

2次元平行シア一流の不安定の 理解のまとめ

竹広 真一

京都大学数理解析研究所

2016年8月26日

2016年8月27日改訂

2016年夏の地球流体セミナー @ 支笏湖

お品書き

- ① 伝統的なシアー不安定問題の扱い
- ② シアー不安定の理解：波の振舞い
 - 2 次の保存量
 - 波の共鳴とシアー不安定
 - 過剰反射とシアー不安定
- ③ さまざまな状況でのシアー不安定
- ④ (連続モードの問題)

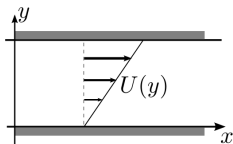
シアー不安定問題

- 平行シア一流の (線形) 不安定問題 : 乱流への入り口
- 古くは 1900 年代始め頃から

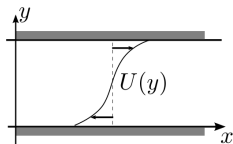
シアー不安定問題

- ぱっと見ただけでは不安定かどうかわからない...

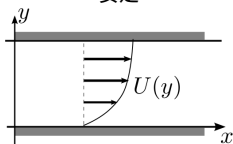
- 2次元非圧縮流体：
線形シアー流は中立安定
- 彎曲しても中立安定
- ぐにゃぐにゃしても中立安定
- ぐにゃぐにゃの向きが問題
- 安定成層中の線形シアー流：
不安定になりうる
- 浅水系の線形シアー流：
不安定になりうる
- 境界条件を変えると安定性
も変わる



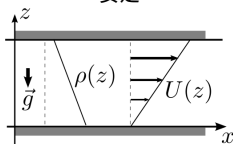
安定



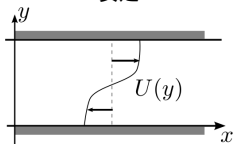
安定



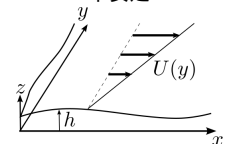
安定



不安定



不安定



不安定

伝統的シアー不安定問題の解法

- 2次元非圧縮流 (外力なし) を例に.
- 安定性を調べる流れ場
 - シアー流は元々の支配方程式の解.

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f(y)v &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f(y)u &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0.\end{aligned}$$

- $u = U(y), v = 0$ は方程式の解. その安定性を調べるには...

伝統的シアー不安定問題の解法

- 安定性を判定する数学的手法

- 安定性を調べる基本場に対する線形擾乱方程式を構成.

$$\begin{aligned}\frac{\partial u'}{\partial t} + U \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{dU}{dy} - f v' &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x}, \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + U \frac{\partial v'}{\partial x} + f u &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y}, \quad \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0.\end{aligned}$$

- 擾乱を $\exp[ik(x - ct)]$ の形に変数分離 + 境界条件
⇒ c に関する固有値問題

$$[U(y) - c] \left(\frac{d^2}{dy^2} - k^2 \right) \tilde{\psi}' + \left(\beta - \frac{d^2 U}{dy^2} \right) \tilde{\psi}' = 0, \quad \beta = \frac{df}{dy}.$$

- $Im[c] > 0$ なるモードが一つでも存在すれば不安定.

積分定理

- 例：変曲点定理
 - Rayleigh 方程式

$$\left(\frac{d^2}{dy^2} - k^2 \right) \tilde{\psi}' + \frac{\beta - U_{yy}}{U(y) - c} \tilde{\psi}' = 0.$$

- $\tilde{\psi}'^*$ をかけて y 方向全体で積分
- 境界条件を $\psi' = 0$ を用いて変形, 虚部を取りだすと

$$c_i \int_{y_1}^{y_2} dy \frac{\beta - U_{yy}}{|U - c|^2} |\tilde{\psi}'|^2 = 0.$$

- $c_i > 0$ となるには積分が 0 でなければならぬ
 $\Rightarrow \beta - U_{yy} = 0$ となる点 (変曲点) が必要.
- 導出が数学的. なぜ変曲点が不安定に必要?

