

鉛直一次元モデルを用いた赤道準二年周期振動  
の再現実験

辻野 智紀

神戸大学 理学部 地球惑星科学科

2010年02月26日



## 要旨

本研究は、熱帯下部成層圏で観測される赤道準二年周期振動 (QBO) の鉛直一次元モデルのひとつである、Holton and Lindzen (1972) において提唱されたモデルを用いて、彼らとそのモデルで行った数値計算による赤道準二年周期振動の結果についての再現実験を行うことである。彼らのモデルには、波と平均風の相互作用という観点から、赤道準二年周期振動に直接的に影響を与える赤道波の運動量フラックスの収束という効果が組み込まれている。本研究で、彼らのモデルによる再計算を行う意義はこの波と平均風の相互作用を理解することにある。

# 目次

第1章 序論	2
第2章 赤道準二年周期振動とは	4
2.1 現象の説明	4
2.2 赤道準二年周期振動の発生メカニズム	5
第3章 支配方程式・計算手法	9
3.1 支配方程式の導出	9
3.2 計算手法・パラメータ	14
第4章 結果	18
第5章 考察	23
第6章 結論	24
付録	25
付録1: Holton and Lindzen (1972) の全訳	25
付録2: パラメータを変更した計算結果・考察	34
謝辞	39
参考文献	39

# 第1章 序論

成層圏は、高度とともに温度が減少する対流圏とは異なり、高度とともに温度が増加する領域である（図 1.1 参照）。したがって、断熱変化による空気の上下運動に対して安定な領域でもある。つまり、成層圏では対流のような我々の目を惹く現象は発生しない。

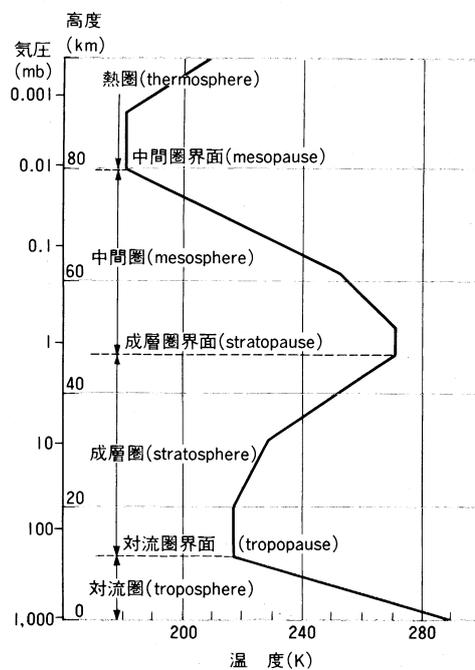


図 1.1: 米国標準大気の高高度分布（松野太郎, 島崎達夫 (1981) より転載）。

しかし、成層圏は決して大気の運動が発生しない領域ではなく、さまざまな大気現象が発生する。たとえば、上部成層圏では平均東西風が夏と冬で入れ替わる半年周期振動や成層圏の気温が突然上昇する成層圏突然昇温などといった大気現象が発生している。また、成層圏でこのような大気現象を駆動するエネルギー源はオゾンの化学反応によるものの他に、対流圏からの波動による運動量の伝播もエネルギー源として考えられている。

私は、このような成層圏で発生する大気現象の中で、赤道域の下部成層圏で発生

する赤道準二年周期振動に着目した。この現象は後述するように、平均東西風がある一定の周期で経年変化する現象であり、赤道域対流圏から波動が運ぶ運動量によって駆動されると考えられている。そこで、本論文では、このような波動の運動量によって平均東西風が駆動される「波と平均風の相互作用」という効果を組み込んだ、Holton and Lindzen (1972) の鉛直一次元モデルを用いて、彼らが行った赤道準二年周期振動の数値計算結果を再現することを試みた。

## 第2章 赤道準二年周期振動とは

### 2.1 現象の説明

赤道準二年周期振動は、赤道域下部成層圏における平均東西風が「ほぼ2年」の周期で変化する現象である。この奇妙な現象は、1961年、アメリカの Reed とイギリスの Veryard, Ebdon らが独立に発見した。以下に実際の観測結果を示す。

