

# 修 士 学 位 論 文

加熱冷却が生成する赤道スーパーローテーション：  
浅水モデルによる考察

2020年2月7日

専攻名：惑星学専攻

学籍番号：186S424S

氏名：藤林 凜

神戸大学大学院理学研究科博士課程前期課程



## 要旨

Showman and Polvani (2010) は活動的な上層と静止した下層から成る 1.5 層浅水系を用いて下層から上層への運動量移流を適切に表現することで、赤道で加熱と冷却が与えられるとき、赤道スーパーローテーションが生じることを示した。しかし、そこでは摩擦時定数  $\tau_{\text{drag}} = 5$  日、放射時定数  $\tau_{\text{rad}} = 5$  日で地球の惑星パラメータに対する結果しか示されていない。Showman and Polvani (2010) で提示されたモデルにおいて広いパラメータ範囲に対しても赤道波の運動量輸送によって赤道スーパーローテーションが生成されるかどうかを確かめるために、摩擦時定数を  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq \infty$  の範囲で変化させたパラメータスイープ実験を行う。

全ての場合において赤道でスーパーローテーションが生じ、摩擦時定数が大きくなるとその速度は大きくなる。その関係を説明するために摩擦時定数を用いて三つの範囲に分けて考える: (i)  $\tau_{\text{drag}} \leq 1$  日, (ii)  $1 \text{ 日} < \tau_{\text{drag}} \leq 50$  日, (iii)  $\tau_{\text{drag}} > 50$  日。運動量収支からすべての場合で運動量フラックスの収束による東向き加速が東西風と熱帯強制の相関による西向き加速によってほとんど打ち消されている。よって赤道スーパーローテーションの生成には下層から上層へ運動量移流を表す項  $\mathbf{R}$  による加速が重要であることがわかる。もし項  $\mathbf{R}$  による加速が摩擦時定数に依存しなければ、運動量バランスから  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^1$  を予期する。しかし、実際には、赤道における東西平均した東西風と摩擦時定数の関係はこの比例関係にはならない。これは (i)–(iii) のそれぞれの場合で摩擦時定数に対する項  $\mathbf{R}$  による加速の振る舞いが異なるためである。

摩擦が強いとき ( $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 1$  日), 摩擦時定数が大きくなると項  $\mathbf{R}$  による加速は大きくなり、上で予期された比例関係よりも東西平均風の摩擦時定数依存性が大きくなる。そして、このとき圧力傾度力と摩擦力がバランスすることから、東西平均した東西風は摩擦時定数の自乗に比例することがわかる。摩擦が弱いとき ( $1 \text{ 日} < \tau_{\text{drag}} \leq 50$  日), 摩擦時定数が大きくなると項  $\mathbf{R}$  による加速が小さくなる。これによって  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^a$  ( $0 < a < 1$ ) の関係となることがわかる。摩擦時定数が大きくなると加熱領域の東側で西風が大きくなるのが、摩擦時定数が大きくなるにつれて項  $\mathbf{R}$  による加速が小さくなる原因である。摩擦が非常に弱いとき ( $\tau_{\text{drag}} > 50$  日), 摩擦時定数が大きくなると項  $\mathbf{R}$  は大きくなる。このとき東西平均した東西風は摩擦時定数依存性が小さくなる。しかし、解は Matsuno–Gill 解と類似せず、何らかの不安定が生じる。これは別のメカニズムでスーパーローテーションが生成されることを示唆する。

# 目次

第1章	はじめに	3
1.1	惑星大気のスーパーローテーション	3
1.2	先行研究	4
1.3	本研究の目的	5
1.4	本論文の構成	6
第2章	ロスビー波による運動量輸送と東西風の加速	7
第3章	モデルと手法	10
3.1	支配方程式系	10
3.2	実験手法・実験設定	12
第4章	実験結果	16
4.1	標準実験結果	16
4.2	摩擦時定数のパラメータスイープ実験	24
4.3	放射時定数のパラメータスイープ実験	26
4.4	自転角速度のパラメータスイープ実験	28
第5章	考察	31
5.1	モデル中の項 $R$ の重要性	31

---

5.2 平均流に対するレイリー摩擦の影響 . . . . .	32
5.3 摩擦が無い場合の非線形解 . . . . .	38
<b>第 6 章 結論</b>	<b>40</b>
<b>付録 A: 本文中の式の導出</b>	<b>41</b>
A.1 角運動量保存則 . . . . .	42
A.2 変形オイラー平均 (TEM) 方程式 . . . . .	44
<b>付録 B: 加熱領域と冷却領域で対称的な項 <math>R</math> を用いた実験</b>	<b>44</b>
<b>謝辞</b>	<b>47</b>
<b>参考文献</b>	<b>47</b>

# 第1章 はじめに

## 1.1 惑星大気のスーパーローテーション

いくつかの太陽系の惑星や衛星そして潮汐固定された系外惑星の大気は赤道において他の緯度に比べて自転方向の速い風が吹くことが知られている。特に金星において低・中緯度で自転方向に約  $100 \text{ m s}^{-1}$  の風が吹くことが知られている (図 1)。この風はしばしば“スーパーローテーション”と呼ばれる。

スーパーローテーションを生成するメカニズムは未だ十分に理解されていない。軸対称な系において角運動量保存則に従って大気の東西風分布を考えると、東西平均した角運動量が保存され、角運動量は子午面内で極値 (つまりスーパーローテーション) をもたない (Hide の定理; Hide (1969))。そのため非軸対称な流れ (例えば波) によって赤道で風を加速させるためのメカニズムが必要である。

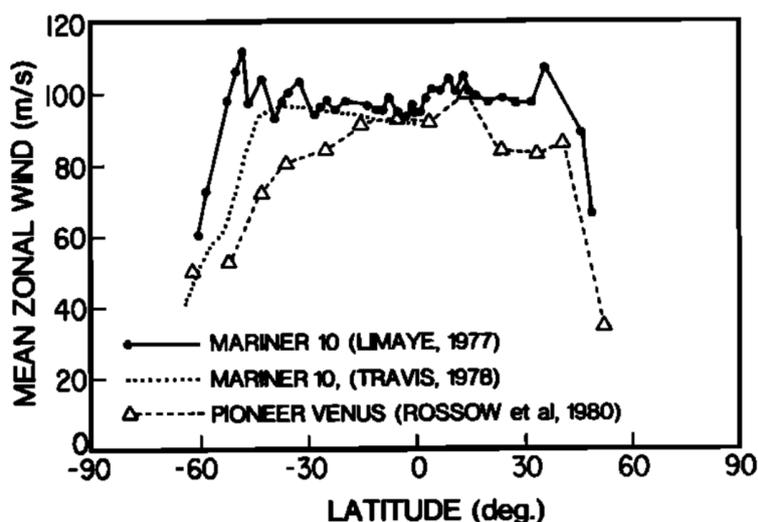


図 1: 金星大気の雲頂における東西風速分布 (Schubert et al., 1980). 縦軸は風速 (西向きが正), 横軸は緯度を示す。

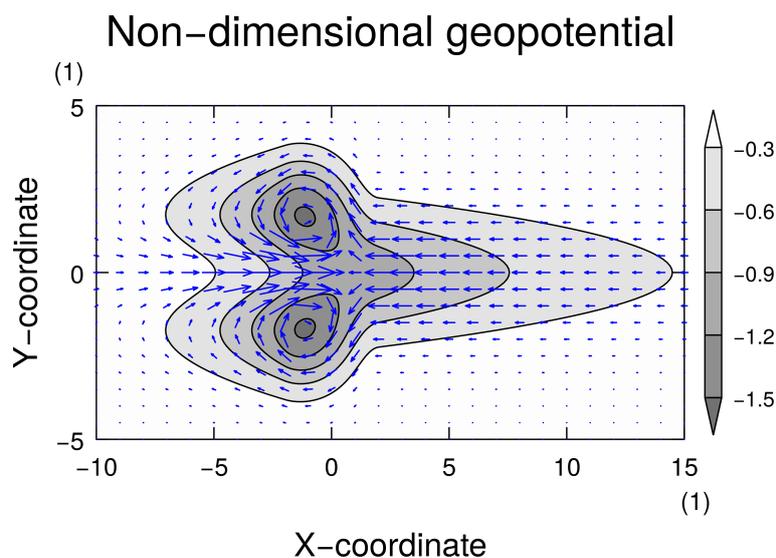


図 2: 赤道において局所加熱が与えられた場合の無次元化された解析解. 無次元化には長さスケール  $L_{\text{eq}} = (c/2\beta)^{1/2}$  (これはしばしば赤道変形半径と呼ばれる) と時間スケール  $T_{\text{eq}} = (2c\beta)^{-1/2}$  が用いられた. ここで  $c$  は浅水波の位相速度,  $\beta$  はコリオリパラメータの南北勾配である. 縦軸と横軸は無次元化された  $x$  軸と  $y$  軸を示し, ジオポテンシャル (コンター) と速度場 (矢印) を示す. 加熱領域の東側にケルビン波成分, 西側にロスビー波成分があり, ケルビン波はロスビー波より 3 倍伸びている.

## 1.2 先行研究

スーパーローテーションの生成メカニズムとして赤道波による運動量輸送が考えられてきた. 本節では赤道波に関する古典的な研究と浅水モデルを用いた赤道スーパーローテーションに関する研究のレビューを与える.

### 1.2.1 Matsuno-Gill 問題

赤道波の構造は Matsuno (1966) と Gill (1980) によって調べられた. 彼らは赤道ベータ面上の線形化された単層の浅水方程式系を用いて, 赤道で局所的な熱源が与えられる場合の解析解を得た. その解をプロットしたものを図 2 に示す. 与えられる加熱分布が赤道に関して対称であるとき, 応答は東向きに伝播するケルビン波と西向きに伝播するロスビー波から成ると解釈される.

## 1.2.2 浅水モデルにおける赤道スーパーローテーション

浅水系において赤道で経度方向に周期的な加熱と冷却が与えられるとき, 強制振幅が小さいならば, そのときの応答は [Matsuno \(1966\)](#) や [Gill \(1980\)](#) で与えられたものに類似したものになるだろう. そのような応答は東向きの運動量を赤道に輸送するため, 赤道でスーパーローテーションが生じることを予期する (これに関する理論が 2 章で与えられる).

[Showman and Polvani \(2010\)](#) は, 単層の浅水系を用いて, 摩擦時定数  $\tau_{\text{drag}} = 5$  日, 放射時定数  $\tau_{\text{rad}} = 5$  日そして地球の惑星パラメータにおける解を与えた. そして, そのとき実際には赤道スーパーローテーションが生じないことを示した. なぜなら, 確かに流れは高緯度から赤道に向かって東向きの運動量を収束させる (つまりスーパーローテーションを促進する) が, その加速は鉛直方向の運動量移流によって生じる西向き加速によってほぼ完全に打ち消されるためである. これは定式化において, 全系での運動量が保存されないことに起因している. 実際, 流体が運動する上層に加えて静止した下層を考慮した 1.5 層の浅水方程式系を用いて, 上層と静止した下層の間で運動量が適切に移流されるようにモデルを修正することで赤道においてスーパーローテーションが生じることを示した.

## 1.3 本研究の目的

[Showman and Polvani \(2010\)](#) は 1.5 層の浅水方程式系において加熱と冷却によって生成される赤道波による運動量輸送がスーパーローテーションを生成することを示したが, 1.2.2 節で示したように単一の実験設定における結果しか与えられていなかった. そのため, そのメカニズムが広いパラメータ範囲においても適用することができるかどうかは未だに確かめられていない. そこで本研究では浅水モデルにおいて赤道で加熱と冷却が与えられるときに生じるスーパーローテーションのパラメータ依存性を調べる. そのために [Showman and Polvani \(2010\)](#) で提示された浅水モデルを用いて摩擦時定数, 放射時定数, そして自転角速度に関してパラメータスイープ実験を行う. さらに, そのとき生じる赤道スーパーローテーションの加速を決定づける要因を運動量収支から理解することを目指す.

## 1.4 本論文の構成

本論文の構成を簡単に述べる. 2 章ではロスビー波による運動量輸送と東西風の加速メカニズムに関する理論を説明する. 3 章では 1.5 層浅水方程式系と数値実験の手法および設定について述べる. 4 章では標準実験と, 摩擦時定数, 放射時定数そして自転角速度のパラメータスイープ実験の結果を示す. 5 章では摩擦時定数と赤道スーパーローテーションの関係に注目し, 運動量収支からこれを説明する. 6 章で本論文の結論を述べる.

## 第2章 ロスビー波による運動量輸送 と東西風の加速

ここではロスビー波による東西風の加速メカニズムについて基本的な理論を与える。ここで与えられる理論は Matsuno (1966) や Gill (1980) で得られた強制応答におけるロスビー波成分にも適用できるだろう。

東西風を加速させるロスビー波の働きは二次元非発散順圧渦度方程式を用いて説明される。方程式は、

$$\frac{D(\zeta + f)}{Dt} = F \quad (1)$$

もしくは、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \zeta + \beta v = F \quad (2)$$

である。ここで  $\zeta = \mathbf{k} \cdot \nabla \times \mathbf{u}$  は相対渦度,  $\mathbf{u} = (u, v)$  は水平速度,  $\mathbf{k}$  は鉛直上向きの単位ベクトル,  $f = 2\Omega \sin \phi$  はコリオリパラメータ,  $\beta = df/dy$  はコリオリパラメータの南北勾配,  $\Omega$  は自転角速度,  $\phi$  は緯度である。項  $F$  で表される渦度のソースとシンクが無い場合, 絶対渦度  $\zeta + f$  が保存される。このモデルにおいて流れは水平非発散であるから, 流線関数  $\psi$  を  $u = -\partial\psi/\partial y$ ,  $v = \partial\psi/\partial x$  と定義することができる。これを用いると, 上の方程式を  $\psi$  に関する方程式に書くことができる。

説明のために, 式 (2) で渦度のソースとシンクが無い場合を考える。さらに方程式を静止状態の周りで線形化すると,

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \beta v' = 0 \quad (3)$$

もしくは流線関数を用いて,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi' + \beta \frac{\partial \psi'}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

となる。ここでプライムは静止状態からのずれを示す。これらの方程式の解はロスビー波である。簡単化のために  $\beta$  が一定の系を考える。今, 波型の解  $\psi' =$

$\tilde{\psi} \exp[i(kx + ly - \omega t)]$  を仮定すると, 式 (4) から分散関係式,

$$\omega = -\frac{\beta k}{k^2 + l^2} \quad (5)$$

が得られる. ここで  $\omega$  は振動数,  $k$  と  $l$  は東西波数と南北波数である. この分散関係式からロスビー波の群速度の南北成分は,

$$c_g^y = \frac{\partial \omega}{\partial l} = \frac{2\beta kl}{(k^2 + l^2)} \quad (6)$$

である.

