

スペクトル法を用いた 自転軸対称ハドレー循環の数値実験

2023/02/10

流体地球物理学教育研究分野 M2

岡田和真

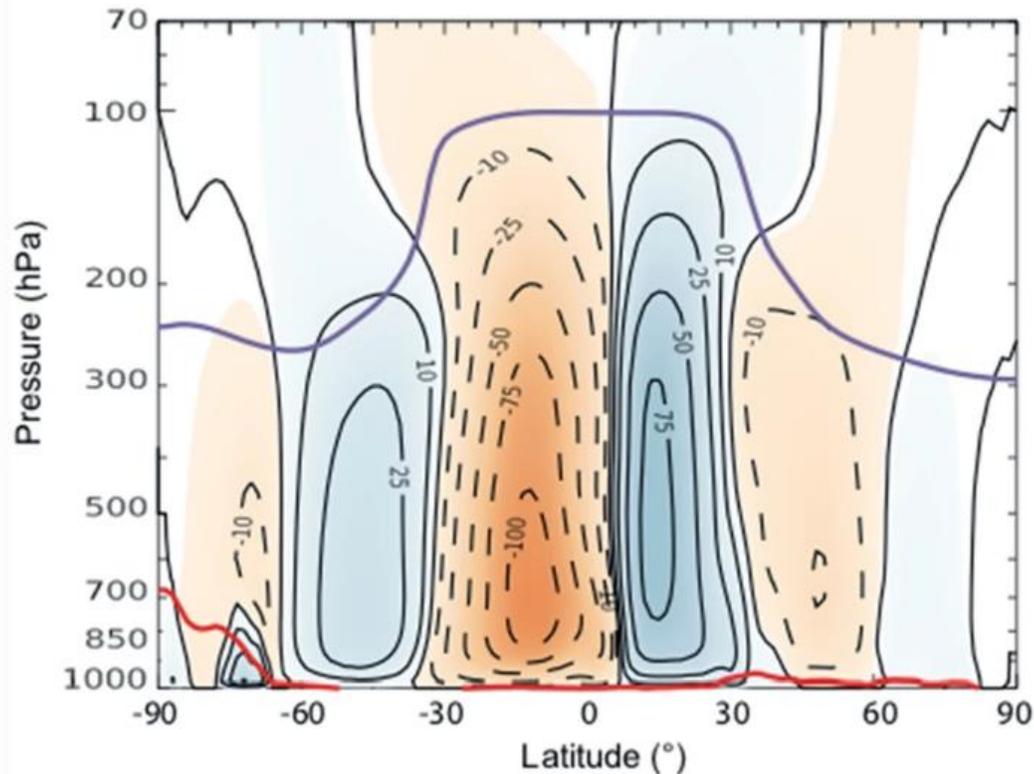
地球大気の大規模循環

□ 地球大気の大規模循環

- 赤道で温められ上昇した空気が極方向へ移動
- 亜熱帯で冷やされ下降した空気が赤道へ戻る

左図: 質量流線関数

- 等値線に沿う流れ
 - 青色: 時計回りの流れ
 - オレンジ色: 反時計回りの流れ
- ECMWF (ヨーロッパ中期予報センター) が作成した再解析データ (ERA-I) の 1979-2017 年分の年平均, 東西平均
- Lucas et al. (2021) から引用



ハドレー循環の研究

- ハドレー循環を調べた研究は古くから存在する
 - その中でも, ハドレー循環の力学構造 (南北幅, 強さ) を調べた研究ではしばしば自転軸対称な系が用いられた
 - 自転軸対称: 経度方向に一様
- 自転軸対称ハドレー循環を調べる意義
 1. 低緯度での大気の大規模な流れは東西平均場でもよく記述できる
 2. 自転軸対称を仮定することで, 複雑な方程式系が比較的簡単になり, 理解しやすくなる
 3. 観測結果と比べることで, 非軸対称な成分がもたらす影響について考察することができる