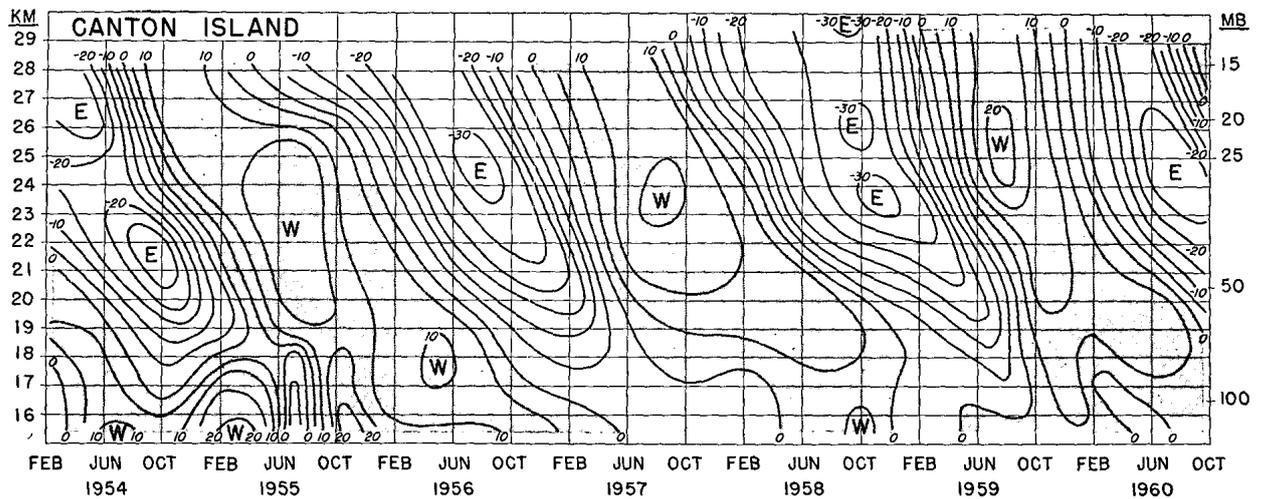


図 2.1: カントン島 ( $2^{\circ}46'S$ ,  $171^{\circ}43'W$ ) における月平均東西風の時間-高度変化 (Reed and Rogers, 1962)。「W」は西風を、「E」は東風をそれぞれ表す。

図 2.1 は、カントン島で観測された、下部成層圏 (高度 15 - 28 km) での東西平均風の経年変化である。この図から直ちにわかることは以下の2つであろう。つまり、

1. 同一高度において、東西風のピークが「ほぼ2年」の周期で変化している。
2. 東西風のピークは時間とともに、上層から下層へ降下しているように見える。

ということである。また、変化の周期や振幅が安定して現れていることもわかるであろう。

## 2.2 赤道準二年周期振動の発生メカニズム

前節で、過去に得られた赤道準二年周期振動の観測結果とその特徴を示した。以下の節では、この現象がどのようなメカニズムで発生すると考えられているのかを示す。本節では、赤道準二年周期振動の発生メカニズムとして重要な役割を果たすと考えられている波と平均流の相互作用について示すことにする。

図 2.2 は赤道波が成層圏の平均風に与える影響を表した概念図である。ここに、大きさが等しく、互いに向きの異なる水平位相速度をもった 2 つの赤道波を考える（図では位相速度は  $c$  としてある）。赤道波とは、熱帯域で発生する大気の擾乱のことであり、おもに太陽による加熱や地形の起伏によって発生する。また、平均風には、大気の微小な擾乱によって散逸する渦粘性の効果が働くことを仮定する。

