

# 大気の鉛直構造と地表面温度との関係 についての考察

中坊孝司

神戸大学理学部 地球惑星科学科

**2012/02/29**

## 要旨

本研究では、大気の放射過程に関する基本的な知識を整理し、Nakajima et al. (1992) で用いられる 1 次元放射対流平衡モデルを扱う記事、ながれマルチメディア「3 次元灰色大気構造の太陽定数依存性と暴走温室効果」の一部のレビューを行った。また、記事では触れられていない気体の吸収係数に対する依存性についても考察を行った。レビューでは非凝結成分と凝結成分(水蒸気)の 2 成分灰色大気を考え、表面温度を変化させて、温度、正味の上向き放射フラックス、加熱率の鉛直分布を求めた。この結果を元に、大気上端での上向き放射フラックス(以下 OLR)に上限値があることを示し、その原因について考察した。また、吸収係数によって OLR の上限値に変化があることを示し、それが光学的厚さの違いに起因することを確認した。

---

# 目次

第1章 序論	3
第2章 放射の基礎	4
2.1 放射とは何か	4
2.2 放射の基本量	5
2.3 放射伝達の法則	6
2.4 黒体放射	8
第3章 数値計算モデル	11
3.1 仮定	11
3.2 基礎方程式	12
3.2.1 放射伝達方程式	12
3.2.2 対流圏の温度勾配	13
3.2.3 成層圏の温度勾配	13
3.2.4 加熱率	14
第4章 数値計算手法とその結果	16
4.1 鉛直温度分布の計算	16

---

4.1.1	初期条件 . . . . .	16
4.1.2	鉛直座標の決定 . . . . .	16
4.1.3	圏界面の決定 . . . . .	17
4.1.4	成層圏温度の決定 . . . . .	18
4.1.5	正味の上向き放射フラックス . . . . .	19
4.1.6	放射による加熱率 . . . . .	19
<b>第5章</b>	<b>考察</b>	<b>21</b>
5.1	表面温度と OLR の関係 . . . . .	21
5.2	OLR の吸収係数依存性 . . . . .	22
<b>第6章</b>	<b>まとめ</b>	<b>25</b>
	付録	26
	謝辞	30
	参考文献	31

# 第1章 序論

地球のエネルギー源の大部分は太陽からの放射である。ほぼ恒常的にエネルギーを受け取っているにも関わらず地球の温度が一方的に上昇しないのは、地球もまた太陽と同じようにエネルギーを放出しているからである。このような大気の構造を理解するために、地球に降り注ぐ太陽放射のうち、地球によって受け止められて吸収される量と、地球がその表面や大気から自ら射出している熱放射の量とが全体として釣り合っている状態を考える。その様子を単純なモデルから段階的に考えていくことによって地球とその大気を持つ放射の特性を考察する。

ここでは理解しやすい鉛直 1 次元モデルを考えることにする。日本流体力学会ながれマルチメディアの 1998 年に掲載された記事「3 次元灰色大気構造の太陽定数依存性と暴走温室効果」では鉛直 1 次元放射対流平衡モデルを用いて、大気に入射するエネルギーフラックスがある臨界値を超えると大気海洋系の平衡解が存在しなくなることが示されている。このモデルを再現し、温度、正味の上向き放射フラックス、放射による加熱率の鉛直分布を求める。その結果を元に、エネルギーフラックスの臨界値が表面温度と吸収係数によってどのように変化するのを見つめる。

本論文の構成を述べる。第 2 章ではモデルを再現するために必要な放射の基礎知識を述べる。第 3 章では今回用いた鉛直 1 次元放射対流平衡モデルに用いられる仮定や方程式を説明する。第 4 章では計算手法と結果について述べる。第 5 章でその考察を述べる。第 6 章はまとめである。

## 第2章 放射の基礎

本章では、本論文で扱う放射の定義を説明し、放射を定量的に記述するための物理量を導入する。そしてエネルギー保存則に基づいて放射伝達方程式を導出し、地球大気に近いモデルに適用することを考える。

### 2.1 放射とは何か

放射とは電磁波の総称であり、輻射と呼ばれることもある。電磁波は図 2.1 のように、波長帯毎に名前がつけられている。このうち、地球大気での放射過程に関して重要な領域は、紫外線から、可視光線、赤外線、およびマイクロ波にかけての領域である。

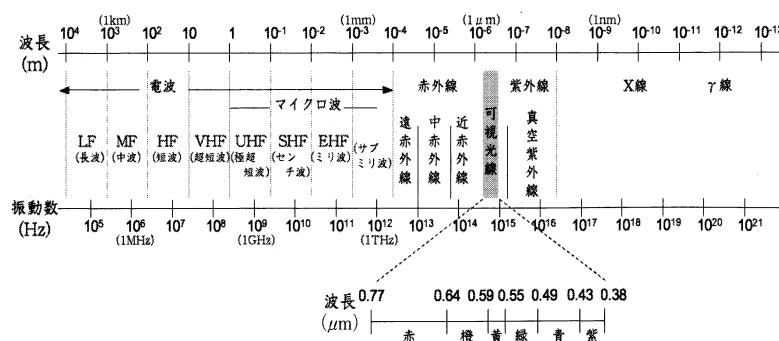


図 2.1: 放射 (電磁波) の呼称と波長および振動数 (浅野正二, 2011: 大気放射学の基礎).

電磁波の識別には、真空中における波長  $\lambda$ , 振動数 (周波数)  $\nu$ , または波数  $k$  が用

いられる。三者の間には、電磁波伝播の位相速度 (光速度) を  $c$  とすると、

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{c}{\nu}, \\ \kappa &= \frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}\end{aligned}\quad (2.1)$$

という関係がある。電磁波は真空中を  $c = 2.99792458 \times 10^8$  [m s<sup>-1</sup>] の光速度<sup>\*1</sup>で伝播する。

## 2.2 放射の基本量

立体角

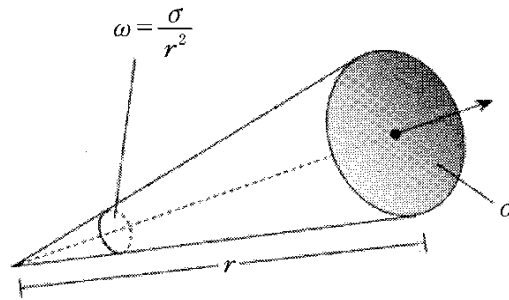


図 2.2: 立体角の定義 (浅野正二, 2011: 大気放射学の基礎)

放射の強さを定量的に表現する場合には、単位立体角中の放射エネルギーを基本概念にとる。この場合、立体角  $\omega$  は、図 2.2 に示すように、原点  $O$  から半径  $r$  の位置にある球面上の面積  $\sigma$  をその半径の 2 乗で割ったもので

$$\omega = \frac{\sigma}{r^2} \quad (2.2)$$

と定義され、その単位は sr (ステラジアン) である。従って、図 2.2 のように、極座標系で表される半径  $r$  の球面上の天頂角  $\theta$  と方位角  $\phi$  で規定される方向において、微小な角度差  $d\theta$  および  $d\phi$  で張られる錐体の微小面積  $d\sigma$  をみる場合の微小立体角  $d\omega$  は次式で与えられる。

$$d\omega = \frac{d\sigma}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi. \quad (2.3)$$

<sup>\*1</sup>会田勝, 1984: 大気と放射過程より引用。

## 放射輝度

ある面  $dA$  を通して, その法線方向と角  $\theta$  をなす方向の立体角  $d\omega$  の錐体内を進む放射を考える (図 2.2 を参照). 波長が  $\lambda$  と  $\lambda + d\lambda$  との間にある放射が時間  $dt$  あたりに面  $dA$  を通過する場合の放射が運ぶエネルギー  $dE_\lambda$  は,

$$dE_\lambda = I_\lambda (\cos \theta dA) d\omega d\lambda dt \quad (2.4)$$

で与えられる.  $I_\lambda$  は波長  $\lambda$  の放射の強さを表す比例定数であり, 放射輝度 (radiance) と呼ばれる. 単位は  $[\text{J}/(\text{m}^2 \text{ sr } \mu\text{m})]$  である.