さまざまな積分定理

- 非圧縮・外力なし
Rayleigh-Kuo の定理 (変曲点定理), Fjørtoft の定理
- 非圧縮・成層あり
Synge の定理, Miles-Howard の定理
- 浅水系
Ripa の定理
- (半円定理)

シアー不安定の理解：波の振舞い

- シアー不安定の理解: 波の振舞いを通じて
- 保存量からひもとかれる不安定条件
- 積分定理の物理的理解
- 共鳴だったり過剰反射だったり (記述のいろいろ)

2 次の保存量:運動量

- 2次元非圧縮流 (外力なし) を例に.
 - 支配方程式を擾乱の2次まで展開, x 平均

$$\frac{\partial \overline{u^{(2)}}}{\partial t} + \overline{v' \frac{\partial u'}{\partial y}} + \overline{v^{(2)}} \left(\frac{dU}{dy} - f(y) \right) = 0.$$

- 連続の式を用いて変形すると

$$\frac{\partial \overline{u^{(2)}}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{(u'v')}}{\partial y} = 0.$$

- y 方向に全領域積分

$$\frac{d}{dt} \int_{y_1}^{y_2} \overline{u^{(2)}} dy = 0.$$

2 次の保存量:運動量(つづき)

- 2 次の運動量を 1 次の量と関係づける
 - 擾乱の渦度方程式

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + U \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \left(\beta - \frac{d^2 U}{dy^2} \right) v' = 0, \quad \zeta' = \frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y}.$$

- ζ' をかけて x 平均, 連続の式を用いて変形

$$\frac{\partial \overline{\zeta'^2}}{\partial t} - \frac{\partial \overline{(u'v')}}{\partial y} = 0, \quad Q_y = \beta - U_{yy}$$

- 運動量保存の式 + 初期に $u^{(2)}, \zeta' = 0$ とすると,,

$$\overline{u^{(2)}} = -\overline{\zeta'^2} / (2Q_y)$$

- したがって運動量保存則を 1 次の量で表現すると,

$$\frac{d}{dt} \int_{y_1}^{y_2} \frac{\overline{\zeta'^2}}{2Q_y} dy = 0.$$

2 次の保存量：エネルギー

- 2次元非圧縮流 (外力なし) を例に.
 - 全 (運動) エネルギー保存則

$$\frac{d}{dt} \int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{2} (\overline{u^2} + \overline{v^2}) dy = 0.$$

- 2 次のオーダーまで展開すると,

$$\frac{d}{dt} \int_{y_1}^{y_2} \left[\frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2}) + U \overline{u^{(2)}} \right] dy = 0.$$

- $\overline{u^{(2)}}$ の表現を代入すると,

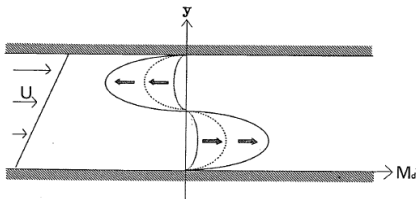
$$\frac{d}{dt} \int_{y_1}^{y_2} \left[\frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2}) - \frac{U}{2Q_y} \overline{\zeta'^2} \right] dy = 0.$$

不安定のための条件

不安定モードの保存量

不安定モードの 2 次の全保存量は 0 である.

- 2 次の保存量 = 振幅の 2 乗に比例
- 不安定モードは振幅が時間的に増大
- 不安定モードは正の保存量の領域と負の保存量の領域から構成される
- お互い振幅を増加しつつ, 全体の保存量は 0



竹広 (1989)

積分定理の解釈

- 例：Rayleigh-Kuo の (変曲点) 定理は運動量保存則 (eg. Vallis 2006)

- 不安定モード：2 次の運動量が 0.
$$\int_{y_1}^{y_2} \frac{\overline{\zeta'^2}}{2Q_y} dy = 0.$$

- 不安定モードが存在する
⇒ 流れのどこかで Q_y が符号を変えなければならない。

- さまざまな積分定理と保存則の関係

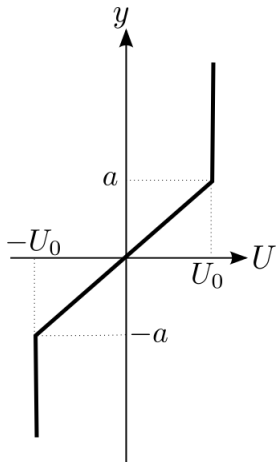
	運動量保存	エネルギー・運動量保存
非圧縮・外力なし	Rayleigh-Kuo の定理	Fjørtoft の定理
非圧縮・成層あり	Synge の定理	(Miles-Howard の定理)
浅水系		Ripa の定理

波の共鳴とシアー不安定

- 例：折れ線モデル (3 層)
(eg. Vallis 2006, Iga 2013)
 - 問題設定
基本流 $U(y)$ の分布が

$$U(y) = \begin{cases} U_o & (y \geq a) \\ U_o y/a & (-a \leq y \leq a) \\ -U_o & (y \leq -a) \end{cases}$$

である流れ場の安定性を考える (回転なし).