東向きの渦の運動量フラックスの南北成分は  $\overline{u'v'}$  で表される. バーは東西平均を示す. 東西速度  $u' = -il\tilde{\psi} \exp[i(kx + ly - \omega t)]$  と南北速度  $v' = ik\tilde{\psi} \exp[i(kx + ly - \omega t)]$  を用いることで, 運動量フラックス,

$$\overline{u'v'} = -\frac{1}{2}\tilde{\psi}^2 kl \quad (7)$$

が得られる. ロスビー波の群速度の向きは波の生成領域 (もしくは波のソース) から離れる向きをとらなければならない, 式 (6) から, ソースの北側で  $kl > 0$ , 南側で  $kl < 0$  である. したがって, ソースの北側では  $\overline{u'v'} < 0$ , 南側では  $\overline{u'v'} > 0$  である. これはロスビー波が波の生成領域に向かって東向きの運動量を輸送することを意味する. ゆえに波の生成領域で東向きの加速が生じ, 波の消滅領域 (ここでは波の崩壊や散逸がある) で西向きの加速が生じることがわかる.

上の理論は自由振動に対するものであったが, この理論を大気が渦度のソースとシンクによって強制され, 摩擦によって抵抗を受ける場合へ拡張する. 今, 基本場は  $\bar{u} = \bar{u}(y)$ ,  $\bar{v} = 0$  であると仮定する. ここでバーは東西平均を示す. 摩擦として線形抵抗を考えると, 順圧系における東西平均した東西風に対する運動量方程式は,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'} - \frac{\bar{u}}{\tau_{\text{drag}}} \quad (8)$$

である. ここでプライムは基本状態からのずれを示す. 方程式は運動量フラックスの収束と線形抵抗によって平均流の加速が生じることを示す. 式 (2) を基本状態の周りで線形化すると,

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \beta v' = F' \quad (9)$$

である. この式に  $\zeta'$  を掛けて東西平均すると, 擬運動量  $\mathcal{P}$  に対する方程式,

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} + \overline{v'\zeta'} = \frac{1}{\gamma} \overline{\zeta'F'} \quad (10)$$

が得られる. ここで  $\mathcal{P} = \overline{\zeta^2}/(2\gamma)$ ,  $\gamma = \beta - \partial^2 \bar{u}/\partial y^2$  である. これと式 (8) を足して, 波の振幅と平均流が統計的に定常である, つまり  $\partial \mathcal{P}/\partial t \approx 0$ ,  $\partial \bar{u}/\partial t \approx 0$  であることを仮定すると,

$$\frac{\bar{u}}{\tau_{\text{drag}}} = \frac{1}{\gamma} \overline{\zeta'F'} \quad (11)$$

が得られる. この式によって渦度のソース/シンクと東西平均した東西風に対する摩擦が関係づけられる. ここで  $\gamma > 0$  と仮定すると, 渦度のソース/シンクと相対渦度の相関が正のとき (つまり  $\overline{\zeta'F'} > 0$  のとき), 東向きの加速が生じ, 結果として定常状態において東向きの平均流が生成される. 渦度のソース/シンクと相対渦度の相関が負のとき ( $\overline{\zeta'F'} < 0$  のとき), 西向きの加速が生じ, 西向きの平均流が生成される.

上で説明されるメカニズムは地球の中緯度において渦によって駆動されるジェット気流の原因であると考えられる. つまり, 中緯度において傾圧不安定をソースとしてロスビー波が射出され, そこで東向きの加速を生じさせる. しかし, 地球の熱帯対流圏において大気はスーパーローテーションしていない. それにも関わらず, 理想化された地球の大気大循環モデルは熱帯で東西方向に変化する加熱と冷却があると赤道においてスーパーローテーションが生じることを示す (Suarez and Duffy (1992), Saravanan (1993), Kraucunas and Hartmann (2005), Norton (2006)).

上で示した理論を, 浅水系において赤道で加熱と冷却が与えられる場合に適用することは問題がある. なぜなら, 振幅が小さいとき, 場は Matsuno (1966) と Gill (1980) で与えられる線形解に類似したパターンをとるだろう. そのとき相対渦度は赤道に関して反対称的であり, 赤道でゼロである. このとき, 式 (11) から赤道で  $\bar{u} = 0$  であることを予期する. したがって, ここでの理論は Matsuno-Gill 型の循環パターンによる赤道スーパーローテーションの生成を説明することができない. これは 1.2.2 節でも触れたように加熱と冷却に伴って運動量が保存しないことに起因する. 3 章以降でこの障害を克服したモデルを提示し, 加熱と冷却によって生成される赤道スーパーローテーションを理解するための手法を与える.

## 第3章 モデルと手法

ここでは本研究で用いるモデルと実験手法・実験設定について述べる.

### 3.1 支配方程式系

大気大循環モデル (GCM) を用いて得られた解は有用であるが, 多くの相互作用があるためにそこから特定の力学的なメカニズムを抽出することは難しいであろう. ここでは赤道においてスーパーローテーションを生じさせるメカニズムを得る上で最も簡単な状況を考え, 非常に理想化されたモデルを提示する.

本研究では球面上の 1.5 層浅水方程式系を採用する (図 3). これは [Showman and Polvani \(2010\)](#) で用いられたモデルと同じである. このモデルにおいて上層と下層はそれぞれの層で密度一定であり, 上層は活動的な層, 下層は無限に深く静止した層であると仮定する. また系は質量の生成 (ソース) と消滅 (シンク) によって強制されるとする. さらにレイリー摩擦とニュートン冷却を表す線形の抵抗によって流れが弱められるとする. このとき, 上層に対する運動量方程式と質量保存の式はそれぞれ,

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} + g'\nabla h + f\mathbf{k} \times \mathbf{u} = \mathbf{R} - \frac{\mathbf{u}}{\tau_{\text{drag}}} \quad (12)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h\mathbf{u}) = S - \frac{h - H}{\tau_{\text{rad}}} \equiv Q \quad (13)$$

である (例えば [Vallis \(2017\)](#) の 3.2 節を見よ). ここで  $\mathbf{u} = (u, v)$  は水平速度,  $h$  は上層の厚さ,  $H$  は上層の平均厚さ,  $t$  は時間,  $g'$  は (低減) 重力加速度,  $f (= 2\Omega \sin \phi)$  はコリオリパラメータ,  $\Omega$  は自転角速度,  $\phi$  は緯度を表す. また  $S$  は質量のソースとシンク,  $\tau_{\text{drag}}$  は摩擦時定数,  $\tau_{\text{rad}}$  は放射時定数を表す.  $Q$  は正味の強制として定義される. よって  $Q > 0$  の領域では上層が厚くなり,  $Q < 0$  の領域では上層が狭くなる. これは  $Q > 0$  の領域が加熱領域,  $Q < 0$  の領域が冷却領域であることに対応する. また次の段落に示されるように,  $\mathbf{R}$  は下層から上層への運動量移流を表

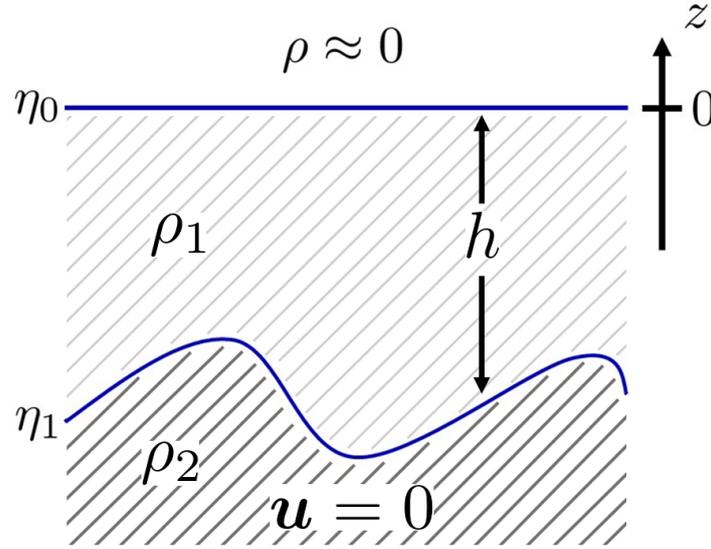


図 3: 1.5 層浅水系の概念図 (Vallis (2017) の図 3.3 を改変). 活動的な上層 (薄い灰色) と深く静止した下層 (濃い灰色) から成る. 上層上端には剛体蓋が課されており, よって  $\eta_0 = 0$  である. ここで  $\eta_0$  と  $\eta_1$  はそれぞれ上層上端と下層上端の高度を示し, よって上層における流体層の厚さは  $h = \eta_0 - \eta_1$  である.

す. 物質微分は,

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} \quad (14)$$

である. ここで  $\lambda$  は経度を表す. また  $a$  は惑星半径である.

運動量方程式 (12) 中の項  $\mathbf{R}$  は下層から上層への運動量移流を表し, 以下の形式を与える (Shell and Held, 2004):

$$\mathbf{R}(\lambda, \phi, t) = \begin{cases} -\frac{Qu}{h}, & Q > 0 \\ 0, & Q \leq 0 \end{cases} \quad (15)$$

この形式は次の考察に基づいて導かれる. 加熱領域 ( $Q > 0$ ) では局所的に流体層が厚くなり, そこでは下層から上層へ運動量が運ばれる. しかし, 下層は静止しているため, 柱状積算運動量  $hu$  が保存する. 一方で冷却領域 ( $Q < 0$ ) では上層のもつ運動量を下層へ運ぶ. この運動量移流は上層において加速を生じさせない. 運動量方程式 (12) から項  $\mathbf{R}$  を落とすと, Matsuno (1966) や Gill (1980) によって取り扱われた系, つまり単層の浅水系, と同じであることを注意する. しかし,  $\mathbf{R}$  を無視することは少なくとも大きな振幅において非物理的である. なぜならそのような場合では上層と下層の間で質量交換があるにも関わらず局所的に運動量が保存しないからである.

また質量のソースとシンク  $S$  には以下の形式を与える:

$$S = S_0 \cos(m\lambda) \exp \left[ - \left( \frac{\phi}{\Delta\phi} \right)^2 \right] \quad (16)$$

ここで  $S_0$  は強制振幅,  $m$  は強制の東西波数,  $\Delta\phi$  は緯度方向の半値幅を示す. この形式は経度方向に  $\cos$  型, 緯度方向にガウシアン分布をもつことを表す.

## 3.2 実験手法・実験設定

球面上の支配方程式系 (12)–(13) を時間発展問題として数値的に解く. その際, 運動量方程式 (12) を変形し, 渦度と発散に関する式を用いる. Showman and Polvani (2010) と同様, 経度方向と緯度方向にそれぞれ 512, 256 点の格子点を取り, 三角切断で切断波数 170 で計算を行う. また, 数値的な安定性を維持するためにラプラシアン 3 次の超粘性を加える. 空間離散化にはスペクトル法, 時間離散化には Adams-Bashforth 法を用いる. 初期に上層は静止しており, 一定の厚さ  $H$  をもつとする. 積分時間はおよそ  $10\tau_{\text{drag}}$  とする. 但し  $\tau_{\text{drag}} = \infty$  のとき積分時間は 1000 日とする. \*1 数値計算に関するその他の設定を表 1 に示す. また数値モデルの作成には地球流体電脳倶楽部の階層的地球流体スペクトルモデル集 (SPMODEL; Takehiro et al. (2006), Takehiro et al. (2013)) を使用する.

始めに Showman and Polvani (2010) の再現実験を行い, これを本研究の標準実験とする. Matsuno–Gill 問題と同様, この実験において水平風速と層の厚さは同じ時定数で減衰する. また線形の解との比較のため小さな強制振幅を与える. 表 2 は物理パラメータの値を示す. このとき標準実験で与えられる質量のソースとシンクを図 4 に示す. また, 惑星パラメータは地球の値を用いる (表 3).

次に平均流に対するレイリー摩擦の影響を調べるため  $\tau_{\text{drag}} = 0.1, 1, 10, 20, 50, 75, 100$  日そして  $\tau_{\text{drag}} = \infty$  の場合について計算する. このとき摩擦時定数を除いて標準実験で用いたパラメータを用いる.

同様に, 平均流に対するニュートン冷却の影響を調べるため  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{rad}} \leq \infty$  において計算する. このとき放射時定数を除いて標準実験で用いたパラメータを用いる.

さらに平均流に対する自転の効果を調べるため  $2^{-7} \leq \Omega/\Omega_{\oplus} \leq 2^7$  において計算する. ここで  $\Omega_{\oplus}$  は地球の自転角速度 (これは標準実験で与えた値と同じ) である.

\*1 これらの値は数値実験を通じて経験的に得られた値であることを注意せよ.

このとき自転角速度を除いて標準実験で用いたパラメータを用いる.

最後に項  $R$  が加熱領域と冷却領域において対称的な形式をもつ場合についても摩擦時定数のパラメータスイープ実験を行う. それら結果については付録 B で与えられる.

表 1: 標準実験で与えた計算設定

物理量 [単位]	値
時間ステップ [s]	$5.0 \times 10^1$
積分時間 [s]	$5.0 \times 10^6$

表 2: 標準実験で与えた物理パラメータ

物理量 [単位]	値
平均ジオポテンシャル $g'H$ [ $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ ]	$4.0 \times 10^3$
摩擦時定数 $\tau_{\text{drag}}$ [日]	5
放射時定数 $\tau_{\text{rad}}$ [日]	5
超粘性係数 $\nu$ [ $\text{m}^6 \text{s}^{-1}$ ]	$1.0 \times 10^{23}$
強制振幅 $S_0$ [ $\text{m s}^{-1}$ ]	$1.0 \times 10^{-3}$
強制の東西波数 $m$	2
強制の半値幅 $\Delta\phi$ [度]	20

表 3: 標準実験で与えた惑星パラメータ

物理量 [単位]	値
自転角速度 $\Omega$ [ $\text{rad s}^{-1}$ ]	$7.292 \times 10^{-5}$
惑星半径 $a$ [m]	$6.371 \times 10^6$
(低減) 重力加速度 $g'$ [ $\text{m s}^{-2}$ ]	9.8

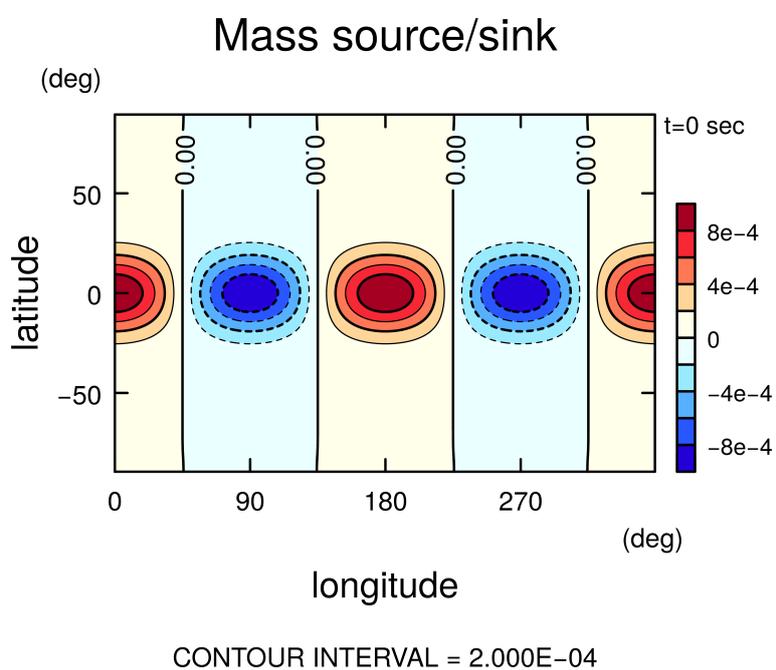


図 4: 標準実験で与えた質量のソースとシンク  $S$ . 縦軸は緯度, 横軸は経度を示す.  $S > 0$  の領域は質量の生成領域 (ソース),  $S < 0$  の領域は質量の消滅領域 (シンク) を示す.