## 放射束密度

波長  $\lambda$  の放射束密度 (または単に放射フラックスと呼ぶ)  $F_\lambda$  は, 面  $dA$  を通過する放射輝度  $I_\lambda$  のその面に垂直な成分を半球の全立体角  $\Omega$  について積分したものと定義される. つまり

$$F_\lambda \equiv \int_{\Omega} I_\lambda \cos \theta d\omega \quad (2.5)$$

である. 単位は  $[\text{J}/(\text{m}^2 \mu\text{m})]$  である. 特に放射輝度が等方的である場合は

$$F_\lambda = \pi I_\lambda \quad (2.6)$$

となる.

ただし振動数  $\nu$ , または波数  $\kappa$  で表した単色光の放射束密度は,  $F_\nu d\nu = F_\lambda d\lambda$  より,

$$F_\nu = \left( \frac{d\lambda}{d\nu} \right) F_\lambda = \left( \frac{c}{\nu^2} \right) F_\lambda \quad (2.7)$$

および,  $F_\kappa d\kappa = F_\lambda d\lambda$  より,

$$F_\kappa = \left( \frac{d\lambda}{d\kappa} \right) F_\lambda = \left( \frac{1}{\kappa^2} \right) F_\lambda \quad (2.8)$$

と表されることに注意せよ.

## 2.3 放射伝達の法則

気層の中に断面積  $d\sigma$ , 長さ  $ds$  の円筒を考え, これに振動数  $\nu$  から  $\nu + d\nu$  の間で放射輝度  $I_\nu$  の放射が立体角  $d\omega$  で時間  $dt$  の間に入射するものとする. その結果, こ



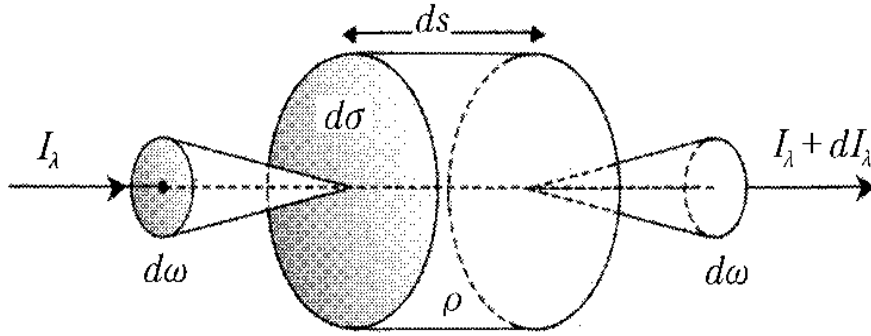


図 2.3: 放射伝達過程の概念図 (浅野正二, 2011: 大気放射学の基礎)

の気柱を通過した放射輝度が  $I_\nu + dI_\nu$  であるとすれば, この気層で吸収された放射エネルギーは

$$(I_\nu + dI_\nu)d\sigma d\omega d\nu dt - I_\nu d\sigma d\omega d\nu dt = -k_\nu I_\nu \rho ds d\sigma d\omega d\nu dt \quad (2.9)$$

となるので, 放射の減衰は

$$dI_\nu = -k_\nu \rho I_\nu ds \quad (2.10)$$

と表される. ここで  $\rho$  は気層の密度,  $k_\nu$  は振動数  $\nu$  の放射に対する質量消散係数である. この消散係数は吸収と散乱の両過程を含んでいる.

一方, この気層内で正味放射の射出と他の方向からの散乱が加わり, 放射輝度は強められる. これらの要因で増強される係数は射出係数  $j_\nu$  と呼ばれ, 放射の増加は

$$dI_\nu = j_\nu \rho ds \quad (2.11)$$

と表される. したがって, (2.10) と (2.11) が同時に成立していると考えれば,

$$dI_\nu = -k_\nu \rho I_\nu ds + j_\nu \rho ds \quad (2.12)$$

となる. 更に, ここで放射源関数  $J_\nu$  を

$$J_\nu \equiv \frac{j_\nu}{k_\nu} \quad (2.13)$$

と定義すると, (2.12) は

$$\frac{dI_\nu}{k_\nu \rho ds} = -I_\nu + J_\nu \quad (2.14)$$

となり, これは放射伝達方程式と呼ばれる.

## 2.4 黒体放射

黒体とは、入射する全ての波長の放射を完全に吸収する理想的な物体を言う。また、黒体は同じ温度では他のどんな物体よりも多くの放射を出すことができる。黒体から射出される放射を黒体放射と呼ぶ。

### プランクの法則

黒体放射の輝度を与えるプランク関数は、波長に対して次のように書ける。

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5(e^{hc/k\lambda T} - 1)} \quad (2.15)$$

ここで  $T$  は  $h = 6.6262 \times 10^{-34}$  [J s] はプランク定数,  $k = 1.3806 \times 10^{-23}$  [J K<sup>-1</sup>] はボルツマン定数である<sup>\*2</sup>。

### ステファン・ボルツマンの法則

全波長域における黒体放射の輝度は積分によって

$$\begin{aligned} B(T) &= \int_0^{\infty} B_{\lambda}(T) d\lambda \\ &= \frac{2\pi^4 k^4}{15c^2 h^3} T^4 \end{aligned} \quad (2.16)$$

と表される<sup>\*3</sup>。さらに黒体放射が等方的であることを考慮すると、黒体放射束密度は(2.6)より

$$F = \pi B(T) = \sigma T^4 \quad (2.17)$$

となる。ここで  $\sigma = 2\pi^5 k^4 / (15c^2 h^3) = 5.6698 \times 10^{-8}$  [Wm<sup>-2</sup> K<sup>-4</sup>] はステファン・ボルツマン定数である<sup>\*4</sup>。

<sup>\*2</sup>会田勝, 1984:大気と放射過程から引用.

<sup>\*3</sup>導出は付録で行う.

<sup>\*4</sup>会田勝, 1984:大気と放射過程より引用.

### キルヒホッフの法則

キルヒホッフの法則は、熱平衡の状態にある物質が放射を授受する際の基本的関係を表す法則であり、

$$\frac{j_\nu}{k_\nu} = B_\nu(T) \quad (2.18)$$

の関係が成り立つ。すなわち、吸収係数  $k_\nu$  と射出係数  $j_\nu$  の比は、黒体放射輝度のプランク関数で与えられ、温度と波長にのみ依存する。

キルヒホッフの法則は、温度が一定で等方性射出が成立している場合に成り立つので、地球大気ではどこにおいても成立していない。しかし、約 40 km 以下の気層の中では、局所的に温度が一様で放射場も等方的であると近似できるので、この熱力学平衡が成立していると考えてよい。これを局所的熱力学平衡の近似という。

### 放射源関数

放射伝達方程式 (2.14) の放射源関数は局所的熱力学平衡状態が成立するとき、(2.13) の定義と、キルヒホッフの法則 (2.18) より

$$J_\nu = j_\nu/k_\nu = B_\nu(T) \quad (2.19)$$

である。これにより、放射伝達方程式は

$$\frac{dI_\nu}{k_\nu \rho ds} = -I_\nu + B_\nu(T) \quad (2.20)$$

と書ける。これをシュバルツシルトの式と呼ぶ。

極座標から鉛直座標に変換するために、天頂角  $\theta$  を用いて

$$dz = \cos \theta ds \quad (2.21)$$

と表す。これを放射伝達方程式に代入し鉛直方向に上向きと下向きの 2 方向に分け、それぞれ放射輝度が等方的であると仮定し、天頂角で積分すると

$$\frac{2}{3} \frac{dF^\uparrow}{k \rho dz} = F^\uparrow - \pi B, \quad (2.22)$$

$$-\frac{2}{3} \frac{dF^\downarrow}{k \rho dz} = F^\downarrow - \pi B \quad (2.23)$$

が得られる。簡単のためここでは単色光を考え、添字  $\nu$  は省略した。ここで光学的厚さ  $\tau$  を以下のように定義する。

$$d\tau = \frac{3}{2}k\rho dz. \quad (2.24)$$

これを (2.22) と (2.23) に代入すると、

$$\frac{dF^\uparrow}{d\tau} = F^\uparrow - \pi B, \quad (2.25)$$

$$-\frac{dF^\downarrow}{d\tau} = F^\downarrow - \pi B \quad (2.26)$$

となる。これらは単色光についての議論であり、波長全体の放射フラックスを計算する時は全振動数で積分することに注意せよ。

## 第3章 数値計算モデル

本章では, 本研究で用いたモデルにおける仮定や基礎方程式を述べる.

