で用いられた鉛直積分の式がどの程度の精度を有するのか確認するため, 前節で求めた解析解などと数値的に比較を行う.^{*16}

^{*15}Andrews et al. (1987) の (1.1.13) 左辺と右辺のみを抜き出した

$$N^{2} = \frac{R}{H} \left[\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\kappa T}{H} \right]$$
(A.19)

を変形して得られる微分方程式

$$\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\kappa}{H}T - N^2 \frac{H}{R} = 0 \tag{A.20}$$

を N², H 一定のもとで T について解くと一般解

$$T = C \exp\left(-\frac{\kappa z}{H}\right) + \frac{N^2 H^2}{R\kappa}$$
(A.21)

が得られる. ここで *C* は積分定数である. この関数は地表 z = 0 で $C + \frac{N^2 H^2}{R\kappa}$ を取り, 高度が増加するに従って指数関数的に $\frac{N^2 H^2}{R\kappa}$ に漸近する. ちなみに Andrews et al. (1987) の温位 θ の式 (1.1.9b)

$$\theta = T \exp\left(-\frac{\kappa z}{H}\right) \tag{1.1.9b}$$

を用いての θ の式にすると

$$\theta = C + \frac{N^2 H^2}{R\kappa} \exp\left(\frac{\kappa z}{H}\right) \tag{A.22}$$

となる.

^{*16}本節で用いたスクリプトはこの文書とともに公開される (予定である).

TY02の格子点の設定を念頭に、やや簡単化した設定を用いる. 地表から高度 100 km までの鉛直 1 次元の系を設定する. 座標は幾何学的高度 (m) である. 格子点 は鉛直方向に、幾何学的に等間隔に配置する. 格子の間隔は、標準の場合は TY02 に近い 2500 m とする. 計算の簡単のため、GCM と違い、層の上端に格子点が存 在する. 例えば最下層 (0-2500m)の格子点は 2500 m に存在する. 地表 (z = 0)の 温度は 250 K とする. スケールハイトは 7 km とする. 高度方向に一定あるいは 階段関数の形で静的安定度を与え、地表から鉛直積分を行うことで各格子点の温度 を決める. 比較に用いる鉛直積分の方法は、(a) TY02 で用いられたもの; (b) 前節 で導いた解析解; (c) 1 次精度の式 (オイラー法); (d) 2 次精度の式 (修正オイラー 法)の 4 種類である. 解析解以外は、格子点の静的安定度をその層の静的安定度に 代表させた.

最初に、単純な場合として静的安定度が一定の場合を示す (図 A.1(a), 図 A.1(b)). $N^2 = 0$ の場合 (図 A.1(a)) は、山家氏の式の結果はほぼ解析解と重なっているが、 $N^2 = 4.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-2}$ の場合 (図 A.1(b)) は上端で 14 K 程度の過大評価をしてし まっている. これは 1 次精度の場合と解析解の差が 1 K 未満であることに比べ、桁 で大きい. このことから、TY02 で用いた式は N^2 が大きい場合で誤差を生じやす いことが予想される.

TY02 で用いた静的安定度で計算した結果を図 A.1(c) に示す. 12 km 付近で, 数 値解が 3 種類とも解析解よりも 10 K 程度高温になっている. ちょうどこの場所は 静的安定度の値が変わる高度であることから, 格子点の静的安定度をその層の静的 安定度で代表させた影響と考えられる.^{*17} この場合は 10000-12500 m の静的安 定度を 12500 m の静的安定度で代表しており, 実質的に 10 km より上で静的安定 度が変わったのと等価である.

12 km より上方に積分するに従って1次精度,2次精度の式の場合は解析解に近づき,上端では差は1Kのオーダーに縮小しているが,一方で山家氏の式を用いた場合は10 K 程度の差が生じたままである. 解析解 (A.24) が幾何学的高度 z とともに指数関数的に定数に漸近する関数であることを考慮すると,解析解ならば途中の高度で摂動が加えられても上方に積分を進めるに従って差は指数関数的に減衰するはずである. 高度 12 km 付近で加えられた摂動 (約 10 K) は,約5スケールハイト上空の50 km 付近では $e^{-5} \sim 1/100$ (0.1 K) 程度に減衰しているはずである. 1 次精度,2次精度の式の場合は,解析解との差は 1/10 (1 K) 程度にしか減衰していないものの,解析解に漸近しているという点では定性的に正しい.一方で上方に積分しても摂動に減衰が見られない山家氏の方法は定性的にも正しくない.

^{*17}TY02 における具体例は第 3.2 節の, 赤道の温度の鉛直プロファイルを求める箇所に脚注で示してある.