波の共鳴とシアー不安定

- 折れ線モデルの安定性を解く
 - 各領域における解はつぎのようにおける.

$$\tilde{\psi}' = \begin{cases} Ae^{-k(y-a)} & (y \geq a) \\ Be^{-k(y-a)} + Ce^{k(y+a)} & (-a \leq y \leq a) \\ De^{k(y+a)} & (y \leq -a) \end{cases}$$

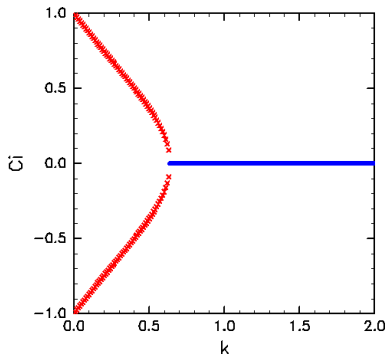
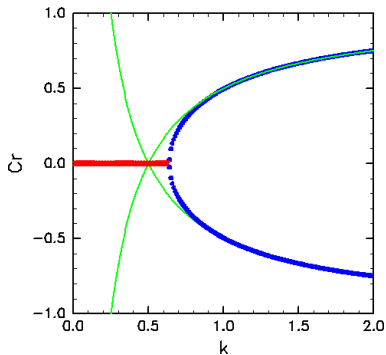
- 境界で $\tilde{\psi}'$ と圧力が連続
⇒ A, B, C, D に関する連立方程式
- 係数行列式が 0 ⇒ 分散関係式

$$c^2 = \left(\frac{U_0}{2ka} \right)^2 [(1 - 2ka)^2 - e^{-4ka}],$$

波の共鳴とシアー不安定

- 分散関係の図

- 青:安定モード, 赤:不安定モード, 緑:折れ曲がり局在する波の c_p .



$$U_0 = 1, a = 1$$

波の共鳴とシアー不安定

- $y = a$ の折れ曲がりに局在する波
 - $y = -a$ の折れ曲がりを取り除いたときの流れ分布

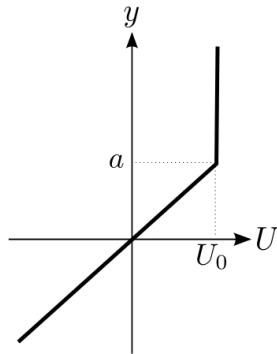
$$U(y) = \begin{cases} U_0 & (y \geq a) \\ U_0 y/a & (y \leq a) \end{cases}$$

- 各々の領域の解は

$$\tilde{\psi}' = \begin{cases} Ae^{-k(y-a)} & (y \geq a) \\ Be^{+k(y-a)} & (y \leq a) \end{cases}$$

- $y = a$ での接続条件 \Rightarrow 分散関係

$$c = c_+ = U_0 \left(1 - \frac{1}{2ka} \right).$$

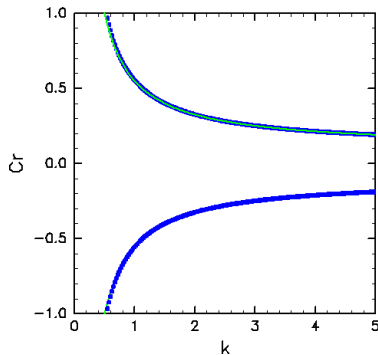
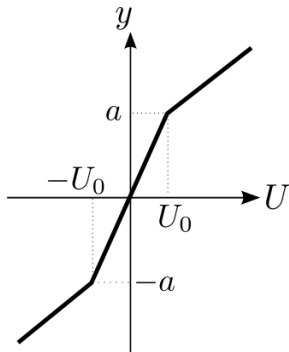


波の共鳴とシアー不安定

- $y = a$ の折れ曲がりに局在する波
 - 折れ曲がりの向き : $U_{yy} < 0 \Rightarrow$ 負の運動量
- $y = -a$ の折れ曲がりに局在する波
 - 折れ曲がりの向き : $U_{yy} > 0 \Rightarrow$ 正の運動量
- 運動量の符号の異なる波の分散曲線が交わるところで不安定モード発生 (波の共鳴)
 - 運動量 0 のモードを構成可能

波の共鳴とシアー不安定

- 例 2 : 折れ線モデル (3 層) (eg. Vallis 2006)
 - 逆符号の運動量をもつ波 : 分散曲線が交わらない.
 - どちらの波もエネルギーが正 : $-\frac{U}{2Q_y} > 0$



$$U_0 = 0.1, a = 1$$

波の共鳴とシアー不安定

- ロスビー波の位相速度による解釈

- 渦度方程式

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \zeta' + \left(\beta - \frac{d^2 U}{dy^2} \right) \frac{\partial \psi'}{\partial x} = 0, \quad \nabla^2 \psi' = \zeta'$$