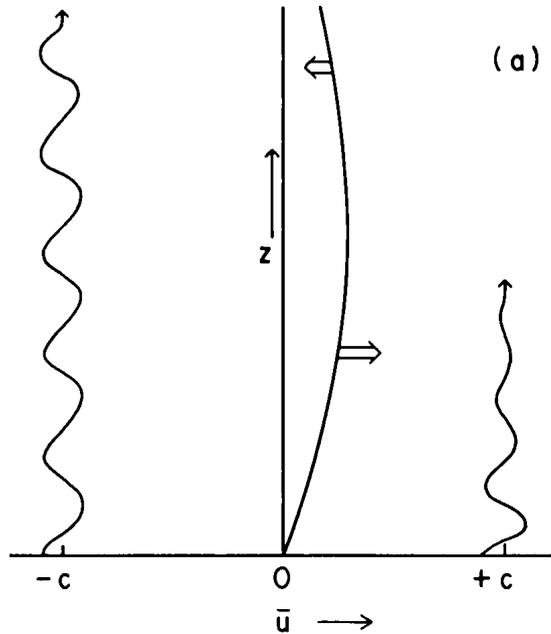


図 2.2: 赤道波による平均風の加速の効果の概念図。縦軸は高度、横軸は平均風の速度を表す（正の向きが西風を表す）。波状の曲線は大きさが同じで向きが異なる 2 つの赤道波の鉛直方向の振幅を表している。（Plumb (1982) より）

まず、赤道波の平均風への相互作用を示す。赤道ケルビン波、混合重力ロスビー波の鉛直方向の群速度はそれぞれ、

$$c_{gK}^{(z)} = \frac{\omega^2}{Nk}, \quad (2.1)$$

$$c_{gR}^{(z)} = -\frac{\omega^3}{N} \{2\beta + \omega k\}^{-1} \quad (2.2)$$

である。ここで、 $N$ ,  $k$ ,  $\beta$ ,  $\omega$  はそれぞれ、ブラント・バイサラ振動数、赤道波の水平方向の波数、コリオリパラメータの子午面変化率、赤道波の振動数を表す。上式は水平方向に大気が静止しているときの群速度であり、大気が水平方向に平均速度  $\bar{u}$  で運動している場合、これらの群速度は、

$$c_{gK}^{(z)} = \frac{(\omega - k\bar{u})^2}{Nk}, \quad (2.3)$$

$$c_{gR}^{(z)} = -\frac{(\omega - k\bar{u})^3}{N} \{2\beta + (\omega - k\bar{u})k\}^{-1} \quad (2.4)$$

となる。これらは、赤道波の水平位相速度  $c$  を用いて、 $\omega = ck$  という関係を有するので、

$$c_{gK}^{(z)} = \frac{(c - \bar{u})^2 k}{N}, \quad (2.5)$$

$$c_{gR}^{(z)} = -\frac{(c - \bar{u})^3 k^3}{N} \{2\beta + (\omega - k\bar{u})k\}^{-1} \quad (2.6)$$

となる。これらの式から、赤道ケルビン波および混合重力ロスビー波はどちらも、水平位相速度と平均風の速度の差で群速度が変化するということがわかる。つまり、群速度は赤道波の波束が進む速度であるので、水平位相速度と平均風の差が大きい、すなわち水平位相速度と平均風の向きが異なる高度<sup>\*1</sup>では、赤道波は速く通過し、逆に水平位相速度と平均風の差が小さい、すなわちこれらが同じ向きを向いている高度では、赤道波は遅く通過するという性質がある。赤道波の通過が遅いということはその高度で赤道波がいつまでもとどまっているということの意味する。成層圏では赤道波のような大気の擾乱はニュートン冷却のような物理過程によって波の運動量が放射されてしまうので、このような群速度が小さくなる高度では赤道波の運動量が減少することになる。この減少した波の運動量はその高度において平均風を波の位相速度と同じ向きに加速する。よって、赤道波による平均風への影響は、平均風と水平位相速度の向きが同じ高度において、平均風は位相速度と同じ向きに加速されることになる。これが波と平均風の相互作用の性質である。これを用いて赤道準二年周期振動の発生メカニズムを示す。

図 2.3 は赤道準二年周期振動のメカニズムを示した概念図である。

- (a) 図のように強い東風が存在するとき、東風位相速度 ( $-c$ ) の波は平均風と同じ向きの位相速度をもつので、下層でただちに減衰し、平均風を加速する。一方、西風位相速度の波は平均風と向きが異なるので、減衰はせずより上層まで伝播し、運動量を輸送する。その後、上層まで到達した波は自身の輸送した運動量を用いて西風を加速する。