同じ計算を鉛直解像度を変えて行った結果が図A.2である.大まかな傾向を述べると,山家氏の方法はオイラー法よりも精度が悪いことが多く,これは鉛直解像度が低い場合,静的安定度が大きい場合で顕著である.ただし,鉛直解像度を上げると解析解に近づき,解像度100mの場合では解析解にほぼ重なる(図A.2(d)).

まとめると、山家氏の方法は、十分高解像度で解析解に漸近することから、導出 過程に間違いはなかったことが推測できる.ただ、多くの場合で1次精度の結果よ りも誤差が大きく、解析解だけでなく1次、2次精度の式の結果と比べても10K オーダーの差を生じうる.このことは、山家氏の方法でない計算方法でTY02の平 衡温度場を再現するのを困難にしている.



(c)

図 A.1: 様々な計算法における鉛直温度プロファイル.上端は 100 km. 解像度は 2500 m (40 層). (a) $N^2 = 0$ の場合, (b) $N^2 = 4.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-2}$ の場合. TY02 で値 が最も大きい場合に対応. (c) TY02 の設定の場合. 赤は TY02 の方法, 黒は解析 解, 緑は 1 次精度, 青は 2 次精度.



図 A.2: 様々な計算法における鉛直温度プロファイルの鉛直解像度依存性. いずれ も上端は 100 km. (a) 解像度 5000 m (20 層) (b) 同, 2500 m (40 層). 図 A.1(c) の 再掲. (c) 同, 1000 m (100 層). (d) 同, 100 m (1000 層). 色は 図 A.1 に同じ.

B 論文の記述どおりに設定した場合の基本場の変化

論文の記述と実際のモデルの乖離の影響がどの程度か見るため,平衡温度場を作 る際の一部の設定を論文の記述どおりに設定した場合の平衡温度場を示す.特段 の記述がない限り,全て DCPAM を用いて再現した結果である.

B.1 成層圏風速場を SH98 に合わせた場合

第 3.2 節 で述べたように, TY02 では SH98 と違う風速場を用いて平衡温度場を 求めている. ここ図 B.1 では SH98 に忠実に従った風速場を用いた場合との違い を示す. TY02 は SH98 に比べ, 15°N, $\sigma = 0.01$ 付近に-20 m/s 程度の偏差を示し ている. これによって冬半球の jet の低緯度側の「くびれ」がなくなっている. こ の風速場に温度風バランスするように作成された平衡温度場はおよそ 20°N より 高緯度に強く影響しており, 下部成層圏, 上部成層圏にそれぞれ +7, -7 K の偏差 をもたらしている. その結果, 冬極の $\sigma = 0.01$ 付近の温度の極小が消えている.

B.2 対流圏温度場の補間を修正した場合

TY02 では対流圏の温度場の作成の際に, 南北温度勾配のパラメータ $\Delta T(\sigma)$ を 意図せず階段関数で補間してしまったようである. この影響を図 B.3, 図 B.4 に示 す. $\sigma = 0.35$ 付近を振幅の最大として赤道で -2 K, 極で +4 K 程度の偏差をもた らしている. 違いを取る前の図すなわち各図の (a), (b) を目で比較した限りでは 違いはほとんど分からない.

B.3 成層圏の静的安定度を修正した場合

成層圏の平衡温度 T^{*s} を求める段階で, 成層圏 (12-50 km) の静的安定度に論文 とモデルで乖離が見られた (前者では $5.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-2}$, $4.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-2}$) この影響を 図 B.5 に示す. 成層圏界面 ($\sigma = 0.001$) 付近を中心に最大 24 K 以上の高温偏差が 見られる. ^{*18}

^{*18}余談であるが, この偏差は Nishizawa and Yoden (2005) で導入した寒冷化トレンドに似ている. ただし符号は逆.



図 B.1: 北半球の冬至における放射平衡温度場を作成するのに用いられた東西風速場. (a) SH98 に忠実な場合, (b) TY02, (c) (a) から (b) を引いたもの.

TempEQNHWinWoTopo



図 B.2: 北半球の冬至における放射平衡温度場. (a) SH98 に忠実な場合, (b) TY02, (c) (a) から (b) を引いたもの.

2015/08/09(納多 哲史)

TempEQNHWinWoTopo



図 B.3: 北半球の冬至における放射平衡温度場. (b) AY97 を正しく補間した場合, (a) TY02, (c) (a) から (b) を引いたもの.

TempEQNHWinWoTopo



sigma at layer midpoints 0.2 0.4 8 0.6 0.8 0 20 40 -20 60 80 -60 -40 -80 (1) (degree_north) latitude CONTOUR INTERVAL = 2.500E-01 -3.5 -1.75 0 1.75 3.5 (c)

図 B.4: 図 B.3 に同じ. ただし鉛直座標は対数ではない.