## 第4章 実験結果

ここでは実験結果について述べる.

### 4.1 標準実験結果

標準実験の結果を図 5-9 に示す. 示される解はすべて定常状態である. この結果は先行研究の結果をよく再現している (Showman and Polvani (2010) の図 1 e-h を見よ). この実験では, 強制の振幅が小さいこともあり, 定常状態における擾乱の振幅が小さく, 線形の解に近い. 実際, ジオポテンシャル場と速度場 (図 5) はよく知られた Matsuno-Gill パターンを示す (例えば Matsuno (1966) の図 9, Gill (1980) の図 1 (b)). 亜熱帯において東西波数 2 の高気圧と低気圧があり, そこではジオポテンシャルと水平速度がほとんど地衡流平衡下にある. この応答はロスビー波である. 一方で赤道では東西風が加熱領域で発散し, 冷却領域で収束する (図 6). この応答はケルビン波である. ジオポテンシャル場の偏差は, 北半球では北西から南東へ傾いており, 南半球では南西から北東へ傾いている. そのジオポテンシャル場の等値線に沿って北 (南) 半球の高 (低) 気圧では時計回り, 低 (高) 気圧では反時計回りに風が吹く. このことは北半球で  $\overline{u'v'} < 0$ , 南半球で  $\overline{u'v'} > 0$  であることを示し (ここでバーは東西平均, プライムは東西平均からのずれを示す), よって東向きの運動量が赤道へ輸送される. これは同時に西向きの運動量が極へ輸送されることを意味する. したがって, 赤道においてスーパーローテーションが生じることを予期する. この予想通り, 東西平均した東西風は赤道で最も速く東向きであり, 亜熱帯で西向きである (図 7).

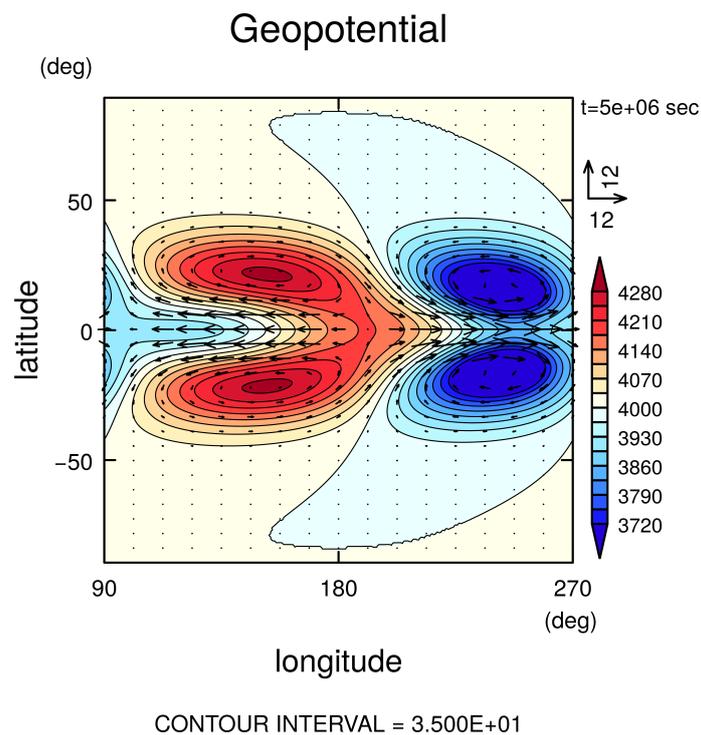


図 5: ジオポテンシャル場  $g/h$  と速度場  $u$ . 縦軸は緯度, 横軸は経度を示す. 明確さのために  $90^\circ \leq \lambda \leq 270^\circ$  のみを示す.

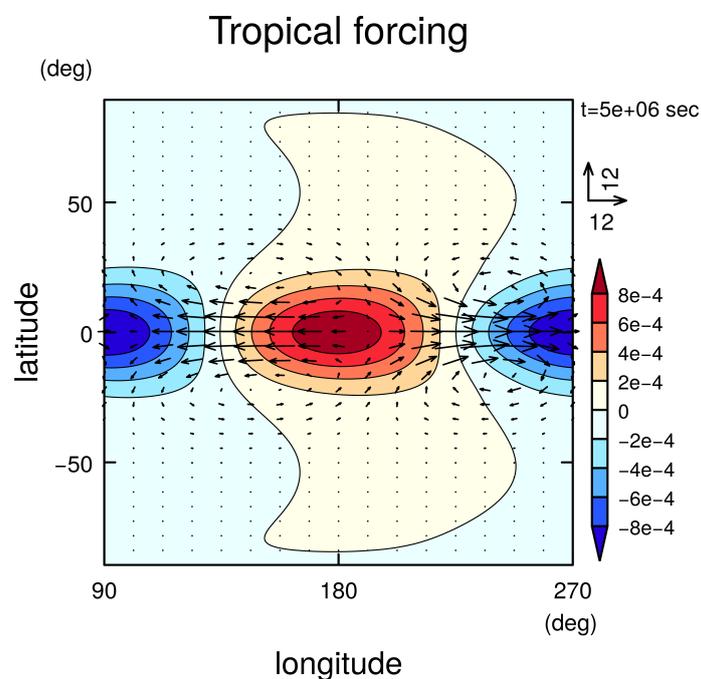


図 6: 熱帯強制  $Q$  と速度場  $u$ . 縦軸は緯度, 横軸は経度を示す. 明確さのために  $90^\circ \leq \lambda \leq 270^\circ$  のみを示す.  $Q > 0$  の領域は加熱領域,  $Q < 0$  の領域は冷却領域に対応する.

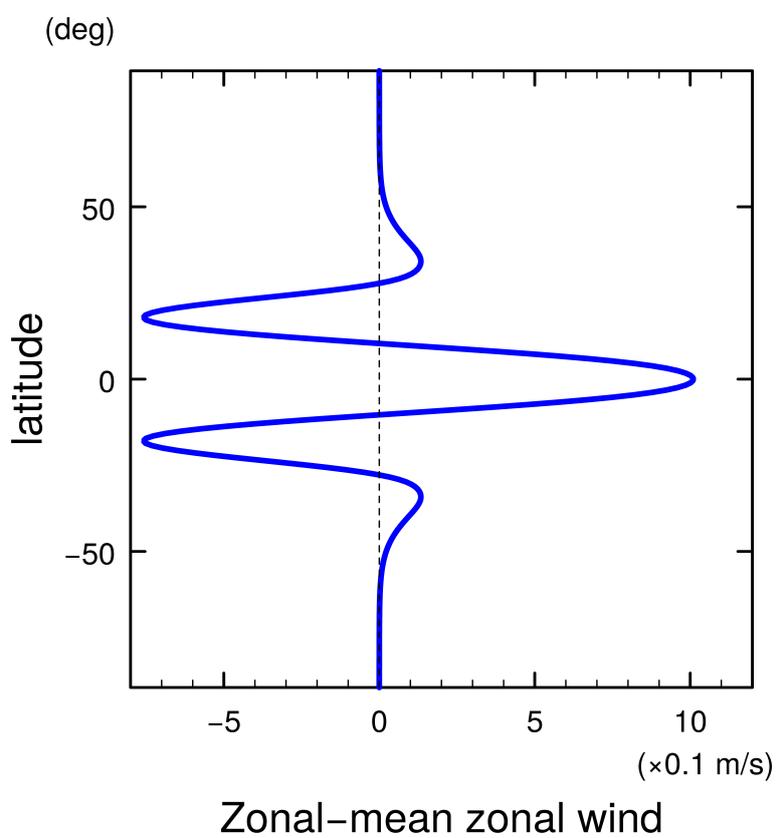


図 7: 東西平均した東西風分布  $\bar{u}$ . 縦軸は緯度, 横軸は東西平均した東西風を示す.

ここで赤道スーパーローテーションが生じる原因を明らかにするために運動量収支を解析する. 方程式中の変数を, 東西平均 (バーで示す) と東西平均からのずれ (プライムで示す) に分けて東西方向の運動量方程式を東西平均することで, 東西平均した東西風  $\bar{u}$  の時間発展方程式,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \bar{v}^* & \underbrace{\left[ f - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial (\bar{u} \cos \phi)}{\partial \phi} \right]}_{\text{I}} - \underbrace{\frac{1}{\bar{h} a \cos^2 \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[ (\bar{h}v)'u' \cos^2 \phi \right]}_{\text{II}} \\ & + \underbrace{\frac{1}{\bar{h}} \overline{u'Q'}}_{\text{IIIa}} + \underbrace{\overline{R_u}}_{\text{IIIb}} - \underbrace{\frac{\bar{u}^*}{\tau_{\text{drag}}}}_{\text{IV}} - \frac{1}{\bar{h}} \frac{\partial (\bar{h}'u')}{\partial t} \end{aligned} \quad (17)$$

が得られる.\*<sup>2</sup> ここで  $\bar{A}^* \equiv \bar{h}A/\bar{h}$  は物理量  $A$  を層の厚さで重みづけ平均した量,  $R_u$  は  $\mathbf{R}$  の東西成分 (つまり  $Q > 0$  のとき  $-Qu/h$ ,  $Q \leq 0$  のとき  $0$ ) である. 右辺の項はそれぞれ以下に起因する加速度を表す:

- I : 残差循環  $\bar{v}^*$  による運動量移流
- II : 東向きの渦の運動量フラックスの水平収束
- III : 鉛直方向 (つまり上層と下層の間) の運動量移流

また, 項 IIIa と IIIb はそれぞれ, 東西風  $u$  と熱帯強制  $Q$  の相関, 下層から上層への運動量移流に起因する加速度を表す. 図 8 は定常状態におけるこれらの加速度を示す.

運動量フラックスの水平収束を表す項 II により赤道で東向きの加速が生じ, 亜熱帯で西向きの加速が生じる (図 8 の黒線). 鉛直方向の運動量移流を表す項 III のうち項 IIIa により赤道で西向きの加速が生じる (青線). 一方で項 IIIb が赤道で東向きの加速を与えている (赤線). また, 項 I による加速は赤道において小さい. なぜなら強制が赤道に関して対称であるならば赤道で  $\bar{v} = 0$  であり, 解が線形的であるならば赤道で南北速度擾乱はゼロであり, よって  $\bar{v}^* = 0$  だからである.

項 IIIa は東西風  $u$  と熱帯強制  $Q$  の相関である. ここで  $u$  と  $Q$  の分布を確認し, 項 IIIa が西向き加速を生じさせることを示す. 赤道における東西風はほぼ東西波数 2 の分布となっているが, 平均風の分だけオフセットしている (図 9 の緑線). このとき, 東西風の擾乱が正となる経度幅が負となる経度幅よりも狭い. そして, 東西風の位相は熱帯強制の位相と比べて約  $60^\circ$  東にずれている. (図 9). このため,

\*<sup>2</sup> 導出は付録 A を参照すること.

東(西)風の擾乱の領域において加熱(冷却)領域が支配的である。よって赤道において  $\overline{u'Q'} < 0$  であるから、項 IIIa による西向き加速が生じる。

今、項 IIIb による加速は東向きであり、項 IIIa とは逆向きであるが、項 IIIb の方が小さい(図 8 の赤線)。そのため、鉛直方向の正味の運動量移流は西向き加速となる(図 8 の青線と赤線の和)。しかし、その西向きの加速は項 II による東向きの加速を完全に打ち消すことができないため、結果として赤道でスーパーローテーションが生じる。

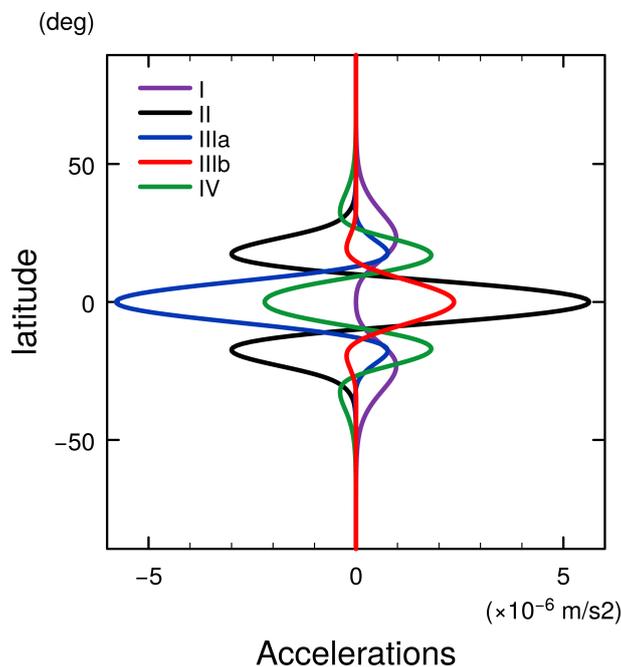


図 8: 東西平均した東西風  $\bar{u}$  の加速度 (各項の対応関係については本文を見よ). 縦軸は緯度, 横軸は加速度を示す.