### 3.1 仮定

大気と放射伝達について, 次のような仮定をおく.

#### 大気について

1. 放射平衡にある成層圏と, 飽和状態の対流圏で構成される.
2. 大気成分は凝結性成分 (水蒸気) と非凝結性成分の 2 つである.
3. 成層圏では, 凝結は起こらず大気成分の混合比は一定である.
4. 潜熱, 各成分の定圧モル比熱は温度に依らず一定である.
5. 大気成分の分子量は等しい.
6. 凝結性成分は気体相と液体相のみをもつ.
7. 凝結性成分の液体相の体積は無視できる.
8. 大気は理想気体として振る舞う.
9. 静水圧平衡にある.

#### 放射伝達について

1. 大気は太陽放射に対して透明であり, 赤外放射に対しては灰色 (吸収係数が波長に依らない定数) である.

2. 非凝結性成分は赤外放射に対して透明である.
3. 散乱は無視する.

## 3.2 基礎方程式

本節では, 放射伝達方程式の意味を述べ, 対流圏の温度構造を表す湿潤断熱勾配を説明し, 成層圏の温度を決める放射平衡状態について述べる. 最後に加熱率について説明する.

### 3.2.1 放射伝達方程式

放射伝達についての仮定 1 を用いて, 前章より上向き放射フラックス  $F^\uparrow$  及び, 下向き放射フラックス  $F^\downarrow$  は以下のように書ける.

$$\frac{dF^\uparrow}{d\tau} = F^\uparrow - \pi B, \quad (3.1)$$

$$-\frac{dF^\downarrow}{d\tau} = F^\downarrow - \pi B. \quad (3.2)$$

フラックスの値は波長に依存しないため, 全波長にわたって積分した値に等しい. まず, 上向き放射フラックスについて考える. 両辺に  $e^{-\tau}$  をかけて地表面  $\tau_s$  からある光学的厚さ  $\tau$  まで積分すると,

$$F^\uparrow(\tau) = \pi B(\tau_s)e^{-(\tau_s-\tau)} + \int_{\tau}^{\tau_s} \pi B(\tau')e^{-(\tau'-\tau)} d\tau' \quad (3.3)$$

となる. ここで,  $\tau_s$  での上向き放射フラックスは, 地表面が射出する黒体放射とみなすことができるため  $F^\uparrow(\tau_s) = \pi B(\tau_s)$  とした.

次に下向き放射フラックスを考える. ある光学的厚さ  $\tau$  から大気上端の  $\tau_{\text{top}}$  まで同様に積分をすると,

$$F^\downarrow(\tau) = \int_{\tau_{\text{top}}}^{\tau} \pi B(\tau')e^{-(\tau-\tau')} d\tau' \quad (3.4)$$

となる. ここで, 大気上端における下向き放射フラックスは存在しないので  $F^\downarrow(\tau_{\text{top}}) = 0$  とした.

上向きフラックスと下向きフラックスの差を正味の上向き放射フラックスとして定義し、部分積分を用いると

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= F^\uparrow(\tau) - F^\downarrow(\tau) \\ &= \pi B(\tau_{\text{top}})e^{-(\tau-\tau_{\text{top}})} - \int_{\tau}^{\tau_s} \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} e^{-(\tau'-\tau)} d\tau' + \int_{\tau_{\text{top}}}^{\tau} \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} e^{-(\tau-\tau')} d\tau' \end{aligned} \quad (3.5)$$

と表すことができる\*1.

### 3.2.2 対流圏の温度勾配

空気塊が持ち上げられるとき、断熱膨張により冷却され、ある大気成分が凝結するまで温度が下がると潜熱が放出される。これにより、持ち上げられた空気塊は乾燥大気で予想されるよりも温度が高くなる。本論文では凝結成分と非凝結成分との二成分大気を扱うので、湿潤断熱勾配は

$$\left( \frac{\partial T}{\partial p} \right) = \frac{\frac{RT}{pc_{pn}} + \frac{\chi_v}{\chi_n} \frac{l}{c_{pn}p}}{\chi_n + \chi_v^* \frac{c_{pv}}{c_{pn}} + \frac{\chi_v^*}{\chi_n} \frac{l^2}{RT^2 c_{pn}}} \quad (3.6)$$

と表される。ここで、 $\chi_n$ ,  $\chi_v$  はそれぞれ非凝結成分と凝結成分のモル分率であり、 $c_{pn}$ ,  $c_{pv}$  はそれぞれ非凝結成分と凝結成分の定圧モル比熱である。対流圏は飽和状態と仮定しているため、温度構造は上式で与えられる。

### 3.2.3 成層圏の温度勾配

放射平衡とは、放射によるエネルギーの出入りがつりあっている状態のことを指す。この状態を理解するために、正味の放射フラックス  $F_{\text{net}}$  を考える。 $F_{\text{net}}$  が高さ方向に変化がない、つまり放射の蓄積がないことが放射平衡の条件であると言えるので、放射平衡の状態では

$$\frac{dF_{\text{net}}}{d\tau} = 0 \quad (3.7)$$

である。これを積分すると、

$$F_{\text{net}} = \phi(\text{一定}). \quad (3.8)$$

\*1導出は付録に掲載する

また,  $F_s$  を以下のように定義する.

$$F_s = F^\uparrow + F^\downarrow. \quad (3.9)$$

(3.1), (3.2), (3.8), (3.9) を用いると

$$\frac{dF_s}{d\tau} = \phi, \quad (3.10)$$

$$\frac{d\phi}{d\tau} = F_s - 2\pi B(\tau) \quad (3.11)$$

となる.  $\phi$  は定数なので,

$$F_s = 2\pi B(\tau). \quad (3.12)$$

(3.10) を積分し, (3.12) を用いると,

$$B(\tau) = \frac{\phi}{2\pi}\tau + A \quad (3.13)$$

となる. ここで  $A$  は積分定数である. 大気上端 ( $\tau = 0$ ) の境界条件を考えれば,  $F^\downarrow = 0$  であるから,  $\phi = F_s$  であるため,  $A = \phi/2\pi$  である. よって,

$$\pi B(\tau) = \frac{\phi}{2}(\tau + 1) \quad (3.14)$$

が成り立つ.

### 3.2.4 加熱率

高度  $z$  と  $z + \Delta z$  との間の厚さ  $\Delta z$  の気層をとり, この気層における放射エネルギーの出入りを考える.  $\Delta z$  の間の放射エネルギーの出入りの収支  $\Delta F_{\text{net}}$  は

$$\Delta F_{\text{net}} = F_{\text{net}}(z + \Delta z) - F_{\text{net}}(z) \quad (3.15)$$

で表される.  $\Delta F_{\text{net}}(z)$  の値が正(負)の場合は, この気層内で正味の上向き放射エネルギーの流出(流入)があることになる. 放射エネルギーの流出は, 気層からの熱エネルギーの一部が放射となって失われたことに相当し, これにより気層は冷却される. 逆に放射エネルギーが流入する場合は, 気層が加熱される. このような気層温度の時間変化率は加熱率と呼ばれ,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{c_p} \frac{\Delta F_{\text{net}}(z)}{\Delta z} = \frac{g}{c_p} \frac{\partial F_{\text{net}}(p)}{\partial p} \quad (3.16)$$

と表される.