TempEQNHWinWoTopo



図 B.5: 北半球の冬至における放射平衡温度場. (a) 成層圏の静的安定度を論文通 りに設定した場合, (b) TY02, (c) (a) から (b) を引いたもの.

B.4 全ての誤りを修正した場合

全ての誤りを修正した場合の結果を図 B.6 に示す.

TempEQNHWinWoTopo



図 B.6: 北半球の冬至における放射平衡温度場. (a) 全ての内容を論文に忠実に実装した場合. (b) TY02, (c) (a) から (b) を引いたもの.

C DCPAM における TYY01 標準実験の再現および 設定変更実験

この章では TYY01 を再現するモデルおよび論文の記述に忠実に従ったモデル を DCPAM に実装し, TYY01 の標準実験(第6.1節参照)を行った結果を示す. 実 験名と実験設定は表 C.1 の通りである. 初期値は, TYY01 では地形補正を行って いたが, ここでは地形の振幅を 0 m から 1000 まで 100 m ずつ大きくしたスピン アップを行ったものを用いる.^{*19} 地形の振幅を大きくする間隔は, Reprod は 10 日, AllFix は 50 日である.^{*20} 各図の (a) Original は TYY01 の論文に掲載され ていた結果である.

表 C.1: 実験名とその計算設定

実験名	計算設定
Reprod	TYY01 を忠実に再現した結果.
AllFix	論文通りに実装した結果.

各計算結果を詳細に議論することはしないが, 観測結果と基本温度場の簡単な比較のみ行っておく. 観測における 1 月平均の帯状平均温度 (図 C.1) は, 赤道の成層圏界面 (約 1 hPa) 付近で 260 K と 270 K の間である. 数値計算における同じ場所の Original (図 C.2(a)), Reprod (図 C.2(b)) の場合の温度は観測と同程度である. しかし AllFix (図 C.2(c)) の場合の成層圏界面の温度は 270 K と 280 K の間であり, 観測や他の場合に比べて 10 K 程度高温になっている. これは成層圏の静的安定度を 4.5×10^{-4} s⁻² から 5.0×10^{-4} s⁻² に変更したことによる温度上昇 (第 B.3 節参照) が, 赤道の温度の鉛直積分のアルゴリズムを山家氏の方法から解析解に変更したことによる温度低下 (第 A 節参照) を上回った結果と考えられる.

 $^{^{*19}}$ いきなり $h_0 = 1000 \text{ m}$ の地形で走らせると計算が破綻するため.

^{*20}AllFix は,10日間隔では途中で計算が破綻してしまったため,より長期間スピンアップさせた.



(a)

図 C.1: 観測における 1 月平均の帯状平均温度場 (K). Holton (2004) の図 12.2 上 側より抜粋.





図 C.2: ニュートン加熱/冷却に用いた標準基本温度場 T_w (K) の子午面断面図. 時間 (1000 日) 平均場. コンター間隔は 10 K. TYY01 の図 1a に対応.



(c) AllFix

図 C.3: 帯状平均温度 [T] (K). コンター間隔は 10 K. TYY01 の図 1b に対応.



図 C.4: $\sigma_{[T]}(K)$. コンター間隔は 2.5 K. TYY01 の図 1c に対応.



(c) AllFix

図 C.5: 帯状平均温度の基本温度場からのずれ $\overline{[T]} - T^*$. コンター間隔は 5 K. TYY01 の図 1d に対応.



図 C.6: 帯状平均東西風 [U] (K). コンター間隔は 10 m/s. TYY01 の図 1e に対応.



図 C.7: $\sigma_{[U]}(m/s)$. コンター間隔は 50 m/s. TYY01 の図 1f に対応.



図 C.8: 東西波数 1 のジオポテンシャルハイトの停滞波の振幅 |(Z)₁| (m). Original 以外のコンター間隔は 50 m. Original のみ実線のコンター間隔は 200 m で 50, 100, 150 m のコンターが破線で引かれている. TYY01 の図 2a に対応.





図 C.9: 東西波数 1 のジオポテンシャルハイトの停滞波の位相 $heta_{(\overline{Z})_1}$ (°). コンター 間隔は 45°. TYY01 の図 2b に対応.



図 C.10: 日々の波数 1 の惑星波振幅の 1000 日平均 $\overline{|Z_1|}$ (m). Original 以外のコンター間隔は 50 m. Original のみ実線のコンター間隔は 200 m で 50, 100, 150 m のコンターが破線で引かれている. TYY01 の図 2c に対応.



図 C.11: 日々の波数 1 の惑星波振幅の標準偏差 $\sigma_{|Z_1|}$ (m). Original 以外のコン ター間隔は 50 m. Original のみ実線のコンター間隔は 200 m で 50, 100, 150 m のコンターが破線で引かれている. TYY01 の図 2d に対応.