- (拡張された) ロスビー波の (局所) 分散関係

$\zeta', \psi \propto e^{i(kx+ly-\omega t)}$ として,

$$c = \frac{\omega}{k} = U + \hat{c}, \quad \hat{c} = -\frac{Q_y}{k^2 + l^2}, \quad Q_y = \beta - \frac{d^2 U}{dy^2}.$$

- \hat{c} は流れにのって見たときのロスビー波の位相速度 (固有位相速度)

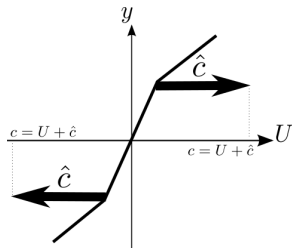
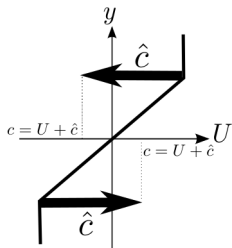
波の共鳴とシアー不安定

● 例 1 の場合

- $y = a$ の波の $\hat{c} < 0$, 基本流で遅くなる.
- $y = -a$ の波の $\hat{c} > 0$, 基本流で速くなる.
- 2つのロスビー波の位相速度 c が一致する可能性あり

● 例 2 の場合

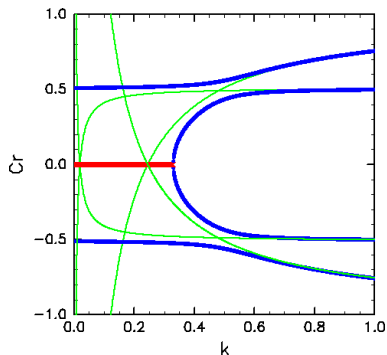
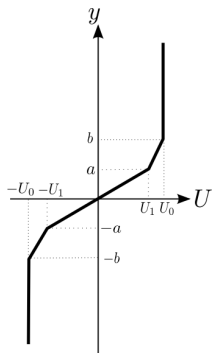
- $y = a$ の波の $\hat{c} > 0$. 基本流でより速くなる.
- $y = -a$ の波の $\hat{c} < 0$. 基本流でより遅くなる.
- 2つのロスビー波の位相速度が一致する可能性なし



波の共鳴とシアー不安定

- 例 3 : 折れ線モデル (5 層)

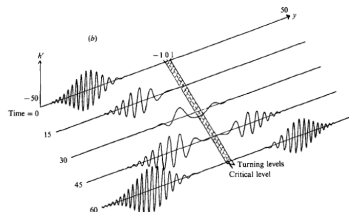
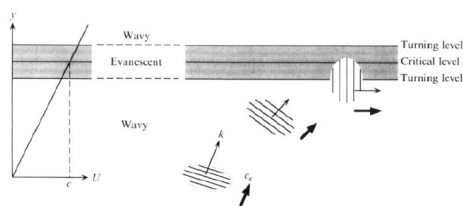
- 同符号の運動量をもつ波 : 分散曲線が交わらない. 不安定モード発生しない.



$$U_0 = 1, U_1 = 0.51, a = 1, b = 2$$

過剰反射とシアー不安定

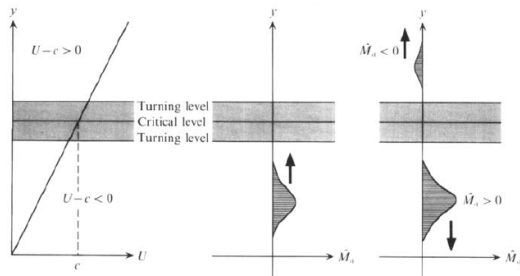
- 波の過剰反射：反射率 $R > 1$
- 浅水系での例
 - 線形シアー流, 回転なし



Takehiro and Hayashi (1992)

過剰反射とシアー不安定

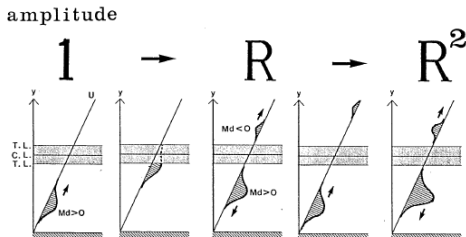
- 過剰反射が生じるメカニズム：運動量保存則
 - 入射側と透過側で波の運動量が逆符号
 - 入射前後で運動量が保存
 - 透過波が逆符号の運動量を取り去る
 - ⇒ 反射波の運動量が入射波より増加



Takehiro and Hayashi (1992)