放射平衡状態では,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (3.17)$$

であるから, 成層圏では  $F_{\text{net}}$  の値は変化しない. よって, 大気上端における上向き放射フラックス  $F^\uparrow(\tau_{\text{top}})$  は (3.8) の  $\phi$  と常に等しくなるため, (3.14) より,

$$\pi B(\tau) = \frac{F^\uparrow(\tau_{\text{top}})}{2}(\tau + 1) \quad (3.18)$$

が成り立つ.

表 3.1: 本論文で用いた物理定数の値

物理定数	
気体定数	$R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol K})$
重力加速度	$g = 9.8 \text{ m}/\text{s}^2$
Stefan-Boltzmann 定数	$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$
モデルパラメータ	
非凝結大気分子量	$m_n = 18 \times 10^{-3} \text{ kg}/\text{mol}$
凝結大気分子量	$m_v = 18 \times 10^{-3} \text{ kg}/\text{mol}$
非凝結大気の定圧モル比熱	$c_{pn} = 3.5R \text{ J}/(\text{mol K})$
凝結大気の定圧モル比熱	$c_{pv} = 4R \text{ J}/(\text{mol K})$
水の潜熱	$L = 43655 \text{ J}/\text{mol}$
飽和水蒸気圧を決める定数	$p_0^* = 1.4 \times 10^{11} \text{ Pa}$
非凝結大気地表面圧力	$p_{0n} = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$
凝結大気の吸収係数	$k_v = 0.01 \text{ m}^2/\text{kg}$
非凝結大気の吸収係数	$k_n = 0.00 \text{ m}^2/\text{kg}$

## 第4章 数値計算手法とその結果

この章では、前章で説明したモデルを用いて温度の鉛直分布を求め、その分布から正味の上向き放射フラックスと加熱率の鉛直分布を求めた際の計算手法とその結果について述べる。

### 4.1 鉛直温度分布の計算

#### 4.1.1 初期条件

初期値として、表面温度  $T_s$  を与える。次に表面圧力を求めるために、非凝結大気  
の表面圧力  $p_{0n}$ 、地表面における飽和水蒸気圧  $p_v^*(T_s)$  を考えると、全表面圧力  $p_s$  は  
以下のように定義できる。

$$p_s = p_{0n} + p_v^*(T_s) \quad (4.1)$$

飽和水蒸気圧はクラウジウス-クラペイロンの公式を簡単にした式、

$$p_v(T) = p_0^* \exp\left(-\frac{L}{RT}\right) \quad (4.2)$$

によって与える。非凝結成分の表面圧力は  $p_{0n} = 1.0 \times 10^5$  で与える。

#### 4.1.2 鉛直座標の決定

表面圧力を基準に鉛直座標を定める。本研究では対数表示した  $\sigma$  座標系を用い  
る。 $\sigma$  座標系は、表面圧力に対するある高度での圧力の比によって表される座標で  
ある。つまり、任意の高度における全圧を  $p$  とおくと

$$\sigma = \frac{p}{p_s} \quad (4.3)$$

である. 大気上端を  $\log_{10} \sigma_{\text{top}} = -6.0$  として, 分割数を 120 として地表面まで  $\log_{10} \sigma$  を定義する. これで全ての層における圧力  $p$  が求まる.

また, 光学的厚さ ( $\tau$ ) の計算についても触れておく. 凝結成分の吸収係数を  $k_v = 0.01$ , 非凝結成分の吸収係数を  $k_n = 0.0$  とし, 両気体の分子量は等しく,  $m_v = m_n = \bar{m}$  であることを考慮して, (2.24) と静水圧近似を用いると,

$$\begin{aligned} d\tau &= \frac{3}{2}(k_v \chi_v m_v + k_n \chi_n m_n) \frac{dp}{mg} \\ &= \frac{3}{2} k_v \chi_v \frac{dp}{g} \end{aligned} \tag{4.4}$$

と定義できる. (4.4) を用いると, 各高度における光学的厚さが求まる. 表面温度毎にプロットした光学的厚さを図 4.1 に示す. なお, 以降全ての図において,  $T$  は地表面温度 (単位 K) を表している.

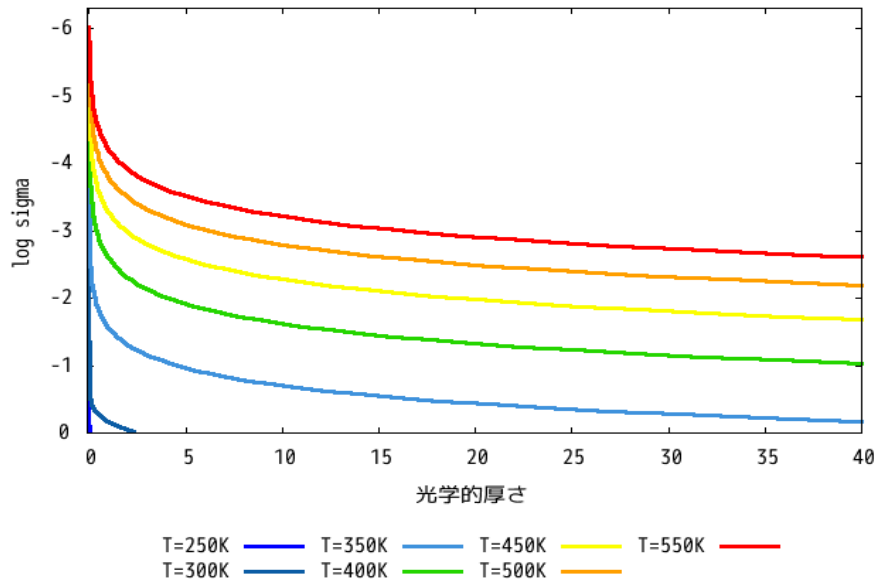


図 4.1: 光学的厚さの鉛直分布

### 4.1.3 圏界面の決定

温度分布を求めるために, まず圧力分布を用いて, (3.6) より温度分布を求める. この計算では湿潤断熱勾配による対流圏の温度構造しか求まらないため, 圏界面を

定義し成層圏温度を再計算する必要がある。そこで正味の上向き放射フラックスの分布を用いて圏界面を決める。放射フラックスの計算には (3.5) を用いる<sup>\*1</sup>。成層圏では放射平衡が成り立っているものとするため、放射フラックスの増加量が減り始める位置をおよそ圏界面であると決める<sup>\*2</sup>。

#### 4.1.4 成層圏温度の決定

前章でおいた仮定により、成層圏では非凝結大気と凝結大気の混合比が一定であり、その値は圏界面のものと同じ。圏界面の混合比を用いて光学的厚さ ( $\tau$ ) を計算しなおし、放射平衡の式 (3.18) を用いて温度分布を求める。これで、対流圏と成層圏の二層で構成された大気温度の鉛直分布が求まる。様々な表面温度のもとで温度の鉛直分布を計算した結果を図 4.2 に示す。この図から分かるように表面温