(c) AllFix

図 C.12: 東西波数 2 のジオポテンシャルハイトの停滞波の振幅 $|(\overline{Z})_2|$ (m). Original 以外のコンター間隔は 25 m. Original のみ実線のコンター間隔は 50 m で 25 m のコンターが破線で引かれている. TYY01 の図 2e に対応.

 $model-desc_taguchi-yoden_2002_JAS59-3021.tex$



(c) AllFix

図 C.13: 東西波数 2 のジオポテンシャルハイトの停滞波の位相 θ_{(Z)2} (°). コンター 間隔は 45°. TYY01 の図 2f に対応.



図 C.14: 日々の波数 2 の惑星波振幅の 1000 日平均 $\overline{|Z_2|}$ (m). Original 以外のコン ター間隔は 25 m. Original のみ実線のコンター間隔は 50 m で 25 m のコンター が破線で引かれている. TYY01 の図 2g に対応.

 $model-desc_taguchi-yoden_2002_JAS59-3021.tex$



図 C.15: 日々の波数 2 の惑星波振幅の標準偏差 $\sigma_{|Z_2|}$ (m). Original 以外のコン ター間隔は 25 m. Original のみ実線のコンター間隔は 50 m で 25 m のコンター が破線で引かれている. TYY01 の図 2h に対応.

 $model-desc_taguchi-yoden_2002_JAS59-3021.tex$



図 C.16: 最後の 1000 日間における 2.6 hPa の各物理量の時系列. (a) Original における 86°N の帯状平均温度 (K). グラフの下限,上限はそれぞれ 200, 300 K. TYY01 の図 7 の $h_0 = 1000$ m の場合より抜粋. (b) (a) に同じ. ただし Reprod の場合. グラフの下限,上限はそれぞれ 200, 320 K. (c) (b) に同じ. ただし AllFix の場合. (d) Reprod における 60°N の帯状平均東西風の時系列 (m/s). グラフの 下限,上限はいずれも -30, 120 m/s. (e) (d) に同じ. ただし AllFix の場合. なお, Original には東西風の時系列の図は存在しないため,掲載していない.

2015/08/09(納多 哲史)

参考文献

- Akahori, K., and S. Yoden, 1997: Zonal flow vacillation and bimodality of baroclinic eddy life cycles in a simple global circulation model. J. Atmos. Sci., 54, 2349–2361.
- Andrews, D. G., J. R. Holton, and C. B. Leovy, 1987: Middle Atmosphere Dynamics. Academic Press, 489 pp.
- 3. Arakawa, A., and M. J. Suarez, 1983: Vertical differencing of the primitive equations in sigma coordinates. Mon. Wea. Rev., 111, 34–45.
- Holton, J. R., and C. Mass, 1976: Stratospheric vacillation cycles. J. Atmos. Sci., 33, 2218–2225.
- 5. Holton, J. R., 2004: An Introduction to Dynamic Meteorology, Fourth Edition (International Geophysics) 4th Edition. Academic Press, 535 pp.
- Nishizawa, S., and Yoden, S. (2005). Distribution functions of a spurious trend in a finite length data set with natural variability: Statistical considerations and a numerical experiment with a global circulation model. Journal of Geophysical Research, 110 (D12), D12105. doi:10.1029/2004JD005714
- Scott, R. K. and P. H. Haynes, 1998: Internal interannual variability of the extratropical stratospheric circulation: The low-latitude flywheel. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 124, 2149–2173.
- 8. Swamp Project, 1998: AGCM5 (in Japanese). GFD-DENNOU Club. [Available online at http://www.gfd-dennou.org/arch/agcm5/.]
- Taguchi, M. and S. Yoden, 2002: Internal intraseasonal and interannual variations of the troposphere-stratosphere coupled system in a simple global circulation model. Part I: Parameter Sweep Experiment. J. Atmos. Sci., 59, 3021–3036.
- Taguchi, M., T. Yamaga, and S. Yoden, 2001: Internal variability of the troposphere - stratosphere coupled system simulated in a simple global circulation model. J. Atmos. Sci., 58, 3184–3203.
- Takahashi, Y. O., H. Kashimura, S. Takehiro, M. Ishiwatari, S. Noda, M. Odaka, T. Horinouchi, Y.-Y. Hayashi, DCPAM Devlopment Group, 2014: DCPAM: planetary atmosphere model, http://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/, GFD Dennou Club.

- Yamane, S., and S. Yoden, 1998: Low-frequency variations and optimal excitation in a simple barotropic model with zonal asymmetry. J. Meteor. Soc. Japan, 76, 561–580.
- 13. 田口 正和, 2001: 対流圏-成層圏結合系の内部変動に関する数値実験. 京都大 学学位論文.
- 14. 西澤 誠也, 2005: 大気変動にみられるトレンドに関する確率統計理論および 数値実験. 京都大学学位論文.