<sup>\*1</sup>ここでは、平均風の速度は高度に依存すると仮定している。

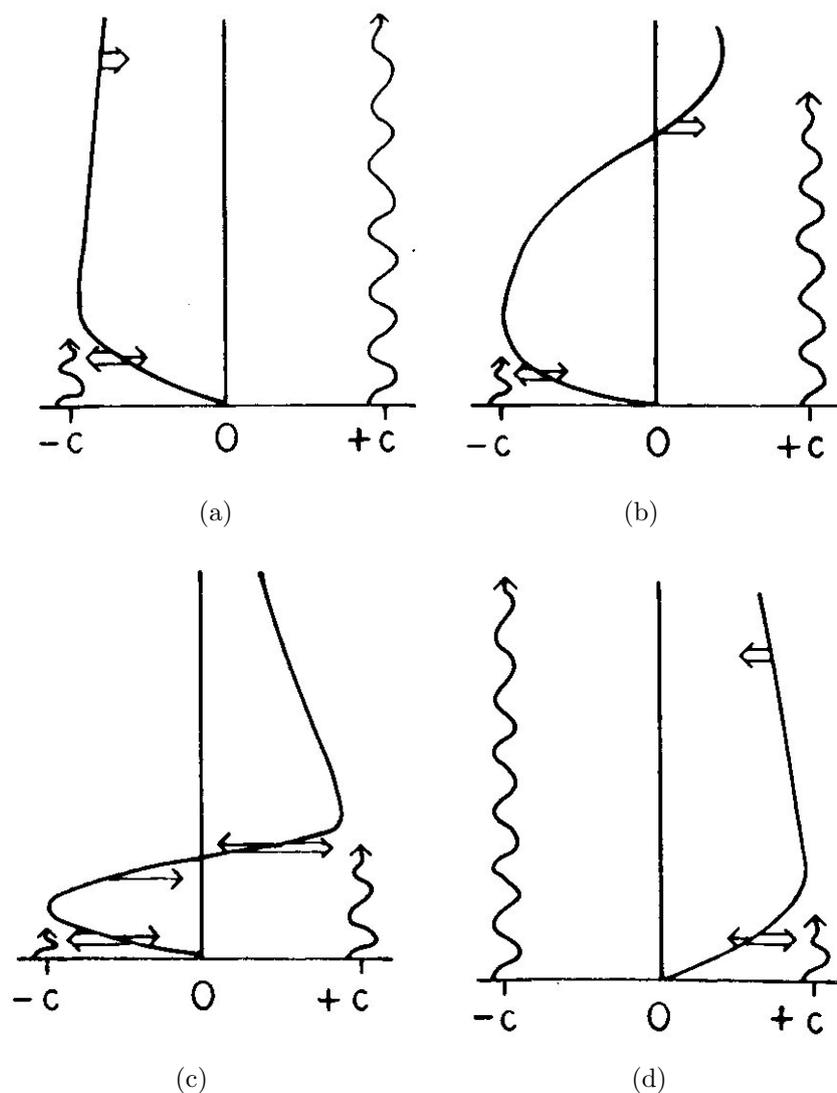


図 2.3: 赤道準二年周期振動のメカニズムの概念図. 縦軸は高度, 横軸は平均風の速度を表す (正の向きが西風を表す). 波状の曲線は大きさが同じで向きが異なる 2 つの赤道波の鉛直方向の振幅を表している. (Andrews, Holton and Leovy (1987) より転載)

- (b) 下層での東風はいまだに存在し、 $-c$ の位相速度をもつ波は下層で減衰している。一方、西風位相速度の波によって加速された上層の西風は徐々に降下をはじめ、それに伴って西風位相速度の波は平均風が西風となる付近で減衰する。
- (c) 上層で加速された西風が中層まで到達し、下層の東風との間に大きなシアーをつくる。この平均風の鉛直変化により、渦粘性の効果が赤道波による平均風の加速の効果より卓越し、下層の東風は徐々に減衰する。
- (d) 下層の東風は渦粘性によって完全に消滅し、中層に存在した西風が下層まで降下する。これにより、図(a)と平均風の分布が反転し、あとはこれまでと同様のプロセスで平均風は変化する。この繰り返しによって赤道準二年周期振動は発生する。

以上が、赤道波による平均風の加速という効果から説明された赤道準二年周期振動の発生メカニズムである。

## 第3章 支配方程式・計算手法

本章では、先に示した赤道準二年周期振動の発生メカニズムを組み込んだ、Holton and Lindzen (1972) のモデルについて説明する。

### 3.1 支配方程式の導出

本節では、Holton and Lindzen (1972) において用いられる支配方程式を導出する。

元となる方程式系は、球座標系におけるプリミティブ方程式系<sup>\*1</sup>である。ここでは、プリミティブ方程式系から鉛直モデルにおける支配方程式を定式化することを目的とする。