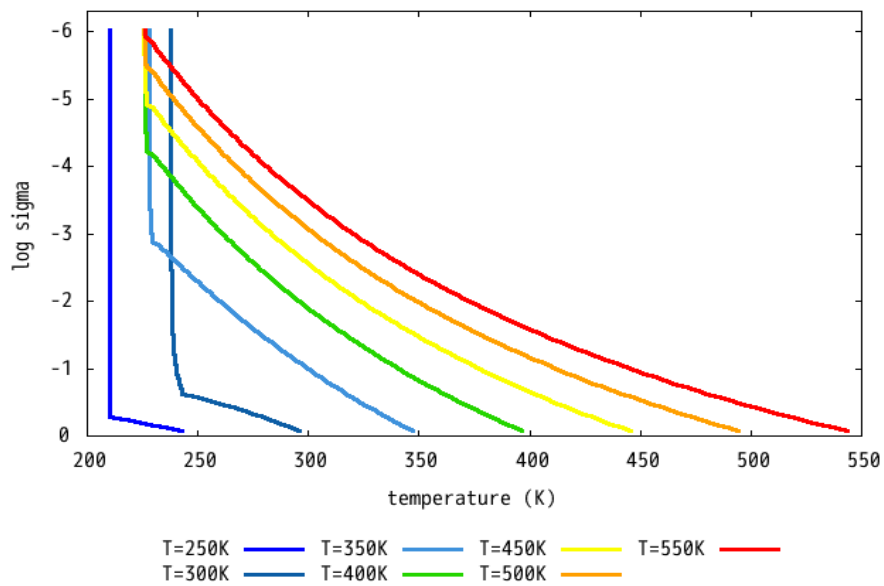


図 4.2: 温度の鉛直分布. 横軸の単位は K

度によって圏界面の高さが違う。また成層圏での平衡温度は  $T=300$  で極大である。

<sup>\*1</sup>詳しい計算方法は付録に掲載する

<sup>\*2</sup>詳細は付録に掲載する

### 4.1.5 正味の上向き放射フラックス

この新たな温度分布から正味の上向き放射フラックスを計算しなおす. 最終的に正味の上向き放射フラックスは図 4.3 のようになる. 対流圏の温度構造は湿潤

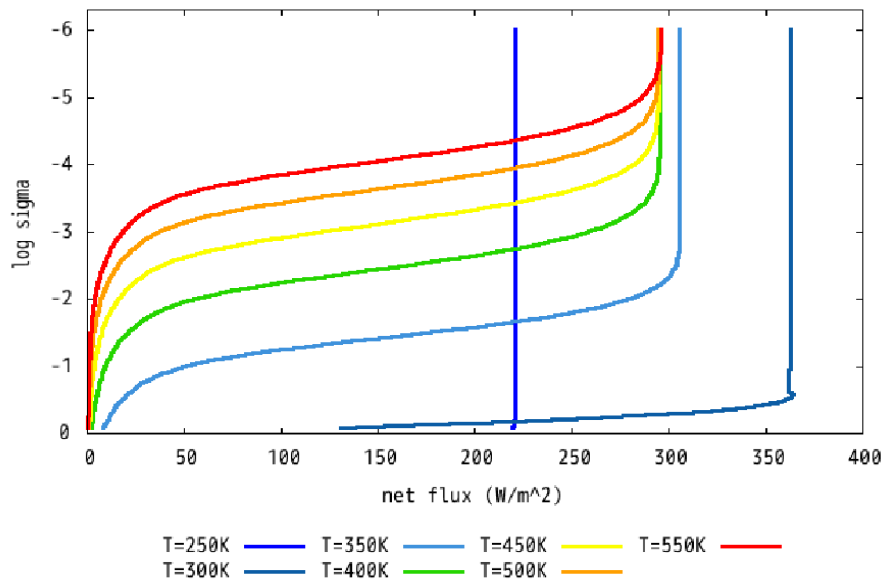


図 4.3: 正味の上向き放射フラックスの鉛直分布. 横軸の単位は  $W/m^2$

断熱勾配によって求まり, 成層圏は放射平衡によって決まる. 圏界面はフラックスの増加量が減少し始める高度であり, 図 4.2 で温度が一定になり始める高度と一致している.

### 4.1.6 放射による加熱率

放射フラックスを用いて, 対流を考えない場合の加熱率を (3.16) によって計算すると図 4.4 のようになる. この図から放射過程による冷却がどの高度で起こるかが分かる. 温度が大きくなるほど, 加熱率の絶対値は増加する. 圏界面付近の対流圏で極大となり, 成層圏では放射平衡が成り立っているためゼロに近い値である.

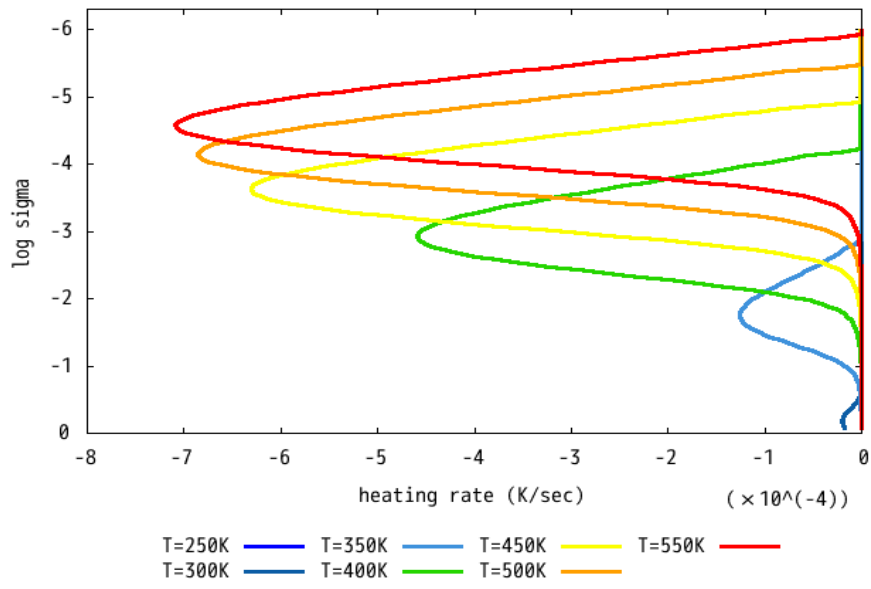


図 4.4: 加熱率の鉛直分布. 横軸の単位は K/sec

## 第5章 考察

本章では, まず OLR が最大値を持つ原因についての考察を行う. 次に, 非凝結成分の吸収係数に有限の値を与えた場合の OLR の変化及び大気の鉛直構造の変化を調べる.

### 5.1 表面温度と OLR の関係

表面温度毎に OLR をプロットした図 5.1 に示す. 300 K 付近までは単調増加しているが, 300 K  $\times$  350 K では減少し, それ以上になるとほぼ一定になっている. 図 5.1 のように  $T_s = 300$  K の辺りで極大になっている点について考察する.

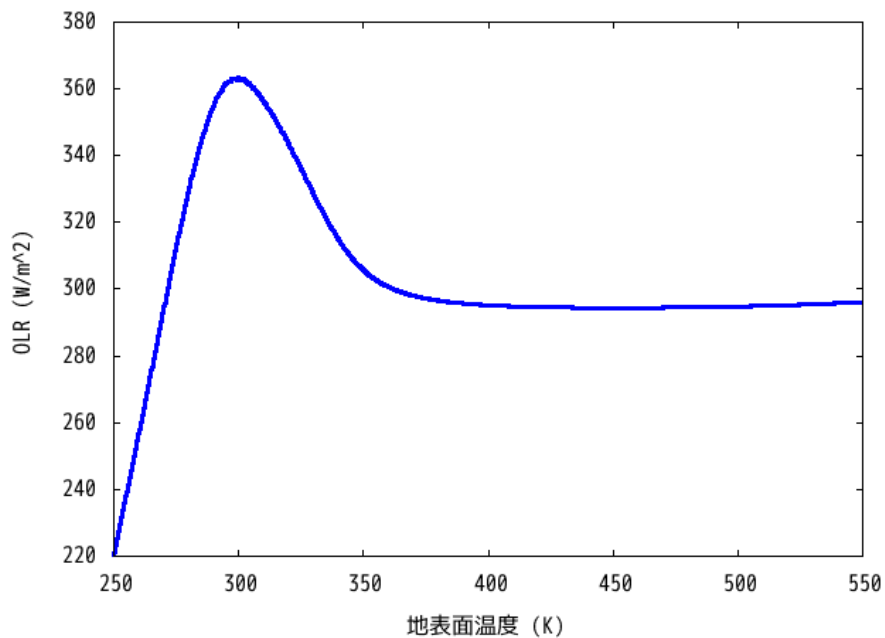


図 5.1: 表面温度毎にプロットした OLR

1.  $T_s \leq 300$  K の場合

この場合大気全体の光学的厚さは1を超えない(図 4.1 参照). そのため, 上向きフラックスに地表面放射  $\sigma T_s^4$  が大きく寄与するので,  $T_s$  が増加すると, OLR も増加する. しかし徐々に地面は見えなくなるため, この傾向は弱くなる.