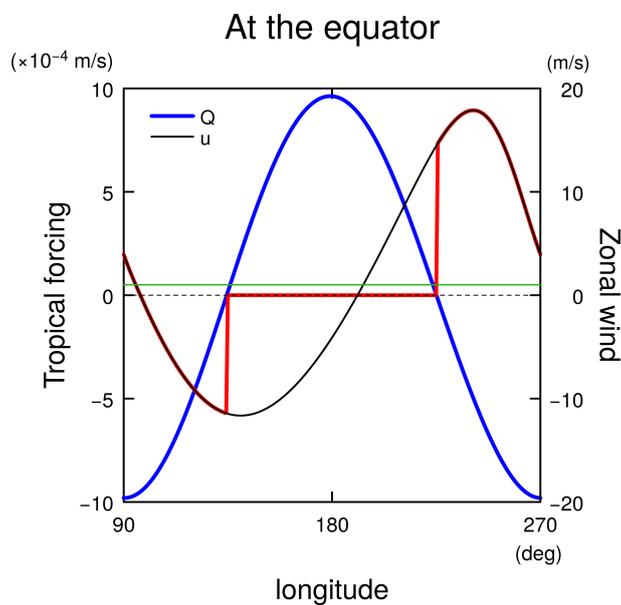


図 9: 赤道における東西風  $u$  (黒線) と熱帯強制  $Q$  (青線). 縦軸は東西風と熱帯強制, 横軸は経度を示す. 項  $R$  によって下層から上層へ移流される ( $Q > 0$ ), もしくは上層から下層へ移流される ( $Q \leq 0$ ) 東西風 (赤線). 東西平均した東西風を緑線で示す.

$R = 0$  の場合

$R = 0$  のとき赤道でスーパーローテーションが生じるかどうかを確認しておく。このとき全系で柱状積算運動量  $hu$  が保存しないため非物理的であり、方程式系は単層の浅水方程式系と同じである。項  $R$  を落とした運動量方程式 (12) を用いて、標準実験と同じ設定の下で実験を行う。またこの実験は [Showman and Polvani \(2010\)](#) でも与えられた。

実験結果を図 10 に示す。解は定常状態である。ジオポテンシャル場と速度場は図 5 と似たパターンを示す。亜熱帯における高気圧と低気圧は速度場とほとんど地衡流平衡下にあり、これはロスビー波である。北 (南) 半球における高 (低) 気圧では時計回り、低 (高) 気圧では反時計回りに風が吹く。そしてジオポテンシャルの偏差は北半球で北西から南東に傾いており、南半球で南西から北東に傾いている。よって、標準実験結果と同様、この場合においても北半球で  $\overline{u'v'} < 0$ 、南半球で  $\overline{u'v'} > 0$  であり、東向きの運動量が赤道へ輸送される。これはスーパーローテーションが生じることを予期させる。しかし、この予想に反して赤道でスーパーローテーションが生じない (図 10 b)。赤道で  $\bar{u} = 0$  であり、亜熱帯で平均流は西向きである。

標準実験と同様に運動量収支を計算することで  $R = 0$  のときに赤道でスーパーローテーションが生じないことを説明する。ここでは  $R = 0$  であるから、項 IIIb はないことに注意する。前の段落で予想した通り、赤道で運動量フラックスの水平収束による東向きの加速が生じる (図 10 c の黒線)。さらに東西風と熱帯強制の相関による加速を表す項 IIIa による西向き加速が生じる (図 10 c の青線)。また、標準実験の結果と同様に項 I は赤道において小さい。

熱帯強制と東西風の分布 (図 10 d) は、平均東西風がゼロであることを除いて、標準実験の結果 (図 9) と似ており、東 (西) 風の擾乱の領域が加熱 (冷却) 領域において支配的である。よって、この場合も赤道において  $\overline{u'Q'} < 0$  であるから、項 II Ia によって西向きの加速が生じる。

今、運動量フラックスの水平収束による東向き加速が東西風と熱帯強制の相関による西向き加速によってほとんど打ち消されている (図 10 c の黒線と青線)。よって、 $R = 0$  のとき赤道においてスーパーローテーションが生じないことがわかる。これは 1.2.2 節と 2 章でも述べたように、加熱冷却に伴って全系の運動量が保存しないことに起因する。標準実験の結果で示したように、下層と上層の間の運動量移流を適切に表現するようにモデルを修正する (つまり式 (15) で表される項  $R$  を導入する) ことで赤道でスーパーローテーションが生じる。

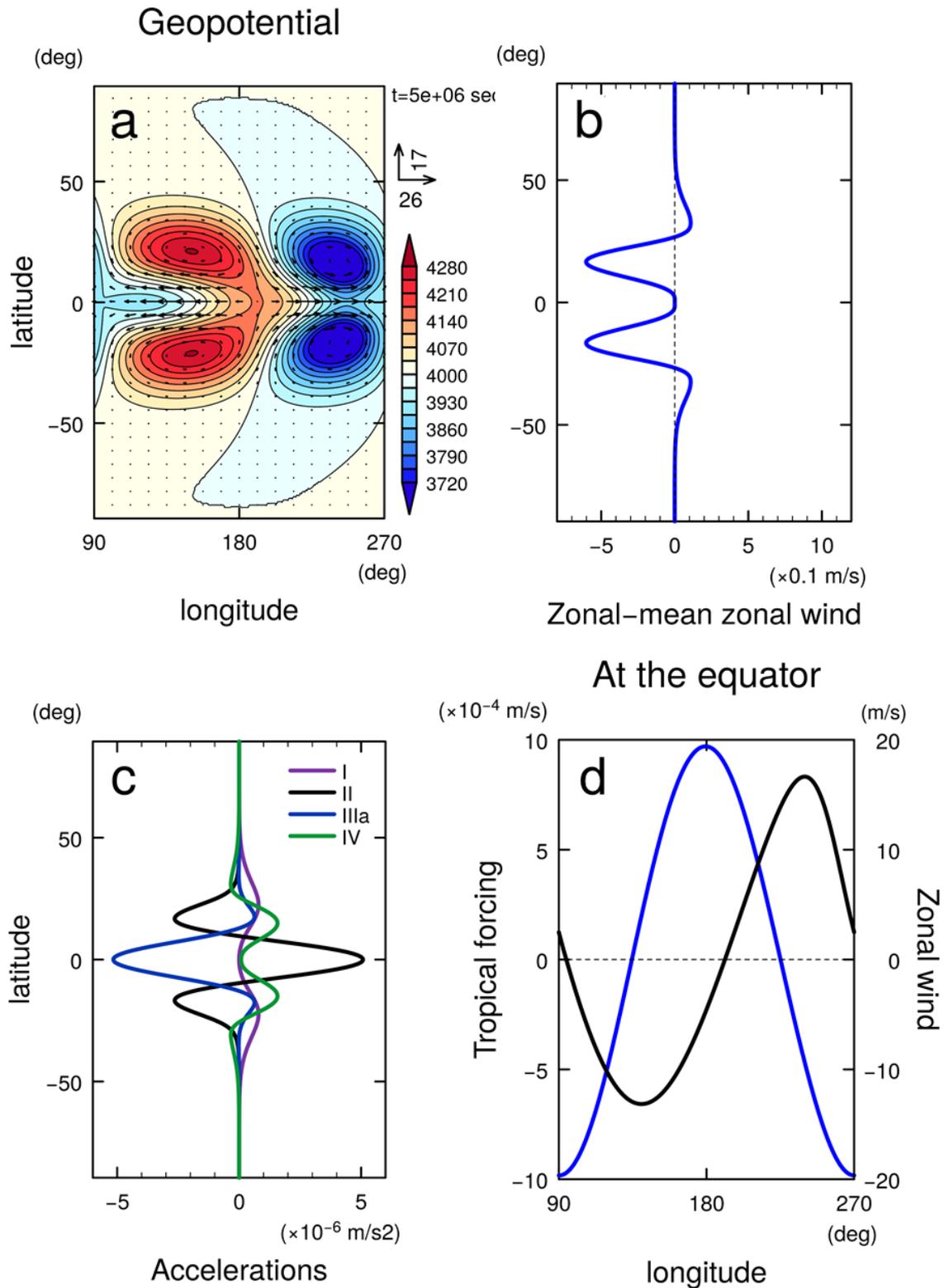


図 10:  $R = 0$  のときの実験結果. a: ジオポテンシャル場  $g'h$  と速度場  $u$ . 縦軸は緯度, 横軸は経度を示す. 明確さのために  $90^\circ \leq \lambda \leq 270^\circ$  のみを示す. b: 東西平均した東西風分布  $\bar{u}$ . 縦軸は緯度, 横軸は東西平均した東西風を示す. c: 東西平均した東西風  $\bar{u}$  の加速度 (各項の対応関係については本文を見よ). 縦軸は緯度, 横軸は加速度を示す. d: 赤道における東西風  $u$  (黒線) と熱帯強制  $Q$  (青線). 縦軸は東西風と熱帯強制, 横軸は経度を示す.

## 4.2 摩擦時定数のパラメータスイープ実験

ここでは摩擦時定数を  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq \infty$  の範囲で変化させたパラメータスイープ実験の結果を示す.  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 50 \text{ 日}$  のとき, 解は定常状態に達するが,  $\tau_{\text{drag}} = 100 \text{ 日}, \infty$  のとき解は統計的平衡状態である. 図 11 は最終ステップにおける実験の最終ステップにおけるジオポテンシャル場を示す.

摩擦が強いとき ( $\tau_{\text{drag}} = 0.1 \text{ 日}$ ), ジオポテンシャル場の振幅は大きく, 与えられる強制によく似たパターンを示す. このとき, 高気圧・低気圧の位相は南北方向にほぼ一定である. 摩擦が弱いとき ( $1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 20 \text{ 日}$ ), ジオポテンシャル場は Matsuno–Gill 解に似たパターンを示すが, 摩擦が弱くなるにつれて, 高気圧に比べて低気圧の応答が強くなり, 低気圧はより赤道寄りに位置するようになる. 摩擦が極めて弱いとき ( $\tau_{\text{drag}} \geq 50 \text{ 日}$ ), 特に  $\tau_{\text{drag}} = \infty$  のとき, 北 (南) 半球において低気圧の北 (南) 側に高気圧が生成される. このことについては 5.3 節で触れる.

図 12 は摩擦時定数  $\tau_{\text{drag}}$  と赤道における東西平均した東西風  $\bar{u}(\phi = 0)$  の関係を示す. すべての場合において東向き of 平均流が生じており, 摩擦時定数が大きくなるにつれて平均流の速度が大きくなる傾向がある. その傾向は  $\tau_{\text{drag}} \leq 1 \text{ 日}$  と  $\tau_{\text{drag}} > 1 \text{ 日}$  において異なる;  $\tau_{\text{drag}} \leq 1 \text{ 日}$  において平均流の速度はおよそ摩擦時定数の自乗に比例する ( $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^2$ ) が,  $\tau_{\text{drag}} > 1 \text{ 日}$  において  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^a$ , ( $0 < a < 1$ ) の関係にある.

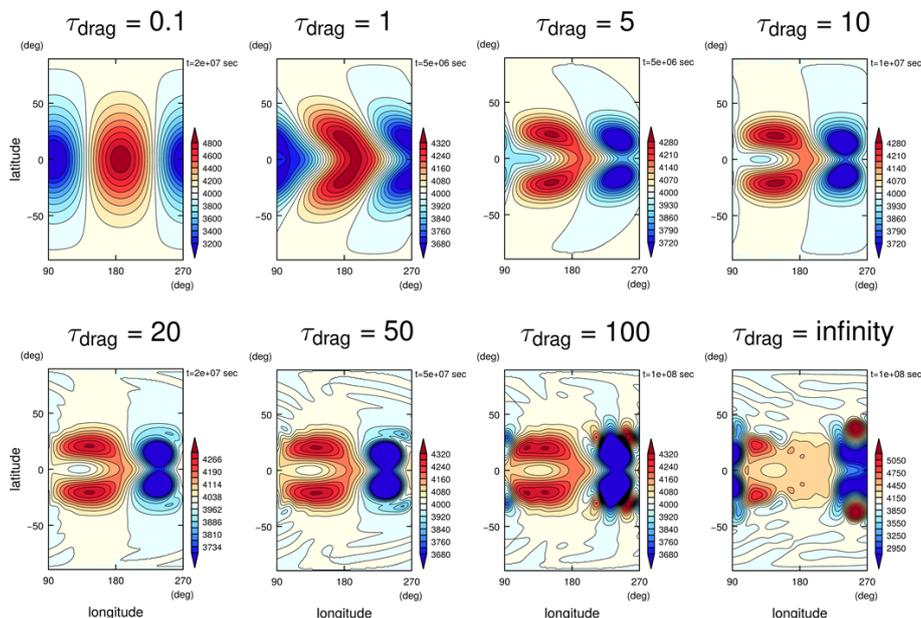


図 11:  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq \infty$  におけるジオポテンシャル場.

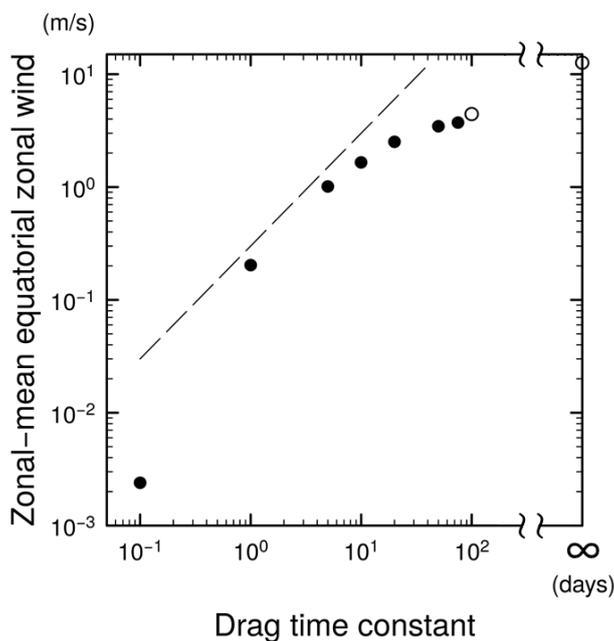


図 12: 赤道における東西平均した東西風 (縦軸) と摩擦時定数 (横軸) の関係.  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 75$  日 のとき解は定常状態である (塗りつぶされた丸印) が,  $\tau_{\text{drag}} = 100 \text{ 日}, \infty$  のとき統計的平衡状態である (白抜きの丸印). 破線で  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^{-1}$  の線を示す.