プリミティブ方程式系は以下のような形である。

$$\frac{du}{dt} - \left( f + \frac{u \tan \phi}{a} \right) v + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = X, \quad (3.1)$$

$$\frac{dv}{dt} + \left( f + \frac{u \tan \phi}{a} \right) u + \frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} = Y, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{R}{H} \theta e^{-\kappa z/H}, \quad (3.3)$$

$$\frac{1}{a \cos \phi} \left[ \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \phi} \{v \cos \phi\} \right] + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \{ \rho_0 w \} = 0, \quad (3.4)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = Q. \quad (3.5)$$

<sup>\*1</sup>プリミティブ方程式系とは、鉛直方向に静力学平衡を仮定した運動方程式系である。

各記号の意味は以下のとおりである.

- $t$  : 時間
- $(u, v, w)$  : 東西, 南北, 鉛直方向の速度,
- $(\lambda, \phi, z)$  : 経度, 緯度, 地表面高度
- $f$  : コリオリパラメータ
- $a$  : 地球半径
- $(X, Y, Q)$  : 東西, 南北方向の外力, 熱,
- $\Phi$  : ジオポテンシャル,
- $\theta$  : 温位,
- $R$  : 乾燥空気の気体定数,
- $\kappa$  :  $\frac{R}{C_p}$ ,
- $C_p$  : 乾燥空気の定圧比熱,
- $H$  : スケールハイト
- $\rho_0$  : 基本場の密度

である. また, ラグランジュ微分に関しては,

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.6)$$

である.

まず, この方程式系を局所平面座標系に変換することを考える. それには, 球面座標系での変数  $(\lambda, \phi)$  を  $(x, y)$  に変換することになる. ここで, 中心緯度を  $\phi_0$  とすると, それぞれの座標系の関係は

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{a \cos \phi_0} \frac{\partial}{\partial \lambda}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} \quad (3.7)$$

となる. この関係式を (3.6) に代入すると,

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\cos \phi_0}{\cos \phi} u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.8)$$

となる. また, (3.1) ~ (3.5) に代入すると,

$$\frac{du}{dt} - \left( f + \frac{u \tan \phi}{a} \right) v + \frac{\cos \phi_0}{\cos \phi} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = X, \quad (3.9)$$

$$\frac{dv}{dt} + \left( f + \frac{u \tan \phi}{a} \right) u + \frac{\partial \Phi}{\partial y} = Y, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{R}{H} \theta e^{-\kappa z/H}, \quad (3.11)$$

$$\frac{\cos \phi_0}{\cos \phi} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v}{a} \tan \phi + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \{ \rho_0 w \} = 0, \quad (3.12)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = Q \quad (3.13)$$

となる。ここで、三角関数は  $\phi_0$  を中心にテイラー展開すると、

$$\cos \phi = \cos \phi_0 - \phi \sin \phi_0 + \dots = \cos \phi_0 - \left(\frac{y}{a}\right) \sin \phi_0 + \dots, \quad (3.14)$$

となる。よって、運動の水平方向の長さスケールが  $a \cot \phi$  よりはるかに小さければ、

$$\frac{\cos \phi_0}{\cos \phi} = 1 + \left(\frac{y}{a \cot \phi}\right) + \dots \approx 1, \quad (3.15)$$

という近似が成り立つ。よって、方程式系は

$$\frac{du}{dt} - fv + \frac{\partial \Phi}{\partial x} = X, \quad (3.16)$$

$$\frac{dv}{dt} + fu + \frac{\partial \Phi}{\partial y} = Y, \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{R}{H} \theta e^{-\kappa z/H}, \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \{\rho_0 w\} = 0, \quad (3.19)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = Q \quad (3.20)$$