2.  $300$  K  $\leq T_s \leq 350$  K の場合

図 4.1 より, このとき大気全体の光学的厚さが1を超えるため, 主に対流圏の中間層の温度構造によって上向きフラックスが決まる. 上向きフラックスは

$$F^\uparrow(\tau) = \pi B(\tau) + \int_\tau^{\tau_s} \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} e^{-(\tau'-\tau)} d\tau'$$

で表される. 圏界面はおよそ  $\tau \sim 1$  の付近であるから, そこでの放射

$$\frac{d}{d\tau'} \pi B(\tau) = 4\sigma T^3 \frac{dT}{d\tau'}$$

によって決まると考えられる. よって  $\tau \sim 1$  付近での温度勾配が大きいほど, OLR は大きくなる.  $T_s$  が大きいほど比湿  $q$  が大きくなり, 湿潤断熱勾配に漸近する. 温度勾配は高度とともに減少する傾向があるため, OLR も減少する.

3.  $T_s \geq 350$  の場合

対流圏の水蒸気量が大幅に増加するため, 温度構造は  $p_*(T)$  によって決まり, 圏界面での上向き放射フラックスは  $T_s$  にほとんど依存しなくなる. よって,  $T_s$  を変化させても OLR はほぼ一定になる.

OLR は圏界面の上向き放射フラックスによって決まる. 対流圏の構造で圏界面のフラックスが決まるが,  $\tau \sim 1$  辺りの温度勾配は地表面温度が 300 K を超えた辺りから減少し始める(図 4.1 と 図 4.2 で確かめられる). 地表面温度が高くなると水蒸気の分圧が卓越し, 温度勾配が変化するため OLR の最大値が存在すると考えられる.

## 5.2 OLR の吸収係数依存性

ゼロと仮定していた非凝結成分の吸収係数を変化させることによって, OLR がどのように変化するかを調べた. 吸収係数を変化させた場合の OLR を図 5.2 に示す.



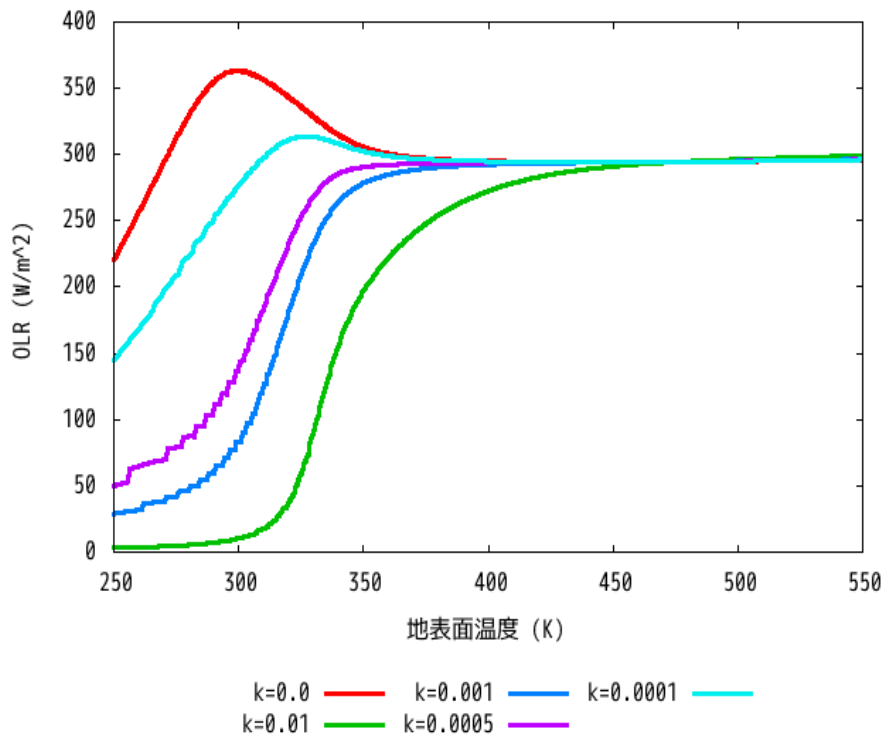


図 5.2: 非凝結成分の吸収係数毎にプロットした OLR

吸収係数の値によっては,  $k_n = 0$  のときに見られた  $T = 300$  K 付近での OLR の最大値が存在しない. 以下でその原因について考察する.

- $k_n \geq 0.0005$  の場合

このとき,  $k_n = 0$  の時の様な極大値は現れない.  $k_n$  が有限の値を持つため,  $T \leq 300$  K の領域においても, 地表面付近で非凝結成分が卓越するため光学的厚さが 1 を超える. よって, フラックスの値が増加する傾向が顕著に見られず, 極大値を取ることなく, 水蒸気による分圧が卓越する高度に達してしまうと考えられる. 吸収係数が大きくなるほど, 光学的厚さも大きくなるため, 傾向が強まる.

- $k \leq 0.0005$  の場合

この場合, 非凝結成分の分圧が卓越したとしても, 光学的厚さに寄与しにくくなるため,  $T_s$  によって上向き放射フラックスが決まるようになる. 当然  $k_n$  が小さいほど  $k_n = 0$  の状態に近づく.

以上から, 非凝結成分の吸収係数が有限の値を持つ場合, 地表面付近の光学的厚

さの変化によって OLR の分布が大きく変化することが分かった. 確認のために,  $k_n = 0.005$  の時の光学的厚さの鉛直分布を図 5.3 に示した.

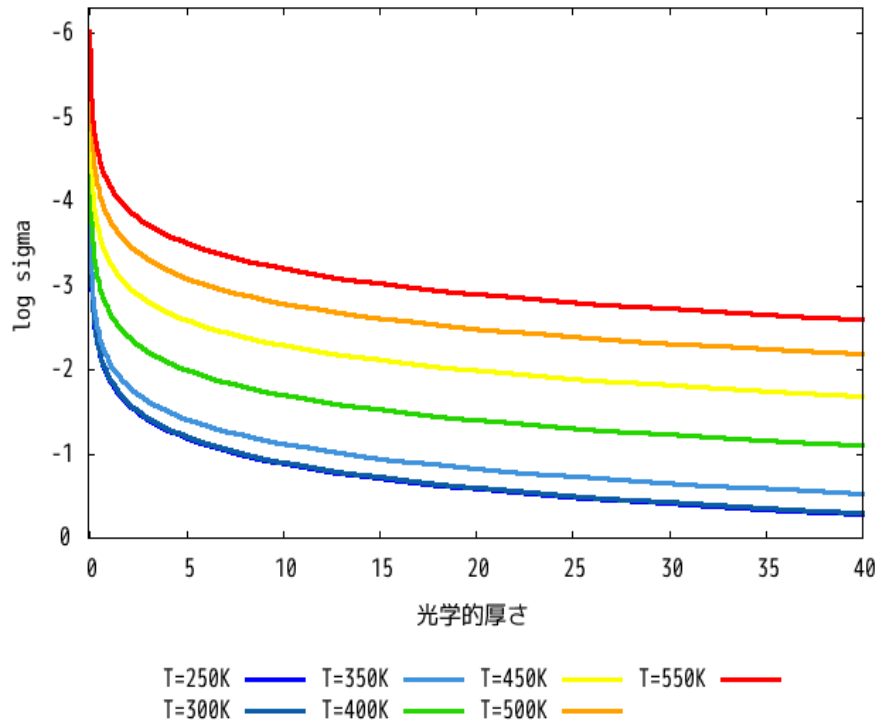


図 5.3: 非凝結成分の吸収係数を 0.005 に設定したときの OLR 分布

## 第6章 まとめ

非凝結成分と凝結成分の2成分大気について Nakajima et al.(1992) で用いられた鉛直一次元放射対流平衡モデルを一部再現し, 大気の温度, 鉛直上向き放射フラックス, 加熱率の鉛直分布を求めた. それらの表面温度との相関を調べることにより, 圏界面高度や成層圏の平衡温度にどのように違いが表れるかを示した.