### 4.3 放射時定数のパラメータスイープ実験

ここでは放射時定数を  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{rad}} \leq \infty$  の範囲で変化させたパラメータスイープ実験の結果を示す。すべての場合で解は定常状態に達する。図 13 は定常状態におけるジオポテンシャル場を示す。

放射時定数が小さいとき ( $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{rad}} \leq 1 \text{ 日}$ ), 亜熱帯におけるジオポテンシャル場の偏差は北半球で南西から北東に傾き, 南半球で北西から南東に傾く。この傾きは標準実験結果 (図 5) と反対である。また, このとき赤道においてジオポテンシャル場の勾配が大きい。

放射時定数が大きいとき ( $\tau_{\text{rad}} \geq 5 \text{ 日}$ ), 標準実験結果と同様, 亜熱帯におけるジオポテンシャル場の偏差は北半球で北西から南東へ傾き, 南半球で南西から北東へ傾く。この傾きは, 2 章で述べたように, 運動量フラックスの水平収束によるスーパーローテーションの生成を予期する。

すべての場合で東西平均した東西風は東向きであり,  $\tau_{\text{rad}} = 1 \text{ 日}$  において東西平均した東西風速が極値をとる (図 14)。放射時定数が小さいとき ( $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{rad}} \leq 1 \text{ 日}$ ), 放射時定数が大きくなると東西平均風が速くなる。しかし, 放射時定数が大きいとき ( $1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{rad}} \leq \infty$ ), 放射時定数が大きくなると東西平均風が遅くなり,  $\tau_{\text{rad}} \rightarrow \infty$  の極限においてその速度が約  $\sim 0.85 \text{ m s}^{-1}$  に近づく。

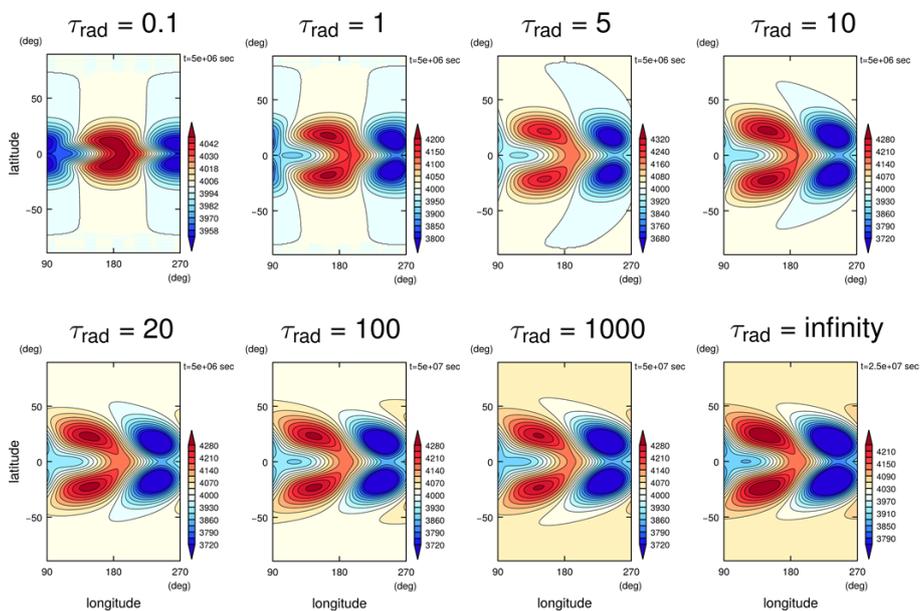


図 13:  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{rad}} \leq \infty$  におけるジオポテンシャル場. 縦軸は緯度, 横軸は経度を示す.

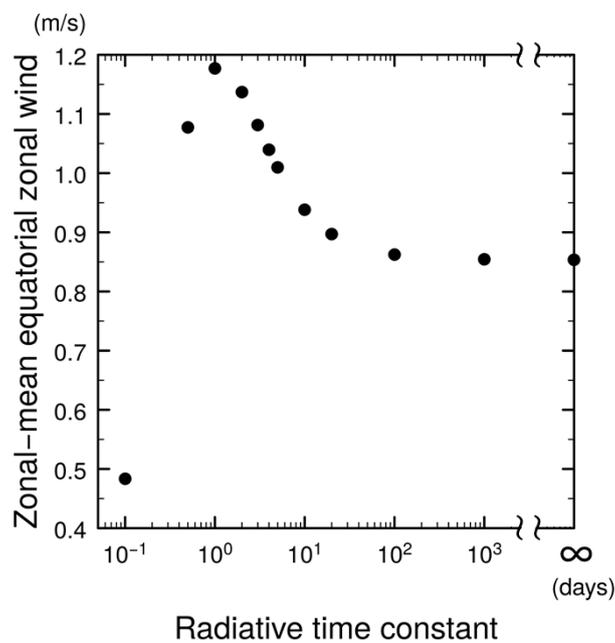


図 14: 赤道における東西平均した東西風 (縦軸) と放射時定数 (横軸) の関係.

## 4.4 自転角速度のパラメータスイープ実験

ここでは自転角速度を  $2^{-7} \leq \Omega/\Omega_{\oplus} \leq 2^7$  の範囲で変化させたパラメータスイープ実験の結果を示す。すべての場合で解は定常状態に達する。図 15 と 16 は定常状態におけるジオポテンシャル場を示す。

自転が非常に遅いとき ( $2^{-7} \leq \Omega/\Omega_{\oplus} \leq 2^{-4}$ ), ジオポテンシャルの振幅は小さく, 場は与えられる強制によく似たパターンを示す。このとき, 高気圧・低気圧の位相は南北方向にほぼ一定である。自転が遅いためにコリオリ力が小さく, このとき圧力傾度力と摩擦力のバランスが支配的である。

そこから自転が速くなると ( $2^{-3} \leq \Omega/\Omega_{\oplus} \leq 1$ ), 振幅が大きくなり, 亜熱帯におけるジオポテンシャル場の偏差は北半球で北西から南東へ傾き, 南半球で南西から北東へ傾く。この傾きは 2 章で触れたように東向きの運動量フラックスの収束による加速を予期させる。しかし, 地球よりも自転が速くなると ( $\Omega/\Omega_{\oplus} \geq 2^1$ ), ジオポテンシャルの偏差は北半球で南西から北東へ傾き, 南半球で北西から南東に傾く。

$2^{-7} \leq \Omega/\Omega_{\oplus} \leq 2^4$  において赤道における東西平均した東西風は東向きであるが,  $\Omega/\Omega_{\oplus} \geq 2^5$  で東風である (図 17)。また  $\Omega/\Omega_{\oplus} = 2^{-1}$  のとき平均流の風速が最も大きい。

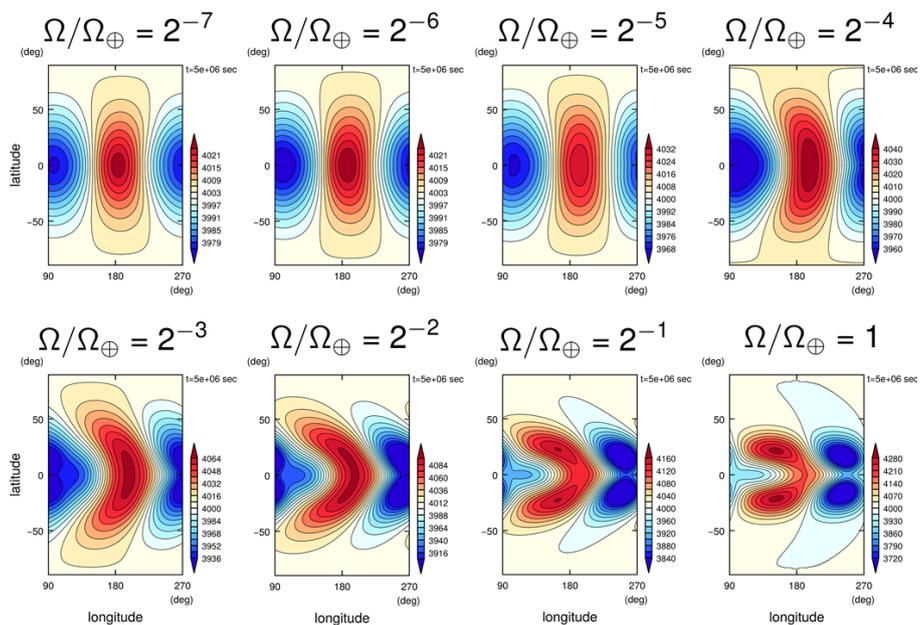


図 15:  $2^{-7} \leq \Omega/\Omega_{\oplus} \leq 1$  におけるジオポテンシャル場. 縦軸は緯度, 横軸は経度を示す.

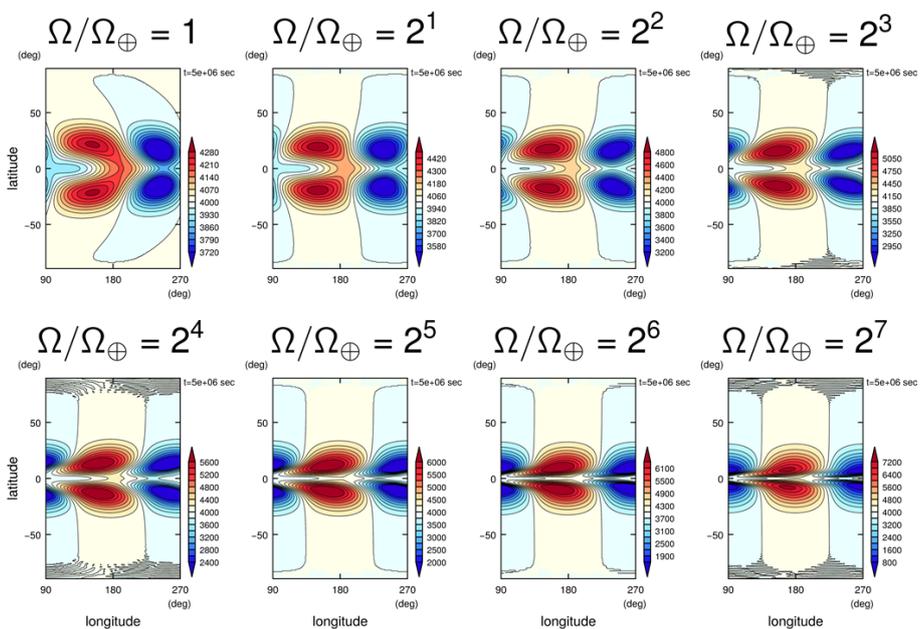


図 16:  $1 \leq \Omega/\Omega_{\oplus} \leq 2^7$  におけるジオポテンシャル場. 縦軸は緯度, 横軸は経度を示す.

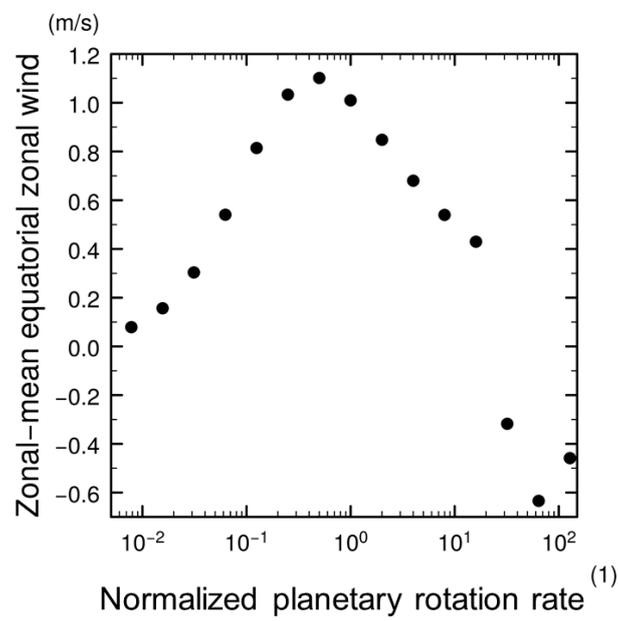


図 17: 赤道における東西平均した東西風 (縦軸) と地球の自転角速度で規格化された自転角速度 (横軸) の関係.

## 第5章 考察

ここではモデル中の項  $R$  の重要性和、4.2 節で示された結果に対する考察について述べる。

### 5.1 モデル中の項 $R$ の重要性

4.1 節の後半で示したように運動量方程式中の項  $R$  を落とした方程式を用いて標準実験と同じ設定で実験を行うと、定常状態において赤道でスーパーローテーションが生じない。しかし、項  $R$  を取り戻すと、そのとき赤道でスーパーローテーションが生じる (図 7)。ここでは線形化された単層の浅水方程式系を用いることで、1.5 層浅水方程式系における項  $R$  の重要性を確かめる。

$f$  面上の単層の浅水系を考える。静止状態の周りで線形化された運動量方程式と質量保存の式は、定常状態 ( $\partial/\partial t = 0$ ) において、

$$-fv' = -g \frac{\partial h'}{\partial x} - \frac{u'}{\tau_{\text{drag}}} \quad (18)$$

$$fu' = -g \frac{\partial h'}{\partial y} - \frac{v'}{\tau_{\text{drag}}} \quad (19)$$

$$H \left( \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) = Q' \quad (20)$$

である。ここで、 $u', v', h', Q'$  はそれぞれ、東西風、南北風、高度、熱帯強制の擾乱成分である。質量保存の式 (20) に  $u'$  を掛けて  $x$  方向に平均すると、

$$H \left\{ \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'}) - \overline{v' \frac{\partial u'}{\partial y}} \right\} = \overline{u'Q'} \quad (21)$$

である。赤道において  $v' = 0$  であるから、上の式から、

$$\frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'}) = \frac{1}{H} \overline{u'Q'}, \quad \text{at } y = 0 \quad (22)$$

である。これは赤道において運動量フラックスの水平収束と、東西風と熱帯強制の擾乱成分同士の相関がつりあうことを意味する。つまり球座標系において式 (17) の項 II による加速と項 IIIa による加速が打ち消されることを示唆する。したがって、解が線形的であるときには赤道スーパーローテーションの加速には下層から上層への運動量移流を表す項  $\mathbf{R}$  による加速のみが重要であることがわかる。実際、 $\mathbf{R} = \mathbf{0}$  のとき赤道においてこれらの項が打ち消され、スーパーローテーションが生じないことが確認できる (4.1 節を見よ)。

## 5.2 平均流に対するレイリー摩擦の影響

4.2 節で示した結果から、下層から上層への運動量移流を表す項  $\mathbf{R}$  を含むすべての場合で赤道におけるスーパーローテーションが生じることがわかる。本研究で行った実験の設定では、全球平均絶対角運動量は保存しないため、このスーパーローテーションは流れによる角運動量の再分配によって生じるものではないことを注意する。<sup>\*3</sup> 以降、4.2 節で示された実験結果から、赤道スーパーローテーションと摩擦時定数の関係を説明する。その際、摩擦時定数を用いて以下の三つの範囲に分けて考える: (i)  $\tau_{\text{drag}} \leq 1$  日, (ii)  $1 \text{ 日} < \tau_{\text{drag}} \leq 50$  日, (iii)  $\tau_{\text{drag}} > 50$  日。

### (i) $\tau_{\text{drag}} \leq 1$ 日

摩擦が強い場合 ( $\tau_{\text{drag}} \leq 1$  日) について考える。5.1 節で述べたように、解が線形的なとき、赤道において運動量フラックスの水平収束による加速と東西風と熱帯強制の相関による加速が打ち消されるために、そこでは項  $\mathbf{R}$  による加速と摩擦が釣り合う。つまり、式 (17) から、赤道において、

$$\overline{R_u}^* = \frac{\overline{u}^*}{\tau_{\text{drag}}} \quad (23)$$

である。

今、摩擦が強いために風速が小さく、よってコリオリ力が小さい。そのため圧力傾度力と摩擦力のバランスが支配的である。このとき、東西方向の運動量方程式は、

$$-g \frac{\partial h'}{\partial x} = \frac{u'}{\tau_{\text{drag}}} \quad (24)$$

<sup>\*3</sup> 角運動量保存則については付録 A を参照せよ。

となる. この関係から高気圧から低気圧に向かって等圧線を横切って風が吹くことがわかる. この式に  $h'$  を掛けて  $x$  方向に平均すると  $\overline{h'u'} = 0$  である. よって  $\bar{u}^* = \bar{u}$  である. これを用いると, 式 (23) から, 赤道における加熱領域で,

$$-\frac{1}{h}(\bar{u}\bar{Q} + \overline{u'Q'}) = \frac{\bar{u}}{\tau_{\text{drag}}} \quad (25)$$

である. 今,  $u' \gg \bar{u}$  と  $Q' \gg \bar{Q}$  であり,  $u'$  と  $Q'$  の位相差はおよそ  $60^\circ$  であるから,  $\overline{u'Q'} \gg \bar{u}\bar{Q}$  である (図 21 を見よ). よって, 上の式から,

$$\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}} \overline{u'Q'} \quad (26)$$

である.