となる。また、

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.21)$$

である。

次に、これらの方程式における物理変数について、次のような東西方向の平均を考える。

$$\bar{u} \equiv \frac{1}{a_0} \int_0^{a_0} u(x, y, z, t) dx.$$

ここで、 $a_0 = 2\pi a \cos \phi_0$  である。このとき、各物理変数は

$$u \equiv \bar{u} + u'$$

という東西平均 ( $\bar{u}$ ) とその平均からのずれ ( $u'$ ) で表すと定義する。この定義から、

$$\bar{u}' = 0$$

であることは明らかである。この定義に従い、方程式系の各物理変数を東西平均と

そのずれで表すと,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\bar{u} + u') + (\bar{u} + u') \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u} + u') + (\bar{v} + v') \frac{\partial}{\partial y}(\bar{u} + u') \\ & + (\bar{w} + w') \frac{\partial}{\partial z}(\bar{u} + u') - f(\bar{v} + v') + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\Phi} + \Phi') = \bar{X} + X', \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\bar{v} + v') + (\bar{u} + u') \frac{\partial}{\partial x}(\bar{v} + v') + (\bar{v} + v') \frac{\partial}{\partial y}(\bar{v} + v') \\ & + (\bar{w} + w') \frac{\partial}{\partial z}(\bar{v} + v') + f(\bar{u} + u') + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\Phi} + \Phi') = \bar{Y} + Y', \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\bar{\Phi} + \Phi') = \frac{R}{H} \theta e^{-\kappa z/H}, \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{u} + u') + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{v} + v') + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \{ \rho_0 (\bar{w} + w') \} = 0, \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\theta} + \theta') + (\bar{u} + u') \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\theta} + \theta') + (\bar{v} + v') \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\theta} + \theta') \\ & + (\bar{w} + w') \frac{\partial}{\partial z}(\bar{\theta} + \theta') = \bar{Q} + Q' \end{aligned} \quad (3.26)$$

となる. この方程式系の各項に対して東西平均を行うと,

$$\overline{u' \frac{\partial u'}{\partial x}} = 0, \quad \overline{\frac{\partial u'}{\partial x}} = 0, \quad \overline{\frac{\partial(u'v')}{\partial x}} = 0 \quad (3.27)$$

であるから,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \overline{v' \frac{\partial u'}{\partial y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{w' \frac{\partial u'}{\partial z}} - f\bar{v} = \bar{X}, \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \overline{u' \frac{\partial v'}{\partial x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \overline{v' \frac{\partial v'}{\partial y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \overline{w' \frac{\partial v'}{\partial z}} + f\bar{u} + \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y} = \bar{Y}, \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} = \frac{R}{H} \theta e^{-\kappa z/H}, \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \{ \rho_0 \bar{w} \} = 0, \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \overline{u' \frac{\partial \theta'}{\partial x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + \overline{v' \frac{\partial \theta'}{\partial y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \overline{w' \frac{\partial \theta'}{\partial z}} = \bar{Q} \quad (3.32)$$

である. ここで, (3.31) 式および (3.25) 式から,

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \{ \rho_0 w' \} = 0 \quad (3.33)$$

であることがわかる. (3.28) 式を

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'} - \overline{u' \frac{\partial v'}{\partial y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho_0 u'w'} - \frac{1}{\rho_0} \overline{u' \frac{\partial(\rho_0 w')}{\partial z}} - f\bar{v} = \bar{X}$$

と書き換えると, (3.33) 式から

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho_0 u'w'} - f\bar{v} = \bar{X} \quad (3.34)$$

が得られる.

さらに, ここで残差循環  $\bar{w}^*$  という量を次のように定義する.

$$\bar{w}^* \equiv \bar{w} + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z). \quad (3.35)$$

ここで, 下付き添字  $z$  は  $z$  で微分する演算を表す. この残差循環に関して, 連続の式 (3.31) が

$$\frac{\partial \bar{v}^*}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \{\rho_0 \bar{w}^*\} = 0 \quad (3.36)$$

を満たすように,  $\bar{v}^*$  という残差循環をさらに以下のように定義する.

$$\bar{v}^* \equiv \bar{v} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z). \quad (3.37)$$

これらの残差循環を用いると, (3.34) は,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{v}^* \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \right] + \bar{w}^* \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho_0 u'w'} \\ & + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z) \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \right] - \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z) = \bar{X} \end{aligned} \quad (3.38)$$

となる. これは微分の性質を用いて,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{v}^* \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \right] + \bar{w}^* \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho_0 u'w'} \\ & + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left[ (\rho_0 \overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z) \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \right) \right] - (\overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y \partial z} \\ & - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} (\overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z) \right] + (\overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z \partial z} = \bar{X} \end{aligned} \quad (3.39)$$