ハドレー循環に関する先行研究

□ 自転軸対称ハドレー循環を調べた研究

- i. Held and Hou (1980)
- ii. Lindzen and Hou (1988)
- iii. Fang and Tung (1999)

□ これらの研究では, ほとんど同じ設定でハドレー循環が調べられた

- 自転軸対称
- 乾燥ブシネスク流体プリミティブ方程式系
- ニュートン加熱冷却による熱強制: ハドレー循環を駆動

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \dots = -\frac{\theta - \theta_E}{\tau}$$

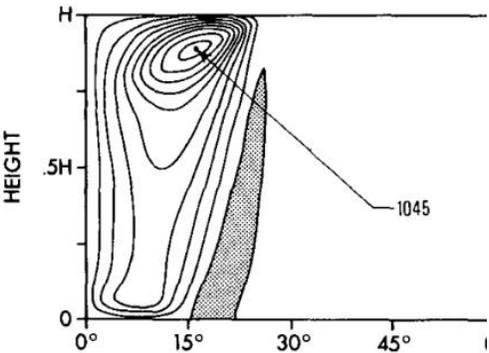
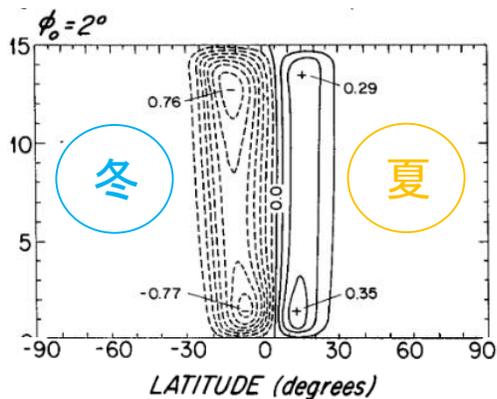
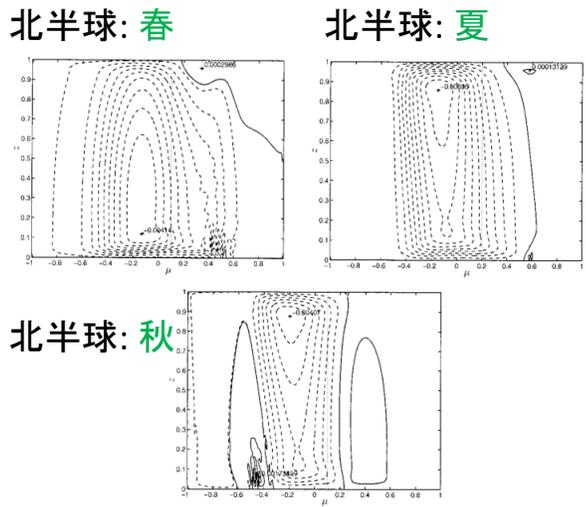
θ : モデル内温位場
 θ_E : 放射平衡温位場
 t : 時刻
 τ : 放射緩和時定数

□ 放射平衡温位場 (加熱分布) の与え方が異なる

- 循環の構造も大きく異なる

ハドレー循環に関する先行研究

HH80: Held and Hou (1980)
 LH88: Lindzen and Hou (1988)
 FT99: Fang and Tung (1999)

		i. HH80	ii. LH88	iii. FT99
放射平衡 温位場	赤道に関して	対称	非対称	非対称
	時間変化	しない	しない	する
季節		春分 or 秋分	北半球: 夏	季節変化
数値計算結果例 i: 流線関数 ii: 質量流線関数 iii: 流線関数				

本研究の着眼点

□ i, ii, iii の実験設定の違い

HH80: Held and Hou (1980)
LH88: Lindzen and Hou (1988)
FT99: Fang and Tung (1999)

		i. HH80	ii. LH88	iii. FT99
放射平衡温位 場	赤道に関して	対称	非対称	
	時間変化	しない		する
下端境界条件		摩擦境界条件		粘着条件
鉛直拡散係数 (m^2/s)		5.0		3.5