過剰反射とシアー不安定

- 過剰反射とシアー不安定 (eg. Lindzen 1988)
 - 入射領域の後ろに反射壁 \Rightarrow 反射波が再び入射 \Rightarrow 過剰反射が繰り返される
 - 振幅の指数的增加: Laser Formula
$$kc_i = \log R / (2\tau), \quad \tau = \int_{y_0}^{y_t} (1/C_{gy}) dy$$
 - 入射波 + 反射波が壁の境界条件を満たすものだけが不安定モードになる: 量子化条件

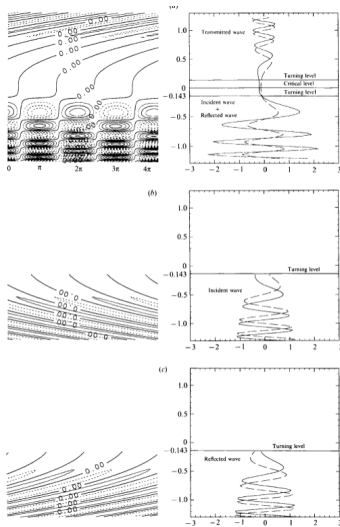
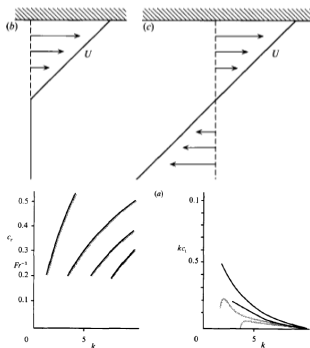


竹広 (1989)

過剰反射とシアー不安定

- 過剰反射と不安定モードの対応の例

- 浅水系, 線形シアー流, 回転なし



Takehiro and Hayashi (1992)

過剰反射とシアー不安定

● 微妙な問題

- 臨界点 (critical point) ($U - c = 0$) に波が入射すると臨界点で吸収されてしまう. 反射は生じない \Rightarrow 波伝播不可能 (evanescent) 領域で臨界点隠される必要あり.
- 臨界点での運動量フラックスの「とび」
 - 浅水系の線形シアー流では「とび」がない.
 - ロスビー波の登場する系では「とび」がある. その「とび」が原因で過剰反射する解もある.
 - 一方で, 不安定固有モードは「とび」がない.
- 不安定固有値モード解と過剰反射解 (散乱問題, 定常) の関係は実はあいまい.
- 両者の関係が数学的に結びつけられているわけではない.

さまざまな状況でのシアー不安定

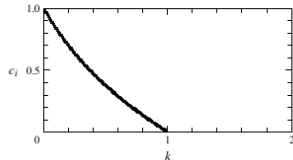
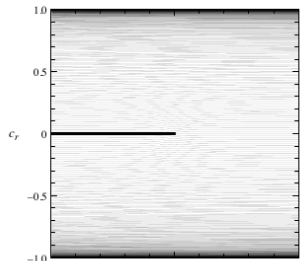
- 順圧不安定: 順圧ロスビー波 $\times 2$
- 傾圧不安定: 傾圧ロスビー波 (あるいは境界ロスビー波) $\times 2$
- 浅水系: ロスビー波 \times ロスビー波, ロスビー波 \times 重力波, 重力波 \times 重力波
- 赤道系 (他の境界波): ケルビン波 \times ロスビー波 etc.
- 原始惑星系円盤内のシアー不安定は?

連続モード

- 滑らかな速度分布：連続モード
(Case 1960, Lin 1961)
- 各点でポテンシャル渦度が局在する中立モード

$$q = q_c \delta(y - y_c) e^{i(kx - ct)}, c = U(y_c)$$

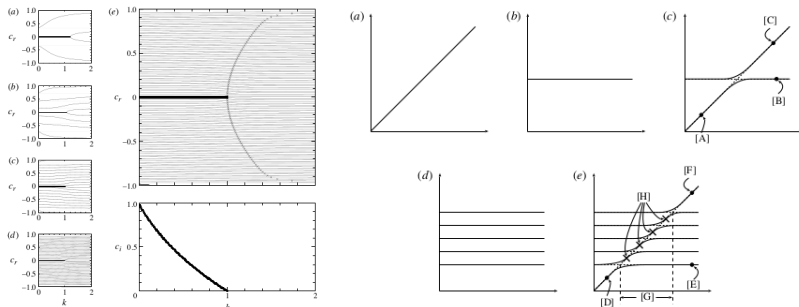
- 局在する点での流れで移流されるだけ
- 固有値を求めると一面に中立波が存在
- 不安定モードにつながる中立波が見えない



$U(y) = \tanh y$ の固有モード
(Iga 2013)