と書き換えることができる. これを整理すると,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{v}^* \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \right] + \bar{w}^* \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \\ & = \frac{1}{\rho_0} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left\{ -(\rho_0 \overline{u'v'}) + \rho_0 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} (\overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\rho_0 \overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z) \left( f - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) - \overline{\rho_0 u'w'} \right\} \right] + \bar{X} \end{aligned} \quad (3.40)$$

が得られる. ここで, 次のようなベクトル量を定義する.

$$\begin{aligned} \mathbf{F} & \equiv (0, F^{(y)}, F^{(z)}), \\ F^{(y)} & \equiv \rho_0 \left\{ -\overline{u'v'} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} (\overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z) \right\}, \\ F^{(z)} & \equiv \rho_0 \left\{ (\overline{v'\theta'}/\bar{\theta}_z) \left( f - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) - \overline{u'w'} \right\} \end{aligned} \quad (3.41)$$

このベクトルを用いると, (3.40) は

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{v}^* \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \right] + \bar{w}^* \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot \mathbf{F} + \bar{X} \quad (3.42)$$

となる. Andrews, Holton and Leovy (1987) によると, 熱帯成層圏において, 残差循環  $v^*$ ,  $w^*$  は無視することができるので, 上式は

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot \mathbf{F} + \bar{X} \quad (3.43)$$

となる. さらに, 赤道準二年周期振動の子午面スケールを  $L$  とし, 平均風を加速する赤道波を, 赤道ケルビン波と混合重力ロスビー波の 2 つと仮定する. これらの波は熱帯域で捕捉される. ここで,

$$\langle ( ) \rangle \equiv \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{\infty} ( ) dy$$

という子午面方向の平均を定義し, (3.43) の各項の子午面平均を計算すると,

$$F^{(y)} = 0, \quad y \rightarrow \pm\infty$$

であるから, ただちに,

$$\frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial F^{(z)}}{\partial z} + \langle \bar{X} \rangle \quad (3.44)$$

を得る. また, 平均風に影響を与える外力  $\bar{X}$  として, 渦粘性の効果を考えて, 渦粘性係数を  $K$  として

$$\langle \bar{X} \rangle = K \frac{\partial^2 \langle \bar{u} \rangle}{\partial z^2}$$

となるので, (3.44) 式は

$$\frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial F^{(z)}}{\partial z} + K \frac{\partial^2 \langle \bar{u} \rangle}{\partial z^2} \quad (3.45)$$

となる. これが, Holton and Lindzen (1972) で提唱される鉛直一次元モデルの支配方程式である\*2.

### 3.2 計算手法・パラメータ

Holton and Lindzen (1972) で使用される支配方程式は, 東西方向の変形オイラー方程式系 (TEM) であり, その式は以下で表記される.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \bar{F}_{MW} + K \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + G. \quad (3.46)$$

\*2後述するように, 彼らが実際に用いた支配方程式はこれに半年周期振動の強制を加えたものである. また, 赤道波の運動量フラックスの項に負号がついていないのは, 運動量フラックスベクトルの定義の仕方が論文と異なるためである.

ここで、各記号は以下のとおりである.

- $\bar{u}$  : 帯状平均流 (東向きを正),
- $\rho_0(z)$  : 平均密度,
- $\bar{F}_{MW}$  : 総観スケールの赤道波による経度方向の平均運動量の平均的な鉛直フラックス,
- $K$  : 渦拡散係数,
- $G$  : 半年周期の強制,
- $t$  : 時間,
- $z$  : 高度.