□ 下端境界条件の違いに注目

- 摩擦境界条件:
下端の水平風速をゼロに近づける
- 粘着条件:
下端の水平風速をゼロとする

⇒ 下端風速がゼロかそうでないかで違う

- ↓
- 下層における南北質量輸送に違いをもたらすか？
 - 子午面循環の構造にも違いができるか？

本研究の目的

□ 下端境界条件の違いにより, 季節変化するハドレー循環がどのように異なるのかを調べる

□ Fang and Tung (1999) との違い

		Fang and Tung (1999)	本研究
放射平衡温位場	赤道に関して	非対称	
	時間変化	する	
下端境界条件		粘着条件	摩擦境界条件
鉛直拡散係数 (m ² /s)		3.5	

粘着条件:

$$\text{下端 } (z = 0) : u = v = 0$$

z : 高度, u, v : 東西流, 南北流速度

摩擦境界条件:

$$\text{下端 } (z = 0) : \nu_V \frac{\partial u}{\partial z} = Cu, \nu_V \frac{\partial v}{\partial z} = Cv$$

ν_V : 鉛直拡散係数, C : 摩擦係数

本研究:
摩擦係数を変えて
実験を行う

支配方程式系

□ 乾燥ブシネスク流体プリミティブ方程式系

東西流運動方程式:
$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} + w \frac{\partial u}{\partial z} - 2\Omega v \sin \phi - \frac{uv \tan \phi}{a} = -\frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \nu_V \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

南北流運動方程式:
$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial v}{\partial \phi} + w \frac{\partial v}{\partial z} + 2\Omega u \sin \phi + \frac{u^2 \tan \phi}{a} = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} + \nu_V \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

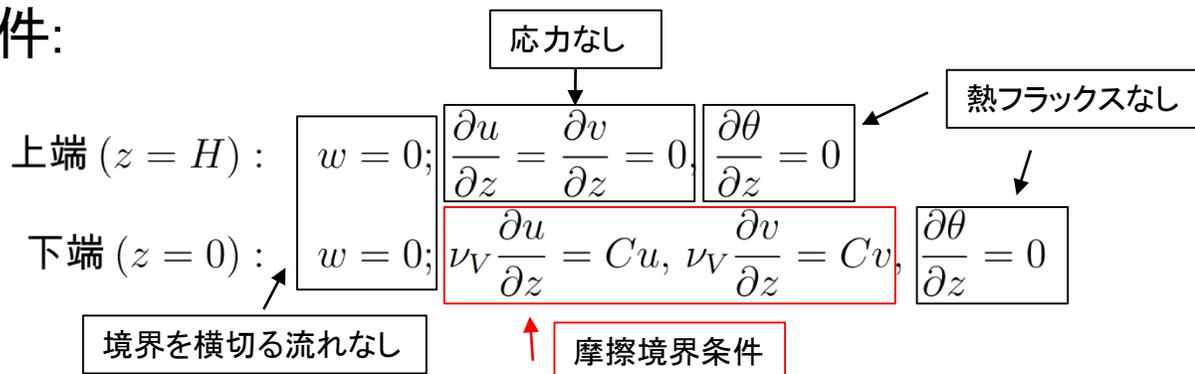
静力学平衡の式:
$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = g \frac{\theta}{\Theta_0}$$

熱力学方程式:
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} (u\theta) + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (v\theta \cos \phi) + \frac{\partial}{\partial z} (w\theta) = -\frac{\theta - \theta_E}{\tau} + \nu_V \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$$

非圧縮の式:
$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial (v \cos \phi)}{\partial \phi} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

λ : 経度, ϕ : 緯度, z : 高度, t : 時刻
 $\mathbf{u} = (u, v, w)$: 東西, 南北, 鉛直流速場, θ : 温位場, Φ : ジオポテンシャル
 Ω : 自転角速度, a : 惑星半径, g : 重力加速度, τ : ニュートン加熱冷却の緩和時定数
 θ_E : 放射平衡温位場, Θ_0 : θ_E の全球平均, ν_V : 鉛直拡散係数

□ 境界条件:



黒: Fang and Tung (1999) と同じ
 赤: Fang and Tung (1999) と異なる



数値モデルの概要

□ 数値モデル

■ 空間離散化

- スペクトル法: 直交関係のある多項式の和で展開
 - 水平方向: 球面調和関数
 - 鉛直方向: チェビシェフ多項式

■ 時間離散化

- セミインプリシット法: 陽解法と陰解法を組み合わせる手法
 - 非線形項: 二次のアダムズバッシュフォース法 (陽解法)
 - 線形項: クランクニコルソン法 (陰解法)

❌ Fang and Tung (1999) では, 空間離散化に差分法が用いられた. そのため, Fang and Tung (1999) とは, 下端境界条件だけでなく空間離散化手法も異なる.

- 本発表では, 空間離散化手法の違いがもたらす影響は考慮しない

❌ 計算自体は, 自転軸対称二次元化した式を用いて行う

実験設定

□ 放射平衡温位場:

$$\frac{\theta_E}{\Theta_0} = 1 - \Delta_H(\mu - \mu_0)^2 + \Delta_z z \quad (\mu = \sin \phi)$$
$$\mu_0(t) = 0.2 \sin\left(\frac{2\pi t}{360 \text{ days}}\right)$$



下表: 時刻と季節の対応関係

t (day)	0	...	90	...	180	...
北半球	春	→	夏	→	秋	→
南半球	秋	→	冬	→	春	→

□ パラメータの値

- 惑星半径, 重力加速度など: Fang and Tung (1999) と同じ
- 摩擦係数:

$$\frac{C}{C^*} = 0.1, 0.5, 1, 2, 10, 100 \quad (C^* = 5.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1})$$

□ 解像度等:

水平切断波数 : 126, 緯度格子点数 : 192,

鉛直切断波数 : 48, 鉛直格子点数 : 49,

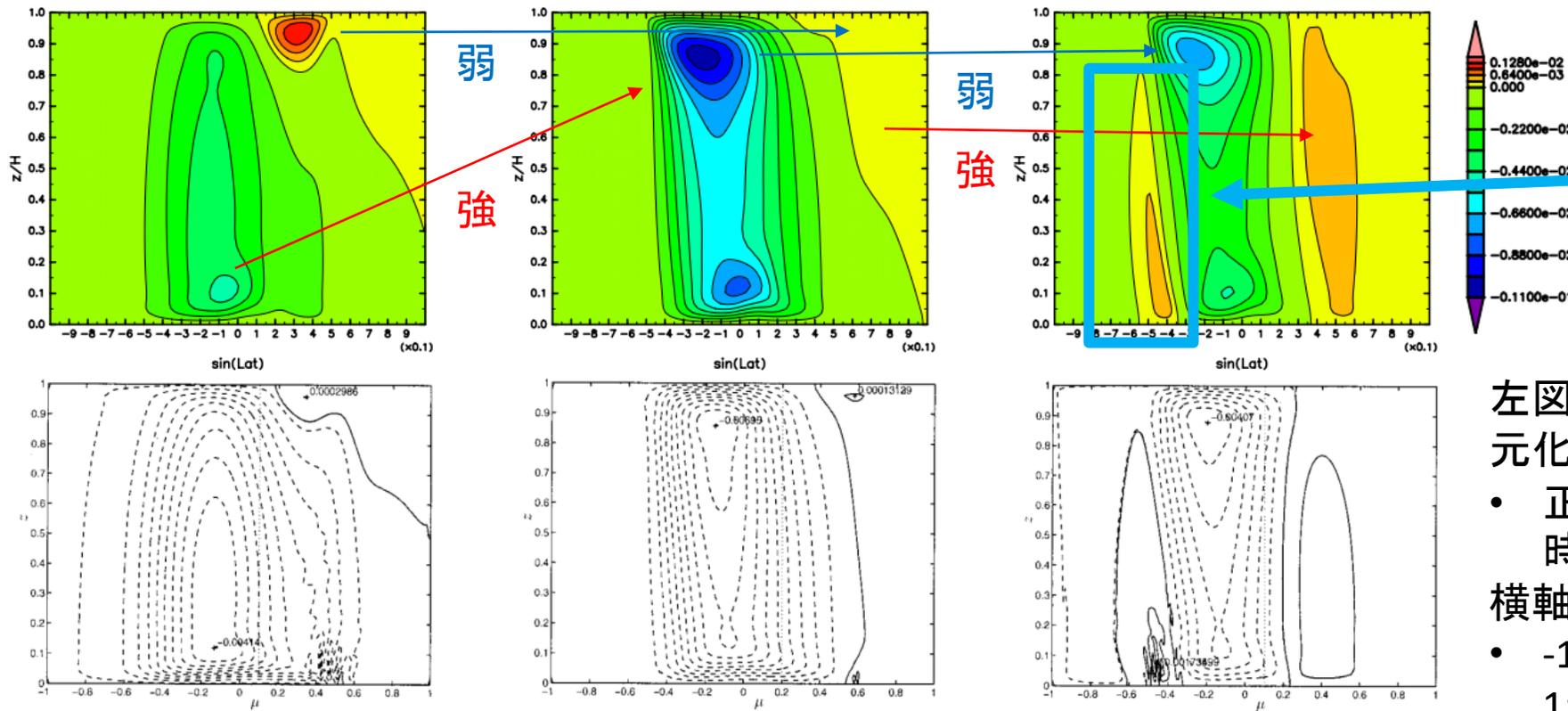
時間刻み幅 : 120 s, 総積分時間 : 1000 days, 出力間隔 : 1 day.