連続モード

- 不安定モードを構成する中立波の分散曲線
 - 連続モードと交差 \Rightarrow モードの入れ換え
 - 次々と入れ換わりが起きるところを追うと、隠れていた中立波が見えてくる



Iga (2013)

参考文献1

- Case, K. M., 1960 : Stability of inviscid plane Couette flow. *Phys. Fluids*, 3, 143–148.
- Charney, J. G., 1947 : The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *J. Meteor.*, 4, 135–163.
- Eady, E. T., 1949: Long waves and cyclone waves. *Tellus*, 1, 33–52.
- Fjørtoft, R., 1950 : Application of Integral Theorems in Deriving Criteria of Stability for Laminar Flows and for the Baroclinic Circular Vortex. *Geofysiske Publikasjoner*, 17, 6, 52pp.
- Green, J. S. A., 1960 : A problem in baroclinic stability. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 86, 237–251.
- Howard, L. N., 1961: Note on a paper of John W.Miles. *J. Fluid Mech.*, 10, 509–512.
- Iga, K., 2013 : Shear instability as a resonance between neutral waves hidden in a shear flow. *J. Fluid Mech.*, 715, 452–476.
- Kuo, H.-L., 1949 : Dynamical instability of two-dimensional nondivergent flow in a barotropic atmosphere. *J. Meteor.*, 4, 105–122.
- Lin, 1961 : Lin, C. C., 1961 : Some mathematical problems in the theory of the stability of parallel flows. *J. Fluid Mech.*, 10, 430–438.
- Lindzen, R. S., 1988 : Instability of plane parallel shear flow (Towards a mechanistic picture of how it works). *PAGEOPH* 16, 103–121.
- Lindzen, R. S., Farrell, B., Tung, K. K., 1980: The concept of wave overreflection and its application to baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.*, 37, 44–63.
- Miles, J. W., 1961: On the stability of heterogeneous shear flows. *J. Fluid Mech.*, 10, 496–508.
- Rayleigh, Lord, 1880 : On the stability or instability of certain fluid motions. *Proc. Lond. Math. Soc.*, 11, 57–70.
- Ripa, P., 1983 : General stability conditions for zonal flows in a one-layer model on the β -plane or the sphere. *J. Fluid Mech.*, 126, 463–489.
- Sakai, S., 1989: Rossby-Kelvin instability : a new type of ageostrophic instability caused by a resonance between Rossby waves and gravity waves. *J. Fluid Mech.*, 202, 149–176.

参考文献2

- Syge, J. L., 1933 : The stability of heterogeneous liquids. Trans. Roy. Soc. Canada III, 27, 1–18.
- Takayabu, I., Takehiro S., 2003 : Wave over-reflection and baroclinic instability of the Eady problem. J. Atmos. Sci., 60, 2404–2412.
- Takehiro, S., Hayaashi, Y.-Y., 1992 : Overreflection and shear instability in a shallow water. J. Fluid Mech., 236, 259-279.
- Taniguchi, H. , Ishiwatari, M., 2006: Physical interpretation of unstable modes of a linear shear flow in shallow water on an equatorial β -plane. J. Fluid Mech., 567, 1–26.
- Taniguchi, H., Ishiwatari, M., 2008: Eigen modes of a linear shear flow in shallow water on an equatorial beta-plane. Nagare multimedia, <http://www2.nagare.or.jp/mm/2008/taniguchi-ishiwatari/index.htm>
- Vallis, G. K., 2006 : Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics, Cambridge University Press, 745pp.
- 酒井 敏, 小林 澄人, 1993 : 波の共鳴と流れの不安定, 京都大学数理解析研究所講義録, 830, 118–126.
- 竹広 真一, 1989: 浅水波の過剰反射とシア不安定. 東京大学大学院理学研究科修士論文.

積分定理 (非圧縮・外力なし)

Rayleigh-Kuo の定理 (変曲点定理)

流れが不安定となるには領域内で $U_{yy} = 0$ となる点 (変曲点) が存在しなければならない (Rayleigh 1880, Kuo 1949).

Fjørtoft の定理

不安定擾乱が存在するには, 流れのどこかで $-U_{yy}(U - U_s)$ が正となる領域が存在する必要がある. ここで U_s は $U_{yy} = 0$ の点での速度である (Fjørtoft 1950).

積分定理 (非圧縮・成層あり)

Synge の定理

流れが不安定となるには, 流れのどこかで

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\rho} \frac{\partial U}{\partial z} \right) - \frac{2(U - c_r)}{|U - c|^2} \bar{\rho} N^2$$

が符号を変える必要がある (Synge 1933).