次に東西風の擾乱と摩擦時定数の関係について説明する. ここで式 (24) の左辺, つまり圧力勾配が一定であると仮定する<sup>\*4</sup> と, そのとき摩擦時定数が大きくなると風速を大きくすることでバランスし, その比例関係は  $u' \propto \tau_{\text{drag}}^1$  である. これと (26) を組み合わせると,  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^2$  である. これは図 12 に示される  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 1 \text{ 日}$  における赤道の東西平均した東西風と摩擦時定数の関係 ( $\tau_{\text{drag}} = 0.1 \text{ 日}$  のとき赤道において  $\bar{u} \sim 2.3 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$ ,  $\tau_{\text{drag}} = 1 \text{ 日}$  のとき赤道において  $\bar{u} \sim 2.0 \times 10^{-1} \text{ m s}^{-1}$ ) と整合的である.

## (ii) $1 \text{ 日} < \tau_{\text{drag}} \leq 50 \text{ 日}$

$1 \text{ 日} < \tau_{\text{drag}} \leq 50 \text{ 日}$  における赤道の東西平均した東西風と摩擦時定数の関係を解の運動量収支から定性的に説明する. 定常状態における運動量収支から, 前の場合と同様に, 赤道において運動量フラックスの水平収束を表す項 II と東西風と熱帯強制の相関を表す項 IIIa による加速がすべての場合で大きさがほとんど等しく反対向きであるために互いに打ち消されていることがわかる (図 18 と 19). よって, 平均流の速度を決めるために重要な項は, 下層から上層への運動量移流を表す項  $\mathbf{R}$  による東向きの加速度 (つまり項 IIIb) である. したがって, 定常状態において赤道での運動量バランスは式 (23) である. そして, 図 20 から  $5 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 50 \text{ 日}$  のとき赤道において  $\bar{u}^* \sim \bar{u}$  である. したがって,  $\tau_{\text{drag}} \leq 1 \text{ 日}$  の場合と同様,  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^1$  である. しかし, これは図 12 に示される赤道における東西平均した東西風と摩擦時定数を説明できない.

今, 摩擦時定数が大きくなると赤道における項  $\mathbf{R}$  による加速度が小さくなる (図 19) が, 摩擦時定数が大きくなる効果の方が大きいため平均流の速度は大きくなる (図 12).

<sup>\*4</sup> 図 11 に示されるように,  $\tau_{\text{drag}} = 0.1 \text{ 日}$  と  $1 \text{ 日}$  のときでジオポテンシャル場の偏差は同じオーダーであるからこの仮定は適切だろう.

赤道における東西風と熱帯強制の位相関係は標準実験と同様であり (図 21), すべての場合で  $\overline{u'Q'} < 0$  である. しかし,  $5 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 50 \text{ 日}$  の場合において, 赤道における東西風は加熱領域の西側ではいずれの場合においても似たような分布を示すが, 加熱領域の東側では摩擦時定数が大きくなるにつれてそこでの西風が大きくなる. この西風の振幅は赤道における平均流の速度に比べて非常に大きいため, 摩擦時定数が大きくなるにつれて西風の擾乱成分が大きくなることがわかる. 加熱領域において西風が大きくなると, 項  $\mathbf{R}$  による東向きの加速が小さくなる. これが摩擦時定数が大きくなると赤道における項  $\mathbf{R}$  による加速度が小さくなる原因である.

よって, 加速の大きさが摩擦時定数に依らないと仮定すると, 赤道における東西平均した東西風と摩擦時定数の比例関係は  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^{-1}$  であると予期されるが, 摩擦時定数が大きくなると項  $\mathbf{R}$  による加速が小さくなる. よって, その関係は  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^a$  ( $0 < a < 1$ ) となっている. 摩擦時定数が大きくなると項  $\mathbf{R}$  による加速が小さくなる原因は加熱領域の東側で西風が大きくなるためである.

### (iii) $\tau_{\text{drag}} > 50 \text{ 日}$

$\tau_{\text{drag}} > 50 \text{ 日}$  のとき, ジオポテンシャル場はもはや Matsuno–Gill 解と類似したパターンを示さない. しかし, そのような場合にもこれまでと同様に, 赤道において運動量フラックスの水平収束による東向き加速と東西風と熱帯強制の相関による西向き加速が打ち消されている (図 18 と 19). よって, ここでも項  $\mathbf{R}$  による加速が重要である. しかし, このとき 2 章で与えられる理論を適用することはできないことに加えて, 5.3 節で示されるように何かしらの不安定が生じているために, 別のメカニズムによって赤道でスーパーローテーションが生じているはずである.

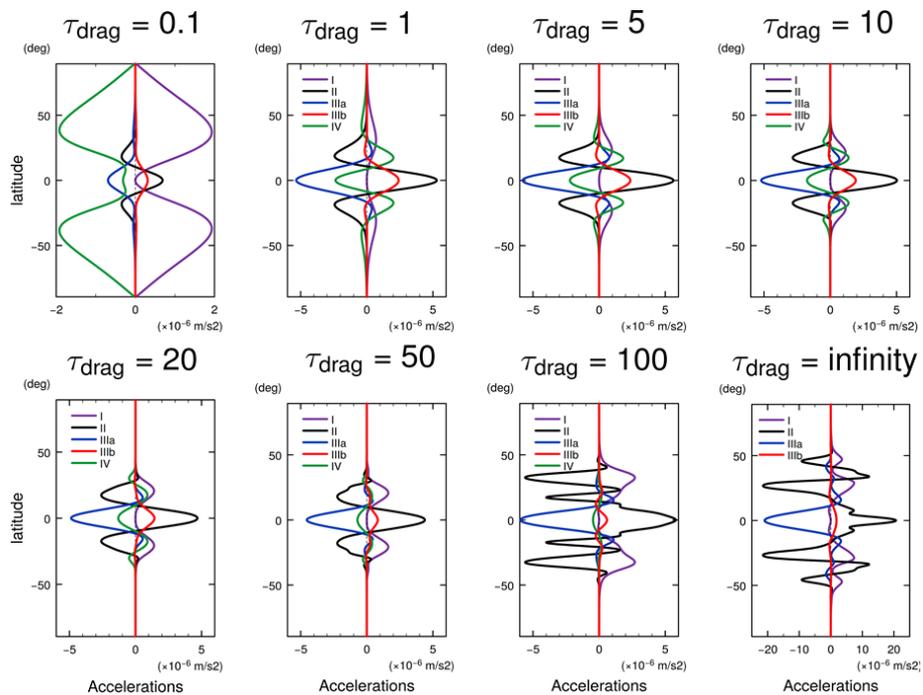


図 18: 図 11 における加速度. 縦軸は緯度, 横軸は各加速度を示す.

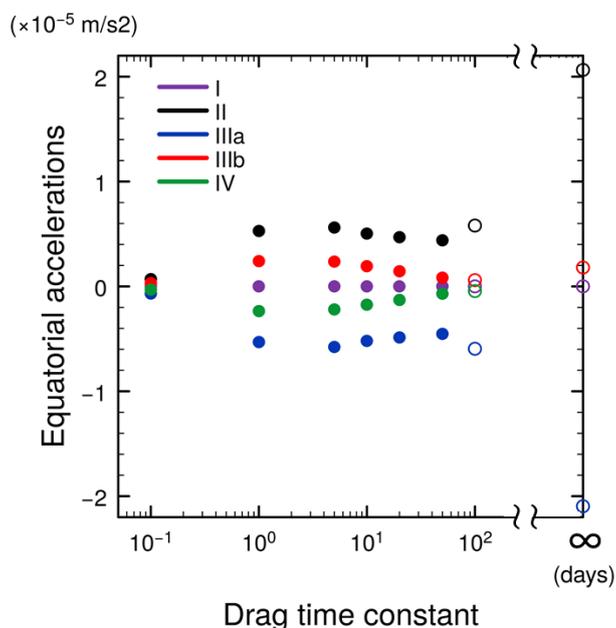


図 19: 図 18 と同様だが, 赤道における加速度. 縦軸は赤道における加速度, 横軸は摩擦時定数を示す.

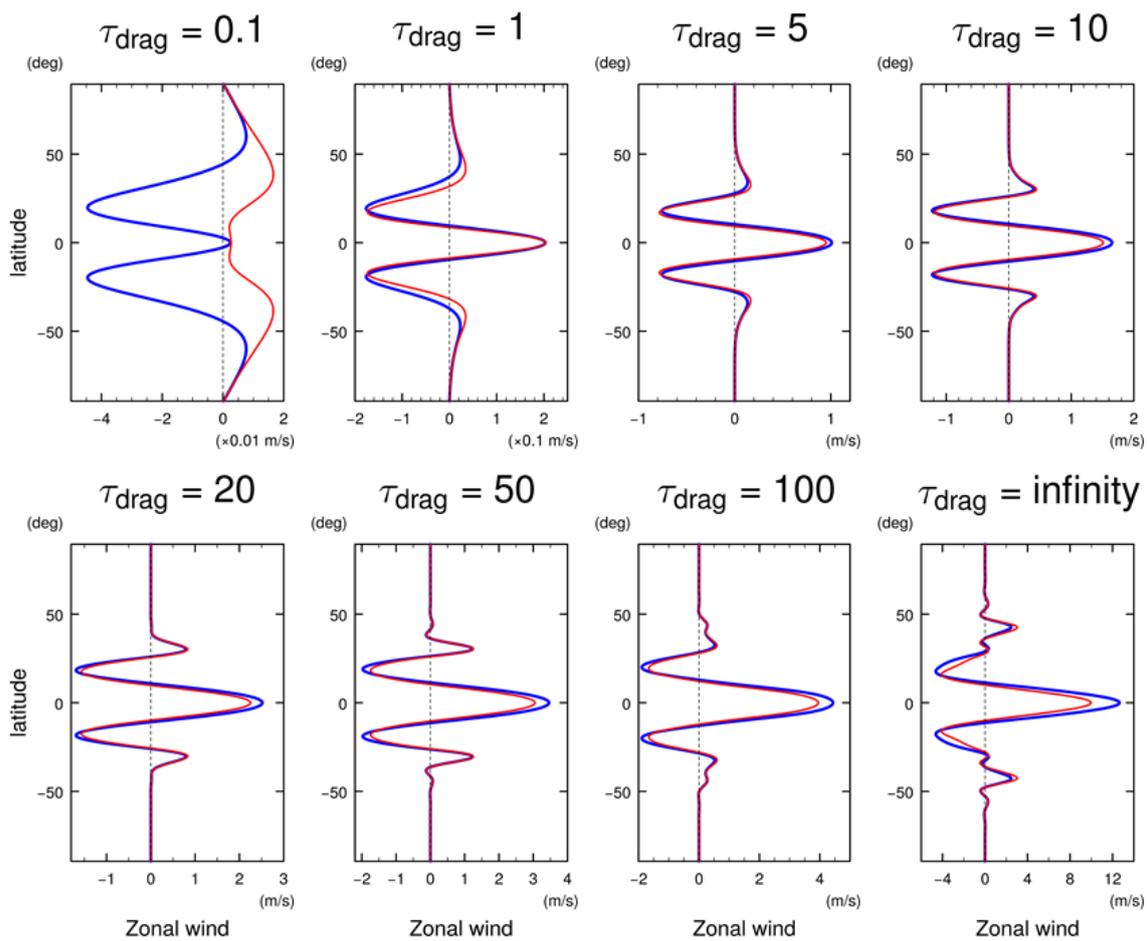


図 20: 東西平均した東西風  $\bar{u}$  (青線) と上層の厚さで重みづけして東西平均した東西風  $\bar{u}^*$  (赤線). 縦軸は緯度, 横軸は風速を示す.

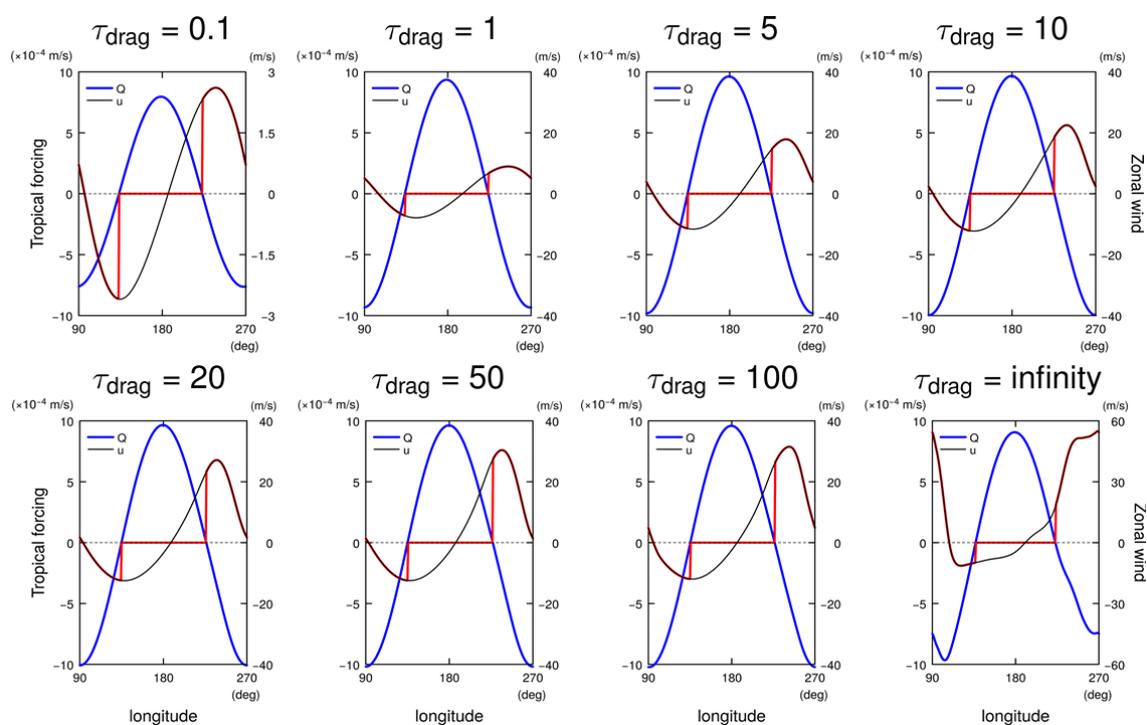


図 21: 赤道における東西風  $u$  (黒線) と熱帯強制  $Q$  (青線). 上層から下層へ移動する運動量を赤線で示す.