結果: 子午面循環

□ どの摩擦係数を用いた実験でも, 南北のハドレー循環の強さ, 幅が**季節変化**する

- i. (北半球が春から夏): 北半球側のハドレー循環が**弱**くなり, 南半球側のハドレー循環が**強**くなる
- ii. (北半球が夏から秋): 北半球側のハドレー循環が**強**くなり, 南半球側のハドレー循環が**弱**くなる

30 日後 \xrightarrow{i} 90 日後 \xrightarrow{ii} 150 日後



本実験
結果
 $C/C^* = 1$

Fang and Tung
(1999) の結果

摩擦の強さによりフェレル循環の強さが大きく異なる

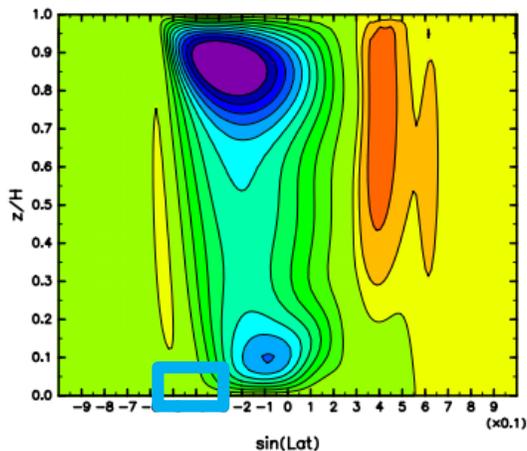
左図: 流線関数 (無次元化)