Miles-Howard の定理

流れが不安定となるには, 流れのどこかで

$$R_i = \frac{N^2}{(dU/dz)^2} \leq \frac{1}{4}$$

となる点が存在する必要がある (Miles 1961, Howard 1961).

積分定理 (浅水系)

Pipa の定理

流れが不安定となるには, すべての実数について

$$(U - c)^2 > gH, \quad \text{あるいは} \quad \frac{U - c}{Q_y} > 0$$

となる点が領域内に存在する必要がある. ここで $Q_y = (f - dU/dy)/H$ は基本場のポテンシャル渦度である (Ripa 1983).

折れ線モデルの局在波の運動量

- 幅 $0 < \varepsilon \ll 1$ で滑らかにした速度分布を考える。

$$Q = -\frac{\Lambda_+ + \Lambda_-}{2} - \frac{\Lambda_+ - \Lambda_-}{2} \tanh\left(\frac{y}{\varepsilon}\right),$$

$$Q_y = -\frac{\Lambda_+ - \Lambda_-}{2} \delta(y, \varepsilon), \quad \delta(y, \varepsilon) \equiv \frac{1}{\varepsilon \cosh^2(y/\varepsilon)}.$$

- 局在波の q' も幅 ε で鈍らした分布を考える。

$$q' = -2kAe^{ik(x-ct)}\delta(y) \Rightarrow q' = -2kAe^{ik(x-ct)}\delta(y, \varepsilon)$$

- すると、2 次の運動量は

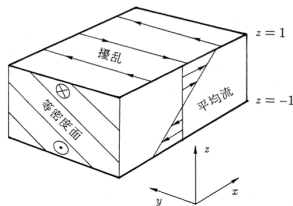
$$\overline{u^{(2)}} = -\frac{\overline{q'^2}}{2Q_y} = \frac{4k^2|A|^2}{\Lambda_+ - \Lambda_-} \delta(y, \varepsilon) \Rightarrow \frac{4k^2|A|^2}{\Lambda_+ - \Lambda_-} \delta(y)$$

傾圧不安定

● 設定

- 回転系
- 鉛直シア一流 $u = U(y, z)$
- 温度風バランス

$$f \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial y}$$



酒井と小林 (1993)

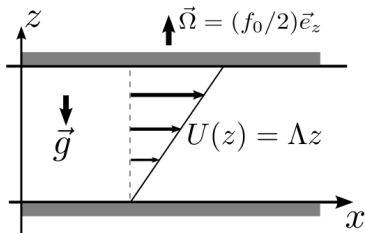
● 支配方程式：準地衡流渦度方程式 (渦位保存則)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \left[\nabla^2 \psi + \frac{\partial}{\partial z} \left(F \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right] + \frac{dQ}{dy} \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0,$$

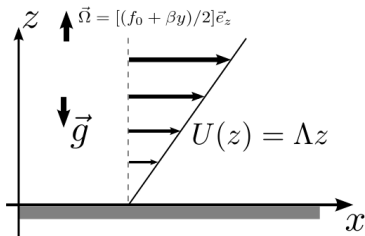
$$Q(y, z) = \beta y + \frac{d^2 \Psi}{dy^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(F \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right), \quad U(y, z) = -\frac{\partial \Psi}{\partial y},$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad \text{at } z = 0, H.$$