次に, 再現したモデルを使って, 日本流体力学学会のながれマルチメディアに掲載されている「3次元灰色大気構造の太陽定数依存性と暴走温室効果」に従い, OLRの極大値と温度分布の関係について考察した. OLRの値は圏界面フラックスによって決まるが, 対流圏の温度構造は断熱条件と水蒸気分布に規定されるため, その値には上限があることを示した.

さらに非凝結成分の吸収係数が有限の値を持つときの OLR の分布を考察した.  $k_n$  の値がある値を超えない限り,  $k_n = 0$  の場合に見られた極大値が存在せず, OLR は地表面温度と共に単調増加し,  $k_n = 0$  の場合と同様に一定の値に収束する. また, 極大値が存在しない理由は非凝結成分が赤外放射を吸収するようになり, 大気の光学的厚さが大きくなることが原因であることを示した.

# 付録

## 付録 1: 鉛直温度分布と非凝結成分の吸収係数の関係

$k_n$  が有限の値を持つ場合の大気鉛直構造を理解するために,  $k_n = 0.005$  のときの温度分布を図 1 に示した.

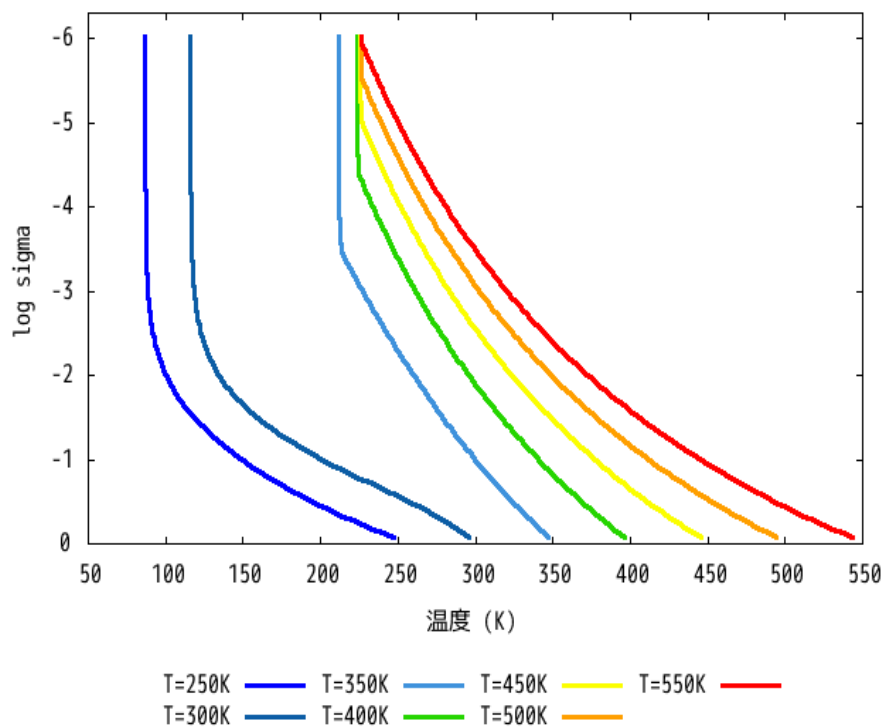


図 1: 非凝結成分の吸収係数を 0.005 に設定したときの温度分布

図 4.2 と比較すると,  $T_s = 250$  K, 300 K で明らかに異なる傾向が表れた. 圏界面高度が異なるため, 正味の上向き放射フラックスの値に変化が生じていることがわかる. 図には示さないが, 圏界面での正味の上向き放射フラックスの値は  $250 \leq T_s \leq 350$  で非常に小さい値を取る. そのため,  $\tau$  が増加しているにも関わら

ず, 平衡温度が低くなっている.

以上から,  $k_n$  が有限の値を持つ場合は  $250 \text{ K} \leq T_s \leq 350 \text{ K}$  の範囲において,  $k_n = 0$  のときに比べて温度は平均的に低くなる. 地表面温度が  $350 \text{ K}$  を超えてからは,  $k_n = 0$  の場合との差が小さくなってくる. 地表面温度の上昇による凝結成分の分圧の増加が, 温度構造に大きく影響することが分かった.

## 付録 2A :(3.5) の導出

導出に必要な式を再掲する.

$$F^\uparrow(\tau) = \pi B(\tau_s) e^{-(\tau_s - \tau)} + \int_\tau^{\tau_s} \pi B(\tau') e^{-(\tau' - \tau)} d\tau' \quad (3.3)$$

$$F^\downarrow(\tau) = \int_{\tau_{top}}^\tau \pi B(\tau') e^{-(\tau - \tau')} d\tau' \quad (3.4)$$

これらをそれぞれ部分積分を適用すると,

$$\begin{aligned} F^\uparrow(\tau) &= \pi B(\tau_s) e^{-(\tau_s - \tau)} + \left[ -\pi B(\tau') e^{-(\tau' - \tau)} \right]_\tau^{\tau_s} - \int_\tau^{\tau_s} \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} e^{-(\tau' - \tau)} d\tau' \\ &= \pi B(\tau) - \int_\tau^{\tau_s} \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} e^{-(\tau' - \tau)} d\tau' \end{aligned} \quad (3.3A)$$

$$\begin{aligned} F^\downarrow(\tau) &= \left[ \pi B(\tau') e^{-(\tau - \tau')} \right]_{\tau_{top}}^\tau - \int_{\tau_{top}}^\tau \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} e^{-(\tau - \tau')} d\tau' \\ &= \pi B(\tau) - \pi B(\tau_{top}) e^{-(\tau - \tau_{top})} - \int_{\tau_{top}}^\tau \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} e^{-(\tau - \tau')} d\tau' \end{aligned} \quad (3.4A)$$

と変形することができる. これらの差をとることによって, (3.5) が導出できる.

## 付録 2B: 正味の上向き放射フラックスの計算方法

正味の上向き放射フラックスを数値計算するための手法を説明する. (3.5) は以下のように変形できる.

$$F_{\text{net}}(\tau) = \pi B(\tau_{\text{top}})e^{-(\tau-\tau_{\text{top}})} - \int_{\tau}^{\tau_s} \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} e^{-(\tau'-\tau)} d\tau' + \int_{\tau_{\text{top}}}^{\tau} \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} e^{-(\tau-\tau')} d\tau', \quad (2B.1)$$

$$= \pi B(\tau_{\text{top}})e^{-(\tau-\tau_{\text{top}})} + \int_{\tau}^{\tau_s} \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} de^{-(\tau'-\tau)} + \int_{\tau_{\text{top}}}^{\tau} \frac{d\pi B(\tau')}{d\tau'} de^{-(\tau-\tau')}. \quad (2B.2)$$

この変形のために, 以下の関係を用いた.

$$\frac{de^{-(\tau-\tau')}}{d\tau'} = e^{-(\tau-\tau')}, \quad \frac{de^{-(\tau'-\tau)}}{d\tau'} = -e^{-(\tau'-\tau)} \quad (2B.3)$$

(2B.1) と (2B.2) をそれぞれ台形積分で計算する.