- 正の等値線に沿う時計回りの流れ
- 横軸: サイン緯度 μ
- -1: 南極, 0: 赤道, 1: 北極

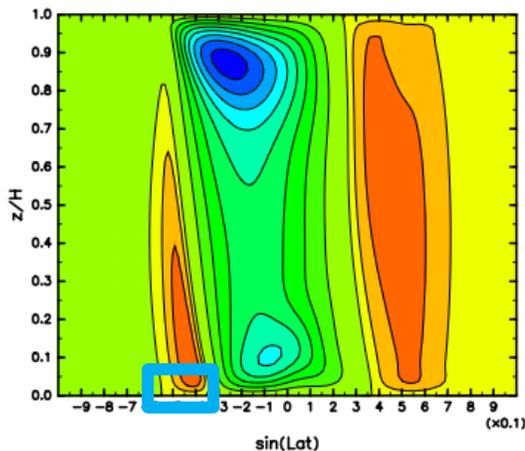
結果: フェレル循環

□ 摩擦が強いほどフェレル循環も強い

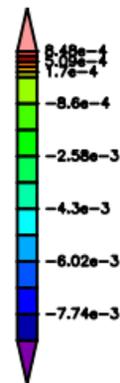
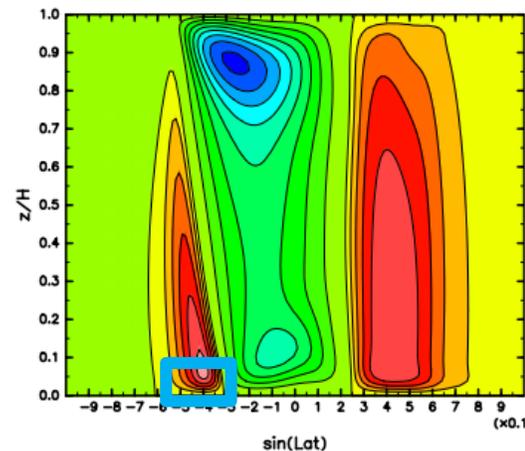
$C/C^* = 0.1$



$C/C^* = 1$



$C/C^* = 10$



本実験結果
(150 日後)

□ 下層 □ での南北質量輸送の式で考察する

$$fV_G \approx Cu(0) - \nu_V \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{\delta}$$

南北質量輸送

表面応力

内部抵抗

$\delta = 0.05$ とする

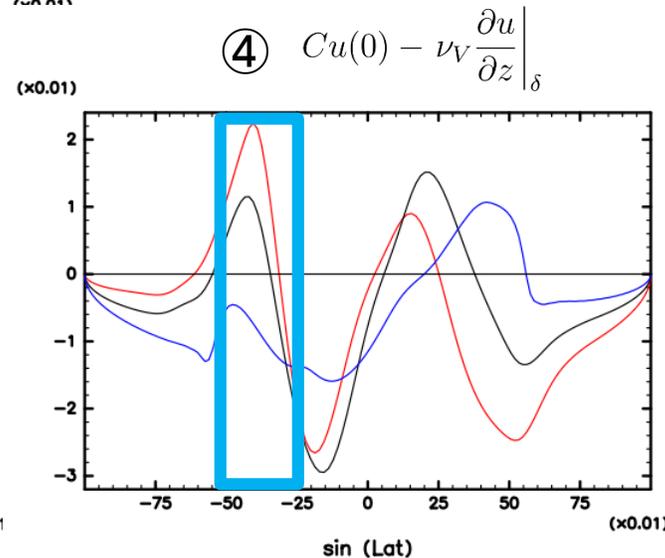
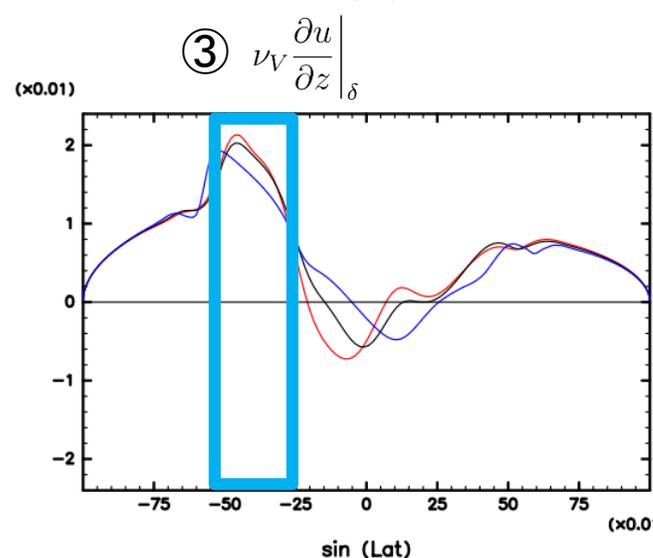
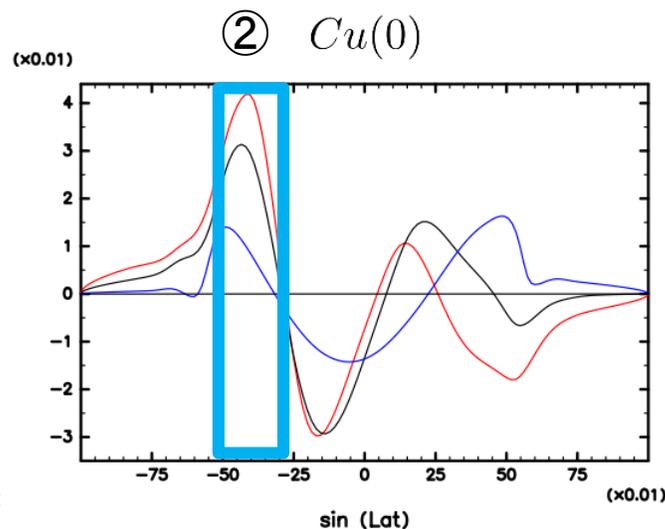
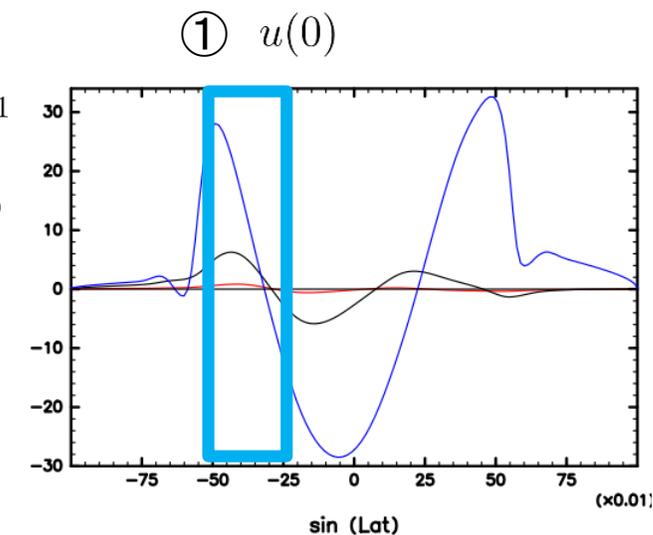
➤ 以下四つの項の摩擦係数依存性を確認する