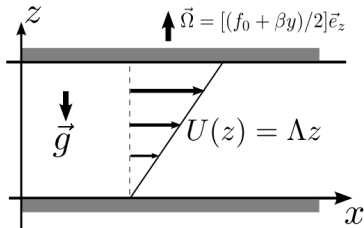
傾圧不安定：主な理想的状況



Eady 問題
f 面, 上下壁



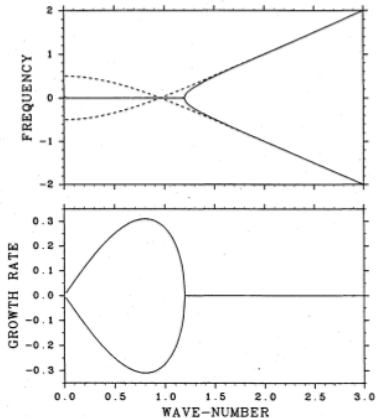
Charney 問題
 β 面, 上壁なし



Eady + Charney?, β 面, 上下壁

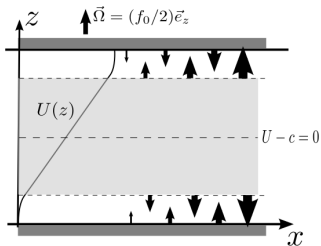
傾圧不安定

- Eady モード : 境界波の共鳴 (酒井と小林 1993)
 - 反対側の境界条件を $\frac{d\psi}{dz} = 0$ として境界波を定義

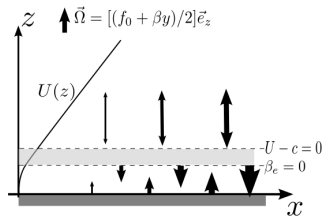


- 上段 : 水平波数-振動数の関係 (分散関係)
- 下段 : 水平波数-成長率の関係

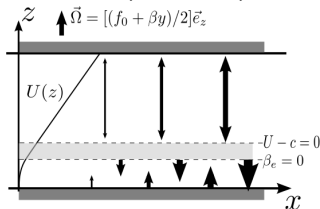
傾圧不安定：過剰反射による解釈



Eady モード
境界波同士の OR
(Takayabu and Takehiro 2003)



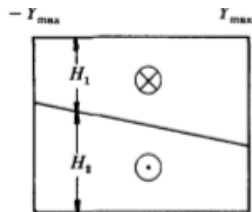
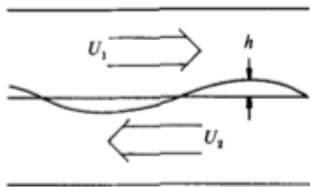
Charney モード
境界波 + 内部ロスビー波の OR
(Lindzen et al., 1980)



Green モード, 境界波 + 内部ロスビー波の OR (Lindzen et al., 1980)

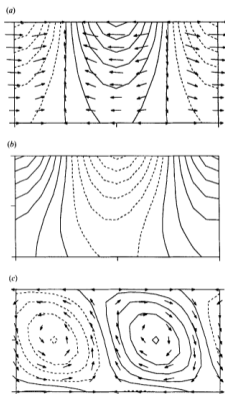
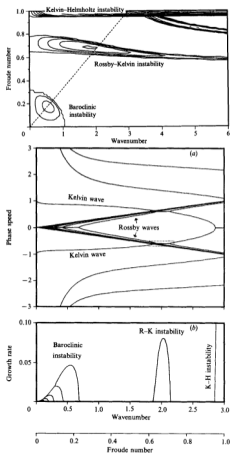
浅水系のシア不安定

- 例: 2層回転系 (f 平面) 浅水方程式 (Sakai 1989)
 - ロスビー波 $\times 2$: 傾圧不安定
 - 重力波 $\times 2$: K-H 不安定
 - ロスビー波 \times ケルビン波: Rossby-Kelvin 不安定



Sakai (1989)

浅水系のシア不安定



上から最大成長率, 分散曲線, 上段の点線での断面図

Rossby-Kelvin 不安定モードの構造. 上から上層の流れと圧力, 境界面変位, 下層の流れと圧力

Sakai (1989)

赤道 β 平面のシアー不安定

- 赤道 β 平面浅水系の線形シアー流
(Taniguchi and Ishiwatari 2006, 2008)
 - 支配方程式

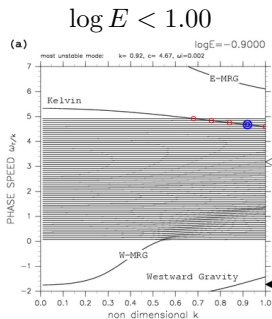
$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{dU}{dy} - \beta y v = -g \frac{\partial h}{\partial x},$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} + \beta y u = -g \frac{\partial h}{\partial y},$$

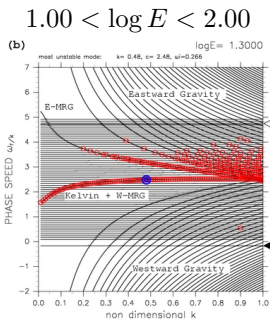
$$\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial \phi}{\partial x} + H \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0.$$

- 基本場：線形シアー流

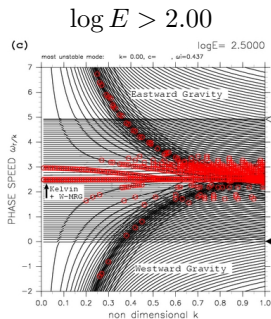
赤道 β 平面のシアー不安定



赤道ケルビン波モード
と連続モード



赤道ケルビン波モード
と西進混合ロスビー重
力波モード



赤道ケルビン波モード
と西進混合ロスビー重
力波モード

$E = \gamma^4 / (gH\beta^2)$ の値による最大成長率の不安定モードの分類. γ は基本流のシアー, g は重力加速度, H は等価深度, β はコリオリパラメターの南北傾度.

Tanighuchi and Ishiwatari (2008)