差分化の際には, 半整数値レベルで考える. 本論文の設定では 120 層に分割して圧力を与えているが, これらの中間の値を用いて, そのレベルを  $1/2$  で表し, 半整数値レベルと呼ぶ. 各層に地表面から順に整数  $k$  を割り当てると, 台形積分はそれぞれ以下のように表すことができる.

$$\begin{aligned} F_{\text{net}}\left(k + \frac{1}{2}\right) &= \pi B\left(K_{\text{max}} + \frac{1}{2}\right) e^{-(\tau_{k+\frac{1}{2}} - \tau_{K_{\text{max}}+\frac{1}{2}})} \\ &\quad - \sum_{j=1}^k \left\{ \pi B\left(j - \frac{1}{2}\right) - \pi B\left(j + \frac{1}{2}\right) \right\} \frac{e^{-(\tau_{j-\frac{1}{2}} - \tau_{k+\frac{1}{2}})} + e^{-(\tau_{j+\frac{1}{2}} - \tau_{k+\frac{1}{2}})}}{2} \\ &\quad + \sum_{j=k+1}^{K_{\text{MAX}}} \left\{ \pi B\left(j - \frac{1}{2}\right) - \pi B\left(j + \frac{1}{2}\right) \right\} \frac{e^{-(\tau_{k+\frac{1}{2}} - \tau_{j-\frac{1}{2}})} + e^{-(\tau_{k+\frac{1}{2}} - \tau_{j+\frac{1}{2}})}}{2} \quad (\tau_{k-\frac{1}{2}} - \tau_{k+\frac{1}{2}} < C_{\Delta\tau}) \end{aligned} \quad (2B.4)$$

$$\begin{aligned} F_{\text{net}}\left(k + \frac{1}{2}\right) &= \pi B\left(K_{\text{max}} + \frac{1}{2}\right) e^{-(\tau_{k+\frac{1}{2}} - \tau_{K_{\text{max}}+\frac{1}{2}})} \\ &\quad + \sum_{j=1}^k \frac{\pi B\left(j - \frac{1}{2}\right) - \pi B\left(j + \frac{1}{2}\right)}{\tau_{j-\frac{1}{2}} - \tau_{j+\frac{1}{2}}} \left\{ e^{-(\tau_{j-\frac{1}{2}} - \tau_{k+\frac{1}{2}})} - e^{-(\tau_{j+\frac{1}{2}} - \tau_{k+\frac{1}{2}})} \right\} \\ &\quad + \sum_{j=k+1}^{K_{\text{MAX}}} \frac{\pi B\left(j - \frac{1}{2}\right) - \pi B\left(j + \frac{1}{2}\right)}{\tau_{j-\frac{1}{2}} - \tau_{j+\frac{1}{2}}} \left\{ e^{-(\tau_{k+\frac{1}{2}} - \tau_{j-\frac{1}{2}})} - e^{-(\tau_{k+\frac{1}{2}} - \tau_{j+\frac{1}{2}})} \right\} \quad (\tau_{k-\frac{1}{2}} - \tau_{k+\frac{1}{2}} \geq C_{\Delta\tau}) \end{aligned} \quad (2B.5)$$

ここで  $K_{\max}$  は最上層レベルであり大気上端の値であることを表す. (2B.4) が (2B.1) の台形積分で (2B.5) が (2B.2) の台形積分に対応している. この二つの式を

$$\Delta\tau = \tau_{k-\frac{1}{2}} - \tau_{k+\frac{1}{2}} \quad (2B.7)$$

の値によってどちらの式を使うかを判断する. その基準が  $C_{\Delta\tau}$  である. 以下で, この値を決めるための議論を行う.

- $C_{\Delta\tau}$  を大きくした場合

まず,  $C_{\Delta\tau} = 10^6$  の場合を考える. これは放射フラックスの差分式において全層に渡って (2B.5) を用いることに対応する. 図には示さないが,  $\log_{10} \sigma = -2.0$  より下の層では地表に近付くほど放射フラックスが増加する. 差分式で誤差が生じているためだと考えられる.

- $C_{\Delta\tau}$  を小さくした場合

$C_{\Delta\tau} = 0$  の場合を考える. これは差分式において全層に渡って (2B.6) を用いることに対応する.  $C_{\Delta\tau} = 0$  の場合だと地表面温度を  $250K$  で計算してみるとフラックス計算に誤差が生じる. これは温度が低ければ  $\tau_{k-\frac{1}{2}}, \tau_{k+\frac{1}{2}}$  が両方非常に小さい値になり,

$$\frac{de^{-\tau}}{d\tau} \rightarrow \frac{e^{-(\tau_{j-\frac{1}{2}} - \tau_{k+\frac{1}{2}})} - e^{-(\tau_{j+\frac{1}{2}} - \tau_{k+\frac{1}{2}})}}{\tau_{j-\frac{1}{2}} - \tau_{j+\frac{1}{2}}}$$

がゼロと評価されてしまうからだと考えられる.

本論文では, 正しく計算できる値として,  $C_{\Delta\tau} = 0.1$  を用いる.

## 付録 2C: 圏界面高度の決め方

圏界面の決定には, 湿潤断熱勾配のみによる温度分布から求めた正味の上向き放射フラックスの鉛直分布を用いる. まず, 放射フラックスの増加量が  $C = 0.0001$  より小さくなり始める高度を仮の圏界面であるとする.

次に微調整を行う. もし, 仮に決めた圏界面での温度が放射平衡温度より低ければ, 更に高度を下げる. つまり,

$$\left( \frac{F_{\text{net}}}{2\sigma} (\tau + 1) \right)^{\frac{1}{4}} - T > 0 \quad (2C.1)$$

であれば高度を下げ, 条件に合わなくなればそこが圏界面であるとする. ここで  $F_{\text{net}}, \tau, T$  はそれぞれ圏界面での値である.

## 謝辞

本研究を行うにあたり,多くの方にご指導と協力を頂いた. 林祥介教授には研究テーマと方針を頂いた. 岩山隆寛准教授には研究方針についての助言を頂いた. 井谷優花氏には放射の基礎について教えて頂いた. 河合佑太氏にはプログラムの作成について多くの助言を頂いた. 地球及び惑星大気科学研究室の皆様には助言や激励を頂いた. ここに深く感謝の意を表する.



## 参考文献

- 石渡 正樹, 中島 健介, 竹広 真一, 林 祥介, 1998: 3次元灰色大気構造の太陽定数依存性と暴走温室状態, 日本流体力学会ながれマルチメディア.
- 会田 勝, 1954: 気象学のプロムナード 8 大気と放射過程 -大気の熱源と放射収支を探る-, 東京堂出版, 280pp.
- 松野 太郎, 島崎 達夫, 1981: 大気科学講座 3 成層圏と中間圏の大気, 東京大学出版会, 279pp.
- 浅野 正二, 2011: 大気放射学の基礎, 朝倉書店, 267pp.
- Nakajima, S., Hyashi, Y.-Y., Abe, Y., 1992: A Study on the “Runaway Greenhouse effect” with a One-Dimensional Radiative-Convective Equilibrium Model, *J. Atmos. Sci.*, **49**, 2256-2266.
- Ishiwatari, M., Takehiro, S., Nakajima, K., Hayashi, Y., 2002: A Numerical Study on Appearance of the Runaway Greenhouse State of a Tree-Dimensional Gray Atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, **59**, 3223-3238.
- 井谷 優花, 2010: 大気の射出限界と鉛直温度分布の関係についての考察, 神戸大学卒業論文.