- ① 下端東西風: 摩擦を強くすると, 下端風速はゼロに近づくか
- ② 表面応力: (摩擦係数 × 下端東西風) の大小関係はどうなっているのか
- ③ 内部抵抗
- ④ (表面応力 - 内部抵抗): 摩擦が強いほど, 右辺も大きくなる = 南北質量輸送も強くなるか

↑
東西流運動方程式において,
• 定常状態
• 移流項, メトリック項が小さい
と仮定. 摩擦境界層にわたって積分.

考察: 摩擦係数依存性

青線: $C/C^* = 0.1$
 黒線: $C/C^* = 1$
 赤線: $C/C^* = 10$



- ① 摩擦が強いほど, 下端風速は弱い
- ② 摩擦が強いほど, 表面応力は強い
- ③ 摩擦の強さにあまり依存しない
- ④ 摩擦が強いほど, (表面応力-内部抵抗) は強い

$$fV_G \approx Cu(0) - \nu_V \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{\delta}$$

赤枠: 摩擦が強いほど強くなる
 黒枠: 摩擦の強さにあまり依存しない

摩擦が強いほど強いフェレル循環が得られたことと整合的

まとめ

□ 下端における摩擦の強さを変えて、季節変化するハドレー循環の数値実験を行った

□ 結果

1. Fang and Tung (1999) のように季節変化するハドレー循環が得られた

- 冬半球のハドレー循環は強まり、夏半球のハドレー循環は弱まる。

⇒ 下端境界条件の違いは結果に大きな違いをもたらさない

2. 摩擦が強いほどフェレル循環が強くなった

➤ 下層における南北質量輸送の式で定性的には説明可能

$$fV_G \approx Cu(0) - \nu_V \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{\delta}$$

- 定常ハドレー循環の実験でも、成り立つのか調べる必要がある