### 5.3 摩擦が無い場合の非線形解

摩擦が極めて弱いとき, 低気圧の極側に高波数の高気圧が存在する (図 11). ここでは摩擦が無い場合 ( $\tau_{\text{drag}} = \infty$ ) のみを取り上げ, その描像を記述し, その成因について考察する. 低気圧の極側に存在する高気圧は時間とともに低気圧の縁に沿って西へ伝播する (図 22). この高波数の高気圧の伝播は周期的に起こる. この高波数の生成・消滅を詳しく見てみると, 低緯度にある波数 2 の高気圧の西端から射出されており, 低気圧の縁に沿って西に伝播する. そして低気圧の西端にまで達すると, 低緯度にある波数 2 の高気圧に吸収される. さらに, この吸収された高気圧は次の高波数の高気圧を生成する種となっているようにも見える. この西向き伝播からこの高気圧はロスビー波成分であると予期される.

このような周期的な射出は何らかの不安定が起こっていることを想像させる. しかしながら, 実験結果からはこの系に存在できる波, 重力波とロスビー波, にかかわる適当な不安定を同定することはできていない.

今,  $\tau_{\text{drag}} = \infty$  におけるジオポテンシャル場の構造は 2 章で示された加速メカニズムを摩擦が無い場合に適用できないことを示唆する. しかし, この場合でさえも赤道において運動量フラックスの水平収束による東向き加速が生じる (図 18 と 19). よって場が非線形的なときには別の加速メカニズムがあるだろう. いくつかの予備実験の結果から, このふるまいは非線形相互作用が効く場合において一般的な特徴だろう (図 23). 高波数の高気圧の射出メカニズムを含めて非線形な場での赤道スーパーローテーションの生成メカニズムを明らかにすることは将来的に調べていく価値があるテーマだろう.

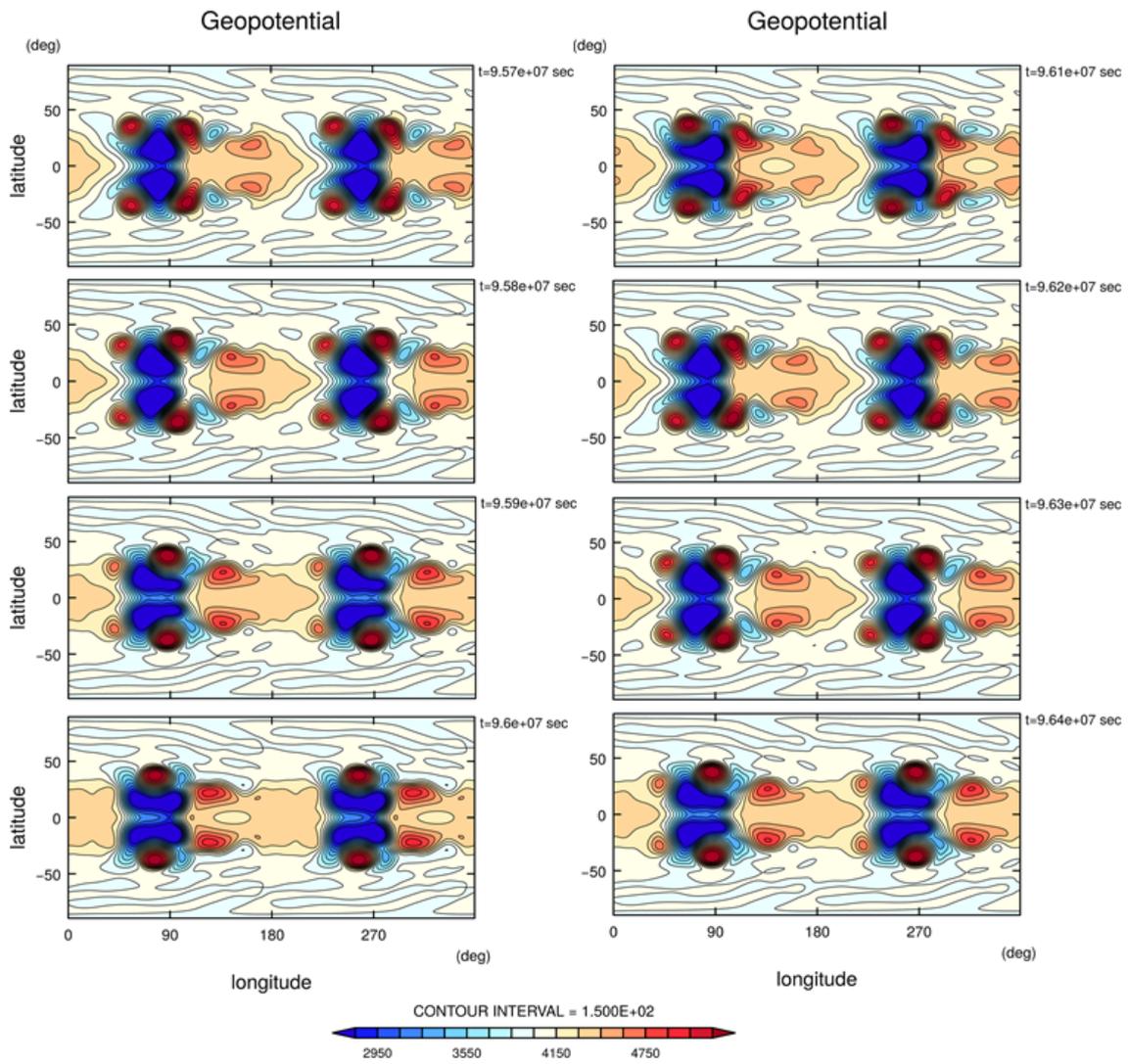


図 22:  $\tau_{\text{drag}} = \infty$  の場合の  $9.57 \times 10^7 \text{ s} \leq t \leq 9.64 \times 10^7 \text{ s}$  におけるジオポテンシャル場.

## 第6章 結論

本研究では金星やタイタン, 潮汐固定された系外惑星など複数の惑星や衛星の大気において赤道で自転方向の平均東西風, スーパーローテーション, が見られることを念頭に, 球面上の 1.5 層浅水モデルを用いて, 赤道において経度方向に波数 2 の加熱と冷却が与えられる場合のスーパーローテーションの生成メカニズムを調べた. 本研究の標準実験として [Showman and Polvani \(2010\)](#) の再現実験を行った. そして, 平均流に対するレイリー摩擦の影響に注目し, それによる赤道スーパーローテーションの摩擦時定数依存性を調べるために摩擦時定数のパラメータスイープ実験を行い, 解の振る舞いを調べた. 数値モデルには地球流体電脳倶楽部の SPMODEL ([Takehiro et al. \(2006\)](#), [Takehiro et al. \(2013\)](#)) を使用し, 解像度は格子点数  $512 \times 256$  と三角切断波数 170 とし, 空間離散化にはスペクトル法, 時間離散化には Adams-Bashforth 法を用いた. 実験の結果, 全ての場合において赤道でスーパーローテーションすることが確認できた.

始めに標準実験について述べる. ここでは [Matsuno \(1966\)](#) や [Gill \(1980\)](#) で与えられた線形の解との比較のため, 摩擦時定数  $\tau_{\text{drag}} = 5$  日, 放射時定数  $\tau_{\text{rad}} = 5$  日とし, 惑星パラメータは地球の値を用いた. ジオポテンシャル場と速度場は [Matsuno \(1966\)](#) と [Gill \(1980\)](#) によって与えられた解析解と類似したパターンを示した. 運動量収支を計算することで, そのパターンから予期される運動量フラックスの水平収束による東向きの加速が確かめられた. 東西風と熱帯強制の相関は西向き加速, 下層から上層への運動量移流を表す項  $\mathbf{R}$  は東向き加速となり, それらを足した鉛直方向の運動量移流による正味の加速は西向きであった. この西向き加速の大きさは運動量フラックスの水平収束による東向き加速のものよりも小さいため, 結果として定常状態において赤道スーパーローテーションが生じることがわかった. また, これらの結果は [Showman and Polvani \(2010\)](#) で示された解と同じであることが確認された.

次に摩擦時定数を  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq \infty$  の範囲で変化させたパラメータスイープ実験について述べる.  $1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 50 \text{ 日}$  のとき, ジオポテンシャル場は標準実験でも確かめられた Matsuno–Gill パターンと似ている. また摩擦が弱くなるにつれて生成される平均流の速度が大きくなることがわかった.

パラメータスイープ実験の結果から得られた赤道における東西平均した東西風と摩擦時定数の関係を摩擦時定数を用いて三つの範囲に分けて考察した: (i)  $\tau_{\text{drag}} \leq 1$  日, (ii)  $1 \text{ 日} < \tau_{\text{drag}} \leq 50$  日, (iii)  $\tau_{\text{drag}} > 50$  日.

運動量収支から (i)–(iii) のすべての場合において運動量フラックスの水平収束による東向き加速が東西風と熱帯強制の相関による西向き加速によって打ち消されている. このことは解が線形的な場合においては線形化された方程式に基づいて示すことができる. 非線形相互作用が効く場合は, 方程式に基づいて説明することができないものの, 数値実験ではおおむね成り立つようである. よって, 定常状態における赤道スーパーローテーションの生成には項  $\mathbf{R}$  による東向き加速が重要であることがわかった. もし項  $\mathbf{R}$  が  $\tau_{\text{drag}}$  に依らなければ  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^1$  である. しかし, この関係は赤道における東西平均した東西風と摩擦時定数の関係を説明できない. なぜなら項  $\mathbf{R}$  による加速が摩擦時定数によって異なるためである. 以下に (i)–(iii) のそれぞれの場合で項  $\mathbf{R}$  による加速が摩擦時定数によってどのように振る舞うのかを述べ, 赤道における東西平均した東西風と摩擦時定数の関係を説明する.

(i): 摩擦時定数が大きくなると項  $\mathbf{R}$  による加速が大きくなり,  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^1$  よりも東西平均風の摩擦時定数依存性が大きく,  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^2$  の関係を示す. このことは線形的な条件下で圧力傾度力と摩擦力のバランスが支配的であることを用いることで説明することができる.

(ii): 摩擦時定数が大きくなると項  $\mathbf{R}$  による加速が小さくなるために,  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^a$  ( $0 < a < 1$ ) の比例関係を示すことがわかった. また, 赤道における東西風の平均成分に比べて擾乱成分が十分に大きく, 摩擦時定数が大きい際に加熱領域の東側の西風が大きくなる. これが摩擦時定数が大きくなると項  $\mathbf{R}$  による加速が小さくなる原因であることがわかった. そして, これは赤道スーパーローテーションの生成に重要であり, この生成メカニズムは [Showman and Polvani \(2010\)](#) で示された線形波動の運動量輸送の考察に基づくものと異なるものであることを示唆する.

(iii): 摩擦時定数が大きくなると項  $\mathbf{R}$  による加速が大きくなり,  $\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}}^1$  よりも東西平均風の摩擦時定数依存性が小さい. しかし, 解は Matsuno–Gill パターンと類似しない解を示し, 何らかの不安定が生じている. 現時点では詳細がわからないが, [Showman and Polvani \(2010\)](#) で与えられたメカニズムとは異なるメカニズムによって赤道スーパーローテーションが生成されるだろう. このとき解の振幅は非常に大きく, もはや連続成層流体に対する近似系としての浅水系において極めて非線形性が強いレジームであることを示唆する.

## 付録 A: 本文中の式の導出

ここでは 1.5 層浅水系における角運動量保存則と変形オイラー平均 (TEM) 方程式の導出を与える.

### A.1 角運動量保存則

ここでは支配方程式系 (12)–(13) における絶対角運動量  $m$  と柱状積算絶対角運動量  $hm$  に対する時間発展方程式を導く. ここで  $m = (u + \Omega a \cos \phi) a \cos \phi = m_r + m_p$  であり,  $m_r$  と  $m_p$  はそれぞれ相対角運動量と惑星角運動量である.

運動量方程式 (12) の東西成分と質量保存の式 (13) は, 球座標系における成分表示で,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} - \frac{uv \tan \phi}{a} + \frac{g}{a \cos \phi} \frac{\partial h}{\partial \lambda} - fv = R_u - \frac{u}{\tau_{\text{drag}}} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} (hu) + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (hv \cos \phi) = Q \quad (\text{A.2})$$

と書ける. 式 (A.1) に  $a \cos \phi$  を掛けると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_r}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial m_r}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} a \cos \phi \frac{\partial u}{\partial \phi} - uv \sin \phi + g \frac{\partial h}{\partial \lambda} - fva \cos \phi \\ = R_u a \cos \phi - \frac{m_r}{\tau_{\text{drag}}} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

である. 式 (A.3) の左辺第三項と第四項は,

$$\frac{v}{a} a \cos \phi \frac{\partial u}{\partial \phi} - uv \sin \phi = \frac{v}{a} a \cos \phi \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{v}{a} u \frac{\partial (a \cos \phi)}{\partial \phi} = \frac{v}{a} \frac{\partial m_r}{\partial \phi}$$

と書き換えられる. また式 (A.3) の左辺第六項は,

$$-fva \cos \phi = -(2\Omega \sin \phi) va \cos \phi = \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} (\Omega a^2 \cos^2 \phi) = \frac{v}{a} \frac{\partial m_p}{\partial \phi}$$

と書き換えられる. よって, 式 (A.3) は,  $m = m_r + m_p$  を用いると,

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial m}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial m}{\partial \phi} + g \frac{\partial h}{\partial \lambda} = R_u a \cos \phi - \frac{m_r}{\tau_{\text{drag}}} \quad (\text{A.4})$$

もしくは,

$$\frac{Dm}{Dt} + g \frac{\partial h}{\partial \lambda} = R_u a \cos \phi - \frac{m_r}{\tau_{\text{drag}}} \quad (\text{A.5})$$

である. ここで,

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} \quad (\text{A.6})$$

である.

次に  $hm$  に対する時間発展方程式を導く.  $h \times (\text{A.1}) + m \times (\text{A.2})$  より,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(hm) + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda}(hmu) + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi}(hmv \cos \phi) + \frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial \lambda} \\ = hR_u a \cos \phi + Qm - \frac{hm_r}{\tau_{\text{drag}}} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

もしくは,

$$\frac{\partial}{\partial t}(hm) + \nabla \cdot (h\mathbf{m}\mathbf{u}) + \frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial \lambda} = hR_u a \cos \phi + Qm - \frac{hm_r}{\tau_{\text{drag}}} \quad (\text{A.8})$$

である.

ここで  $Q$  の正負によらず  $R_u = -Qu/h$  のとき, <sup>\*5</sup> 式 (A.8) の右辺第一項と第二項は,

$$hR_u a \cos \phi + Qm = -Qm_r + Q(m_r + m_p) = Qm_p$$

となる. したがって, このとき,

$$\frac{\partial}{\partial t}(hm) + \nabla \cdot (h\mathbf{m}\mathbf{u}) + \frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial \lambda} = Qm_p - \frac{hm_r}{\tau_{\text{drag}}} \quad (\text{A.9})$$

である.

<sup>\*5</sup> この場合に対応する解は付録 B に示される.

## A.2 変形オイラー平均 (TEM) 方程式

ここでは東西平均した東西風  $\bar{u}$  の時間発展方程式 (17) を導く.

式 (A.1)–(A.2) から始める. 質量保存の式 (A.2) を東西平均すると,

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (\bar{h}v \cos \phi) = \bar{Q} \quad (\text{A.10})$$

である. 次に (A.1)  $\times h \cos \phi$  + (A.2)  $\times u \cos \phi$  を実行すると,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (hm_*)}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial (hm_*u)}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial (hm_*v \cos \phi)}{\partial \phi} + \frac{g}{a} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{h^2}{2} \right) - fhv \cos \phi \\ & = Qm_* + hR_u \cos \phi - \frac{hm_*}{\tau_{\text{drag}}}, \end{aligned}$$

を得る. ここで  $m_* \equiv u \cos \phi$  と定義する. この式を東西平均すると,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{hm_*}) + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (\overline{hm_*v} \cos \phi) - f\bar{h}v \cos \phi = \overline{Qm_*} + \overline{hR_u} \cos \phi - \frac{\overline{hm_*}}{\tau_{\text{drag}}}, \quad (\text{A.11})$$

となる. ここから  $\overline{AB} = \overline{A} \overline{B} + \overline{A'B'}$  を用いると,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\overline{hm_*} + \overline{h'm_*'}) + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[ \overline{hvm_*} \cos \phi + \overline{(hv)'m_*'} \cos \phi \right] - f\bar{h}v \cos \phi \\ & = \overline{Qm_*} + \overline{Q'm_*'} + \overline{hR_u} \cos \phi - \frac{\overline{hm_*}}{\tau_{\text{drag}}}, \end{aligned}$$

とわかる. さらに  $m_* = u \cos \phi$  であることから,

$$\begin{aligned} & \bar{h} \cos \phi \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \cos \phi \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (\overline{h'u'} \cos \phi) + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[ \overline{h\bar{v}\bar{u}} \cos^2 \phi + \overline{(h\bar{v})'u'} \cos \phi \right] - f\bar{h}v \cos \phi \\ & = \overline{Q\bar{u}} \cos \phi + \overline{Q'u'} \cos \phi + \overline{hR_u} \cos \phi - \frac{\overline{h\bar{u}} \cos \phi}{\tau_{\text{drag}}}, \end{aligned}$$

を得る. この式を  $\bar{h} \cos \phi$  で割ると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} & = -\frac{\bar{u}}{\bar{h}} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} - \frac{1}{\bar{h}a \cos^2 \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[ \overline{h\bar{v}\bar{u}} \cos^2 \phi - \overline{(h\bar{v})'u'} \cos^2 \phi \right] + f\bar{v}^* \\ & + \frac{\overline{Q\bar{u}}}{\bar{h}} + \frac{\overline{Q'u'}}{\bar{h}} + \overline{R_u}^* - \frac{\bar{u}^*}{\tau_{\text{drag}}}, \end{aligned}$$

が得られる. ここで  $\bar{A}^* \equiv \bar{h}\bar{A}/\bar{h}$  と定義する. この式に式 (A.10) を用いると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} & = \bar{v}^* \left[ f - \frac{1}{\cos \phi} \frac{\partial (\bar{u} \cos \phi)}{\partial \phi} \right] - \frac{1}{\bar{h}a \cos^2 \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[ \overline{(h\bar{v})'u'} \cos^2 \phi \right] \\ & + \frac{1}{\bar{h}} \overline{u'Q'} + \overline{R_u}^* - \frac{\bar{u}^*}{\tau_{\text{drag}}} - \frac{1}{\bar{h}} \frac{\partial (\overline{h'u'})}{\partial t}, \end{aligned}$$

が得られ, 本文中の式 (17) が導かれた.

## 付録 B: 加熱領域と冷却領域で対称的な項 $R$ を用いた実験

Showman and Polvani (2010) によって与えられた項  $R$  は加熱領域と冷却領域で異なる形式をとるために数理的な取り扱いが難しい. そこで  $Q$  の正負によらず  $R = -Q\mathbf{u}/h \equiv \mathbf{R}_{\text{sym}}$  である場合を考える. そして運動量方程式 (12) 中の項  $R$  を  $\mathbf{R}_{\text{sym}}$  に置き換える:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} + g'\nabla h + f\mathbf{k} \times \mathbf{u} = \mathbf{R}_{\text{sym}} - \frac{\mathbf{u}}{\tau_{\text{drag}}} \quad (\text{B.1})$$

項  $R$  を項  $\mathbf{R}_{\text{sym}}$  に置き換えることは非物理的である. なぜなら冷却領域において上層の運動量が下層へ移流されるときでさえも柱状積算運動量  $h\mathbf{u}$  が変わらないからである. つまり, 冷却領域では上層の厚さは小さくなるが  $h\mathbf{u}$  が保存されるために,  $\mathbf{u}$  は大きくなるだろう. このとき, 結果として生じるスーパーローテーションが速くなることを予期する. ここでは地球流体力学的興味から項  $R$  を  $\mathbf{R}_{\text{sym}}$  に置き換える場合について考える.

$\tau_{\text{drag}} = 0.1, 1, 5, 10, 20, 50, 100$  日そして  $\tau_{\text{drag}} = \infty$  の場合について運動量方程式 (B.1) と質量保存の式 (13) を数値的に解く. 摩擦時定数を除いて実験設定は表 1-3 と同じである.  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 5 \text{ 日}$  のとき解は定常状態に達するが,  $10 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq \infty$  のときは統計的平衡状態である. 図 23 は最終ステップにおけるジオポテンシャル場を示す.

$\tau_{\text{rad}} = 10$  日においてすでに流れは非線形的である. また  $\tau_{\text{rad}} = 10, 20, 50, 100$  日において高波数の高気圧が東西波数 2 の高気圧から生成され, 西へ伝播し, 東西波数 2 の低気圧の極側を通して波数 2 の高気圧に吸収される (図 23). これは 5.3 節で示される特徴と同じだろう.

図 12 と同様, 摩擦時定数が大きくなると赤道における東西平均した東西風が大きくなる (図 24). 平均流速の大きさに着目すると, 標準実験においては  $\sim 1 \text{ m s}^{-1}$  であったが, 項  $R$  を項  $\mathbf{R}_{\text{sym}}$  に置き換えるとき,  $\tau_{\text{drag}} = \infty$  において  $\sim 250 \text{ m s}^{-1}$  のスーパーローテーションが生じる. これはモデル中のケルビン波の位相速度

$(\sqrt{g'H} \sim 60 \text{ m s}^{-1})$  の約 4 倍に相当する.

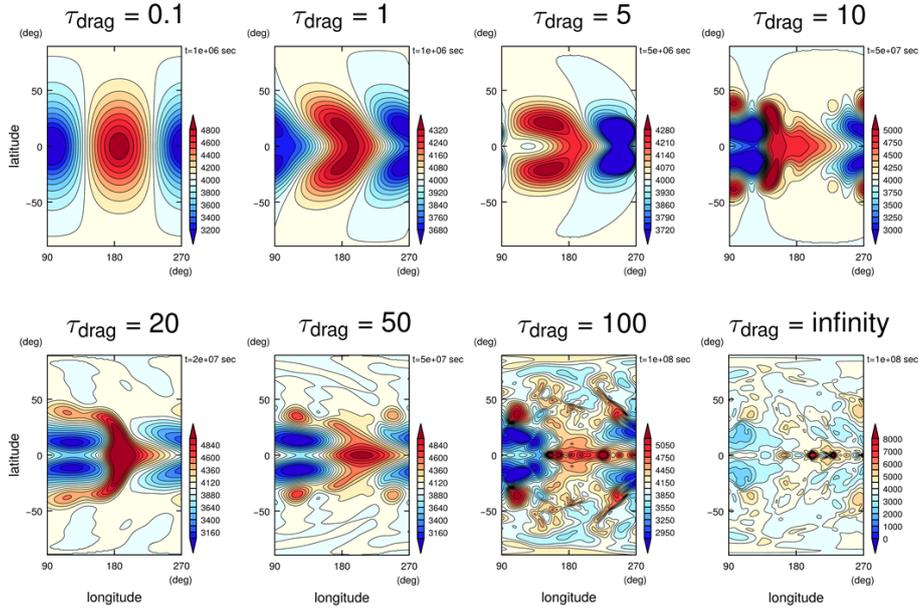


図 23:  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq \infty$  におけるジオポテンシャル場. 但し, 項  $R$  を  $Q$  の正負によらず  $R = -Qu/h$  とした.

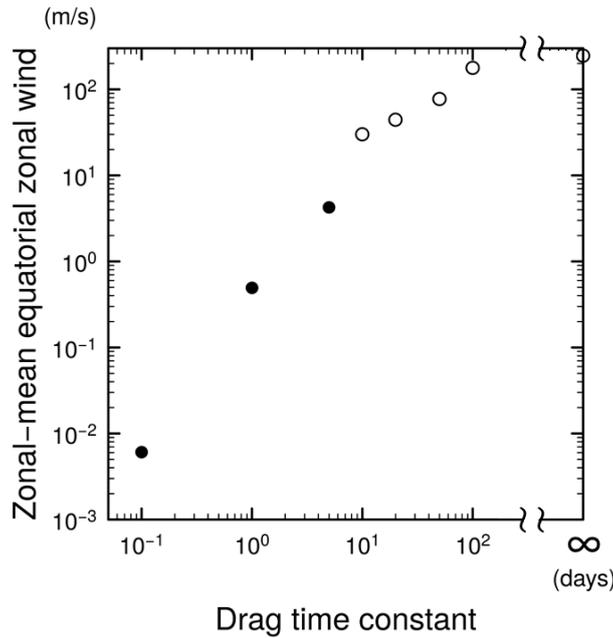


図 24: 赤道における東西平均した東西風 (縦軸) と摩擦時定数 (横軸) の関係.  $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 5$  日るとき解は定常状態に達する (塗りつぶされた丸印) が,  $10 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq \infty$  のとき統計的平衡状態である (白抜きの丸印).

## 謝辞

本研究を進めるにあたり, 絶えず熱心にご指導下さいました, 林 祥介教授に心から感謝申し上げます. 数値的手法を始め, 多くの助言を頂きました, 高橋 芳幸准教授に御礼申し上げます. セミナー等を通じて有益な助言を頂きました, 檜村 博基講師, 河合 佑太氏に感謝いたします.

数値モデルには SPMODEL (Takehiro et al. (2006), Takehiro et al. (2013)) を使用させて頂きました. 作図には地球流体電脳ライブラリ<sup>\*6</sup> を用いました. ここに記して謝意を表します.

---

<sup>\*6</sup> <http://www.gfd-dennou.org/library/dcl/index.html>

## 参考文献

A. E. Gill.

Some simple solutions for heat-induced tropical circulation.

*Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 106(449):447–462, 1980.

R. Hide.

Dynamics of the atmospheres of the major planets with an appendix on the viscous boundary layer at the rigid bounding surface of an electrically-conducting rotating fluid in the presence of a magnetic field.

*Journal of the Atmospheric Sciences*, 26(5):841–853, 1969.

I. Kraucunas and D. L. Hartmann.

Equatorial superrotation and the factors controlling the zonal-mean zonal winds in the tropical upper troposphere.

*Journal of the atmospheric sciences*, 62(2):371–389, 2005.

T. Matsuno.

Quasi-geostrophic motions in the equatorial area.

*Journal of the Meteorological Society of Japan. Ser. II*, 44(1):25–43, 1966.

W. A. Norton.

Tropical wave driving of the annual cycle in tropical tropopause temperatures. part ii: Model results.

*Journal of the atmospheric sciences*, 63(5):1420–1431, 2006.

R. Saravanan.

Equatorial superrotation and maintenance of the general circulation in two-level models.

*Journal of the atmospheric sciences*, 50(9):1211–1227, 1993.

G. Schubert, C. Covey, A. Del Genio, L. S. Elson, G. Keating, A. Seiff, S. S. Limaye, et al.

Structure and circulation of the venus atmosphere.

*Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 85(A13):8007–8025, 1980.

- K. M. Shell and I. M. Held.  
Abrupt transition to strong superrotation in an axisymmetric model of the upper troposphere.  
*Journal of the atmospheric sciences*, 61(23):2928–2935, 2004.
- A. P. Showman and L. M. Polvani.  
The matsuno-gill model and equatorial superrotation.  
*Geophysical Research Letters*, 37(18), 2010.
- A. P. Showman and L. M. Polvani.  
Equatorial superrotation on tidally locked exoplanets.  
*The Astrophysical Journal*, 738(1):71, 2011.
- M. J. Suarez and D. G. Duffy.  
Terrestrial superrotation: A bifurcation of the general circulation.  
*Journal of the atmospheric sciences*, 49(16):1541–1554, 1992.
- S. Takehiro, M. Odaka, K. Ishioka, M. Ishiwatari, and Y.-Y. Hayashi.  
Spmode: A series of hierarchical spectral models for geophysical fluid dynamics.  
<http://www.nagare.or.jp/mm/2006/spmodel/>, 2006.
- S. Takehiro, Y. SASAKI, K. Ishioka, M. Odaka, Y. O. Takahashi, K. Nakajima, M. Ishiwatari, Y.-Y. Hayashi, and S. D. Group.  
Hierarchical spectral models for gfd (spmodel).  
<http://www.gfd-dennou.org/library/spmodel/>, 2013.
- G. K. Vallis.  
*Atmospheric and oceanic fluid dynamics*.  
Cambridge University Press, 2017.