ここで、 $G$  の存在は、Reed (1966) で提唱される、熱帯における 28km より上部の帯状風での、半年周期の振動の存在を考慮したものであり、具体的な形は

$$\begin{aligned} G &= 0, & (z \leq 28\text{km}) \\ G &= \omega_{sa} u_{sa}, & (z > 28\text{km}) \end{aligned} \tag{3.47}$$

$$u_{sa} = 2(z - 28\text{km})\text{msec}^{-1}\text{km}^{-1} \sin(\omega_{sa} t)$$

$$\omega_{sa} = (2\pi/180)\text{day}^{-1} \approx 4 \times 10^{-7}\text{sec}^{-1}$$

と与えられる. Holton and Lindzen (1972) では、この効果は赤道準二年周期振動を形成する上で本質的ではないと述べており、本論文ではこの効果を見捨てた場合の計算も行う. また、渦粘性係数は

$$K = 3 \times 10^3 \text{cm}^2 \text{sec}^{-1} \tag{3.48}$$

と与えられる. さらに、赤道波の運動量フラックスの具体的な表式は Lindzen (1971) によって与えられている. ただし、この式は運動量フラックスを散逸させる効果として、ニュートン冷却とレイリー摩擦が仮定されている. Holton and Lindzen (1972) では、平均流を加速する赤道波として、水平位相速度が西向きの混合ロスビー重力波と東向きの赤道ケルビン波のみが存在するとし、赤道波の運動量フラックスを減衰させる物理過程として、ニュートン冷却のみを仮定するため、先の Lindzen (1971) の表式をニュートン冷却のみ考慮した式、

$$\bar{F}_{MW} = \sum_i A_i \exp \left\{ -2 \int_{17\text{km}}^z g_i(z) dz \right\} \tag{3.49}$$

に改めた. ここで、 $g_i$  に対しては

$$g_0 \approx \frac{1}{2} \frac{\sqrt{gS}}{(c - \bar{u})^2} \frac{\alpha}{k}, \tag{3.50}$$

$$g_1 \approx \frac{1}{2} \frac{\sqrt{gS}}{(c - \bar{u})^2} \frac{\alpha}{k} \left[ \frac{2\beta}{k^2(\bar{u} - c)} - 1 \right] \tag{3.51}$$

という近似式を与える<sup>\*3</sup>. これは, ニュートン冷却係数を各赤道波の鉛直群速度で除したものに等しい. ここで,

$$S = \frac{1}{T_0} \left( \frac{dT_0}{dz} + \frac{g}{C_p} \right),$$

- $S$  : 大気の静的安定度
- $g$  : 加速度
- $T_0$  : 平均温度
- $c$  : 波の位相速度
- $\beta$  :  $2\Omega/a$
- $\Omega$  : 地球の自転角速度
- $a$  : 地球の半径
- $k$  : 経度方向の波の波数
- $\alpha$  : 散逸率

であり,  $i = 0, 1$  はそれぞれ赤道ケルビン波, 混合ロスビー重力波を表す. さらに, Holton and Lindzen (1972) では, 波の位相速度と平均流の速度が一致するクリティカルレベルが存在しないと仮定している. 大気の静的安定度は

$$S = 4.75 \times 10^{-5} \text{m}^{-1} \tag{3.52}$$

を採用する. この値は, 等温大気を仮定すると, 成層圏での温度がおよそ 200K に相当する. また, この値はスケールハイトが

$$H = 6\text{km} \tag{3.53}$$

の場合に対応する. ニュートン冷却係数である  $\alpha$  の具体的な形は

$$\alpha = \frac{1}{21} \text{day}^{-1} + \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{21} \right) \text{day}^{-1} \frac{(z - 17\text{km})}{13\text{km}}, \quad 17\text{km} \leq z \leq 30\text{km} \tag{3.54}$$

$$\alpha = \frac{1}{7} \text{day}^{-1}, \quad z \geq 30\text{km}$$

としてある. さらに, 波の位相速度, 波数に関して, 赤道ケルビン波は Wallence and Kousky (1968b) から

$$c = 30\text{m sec}^{-1}, \tag{3.55}$$

$$k = (2\pi/40,000)\text{km}^{-1}$$

<sup>\*3</sup>Holton and Lindzen (1972) では, 混合ロスビー重力波の運動量フラックス計算に異なる式を用いていたが, 表式では現象を再現できなかった. また, その表式は Lindzen (1971) で与えられている表式と少し異なっていた. これは先に述べた改良ではなく, 単に Holton and Lindzen (1972) の表式が誤植であると思われる.

を, 混合ロスビー重力波は,

$$\begin{aligned} c &= -30\text{m sec}^{-1}, \\ k &= (2\pi/10,000)\text{km}^{-1} \end{aligned} \tag{3.56}$$

をとる<sup>\*4</sup>.

各赤道波の領域下端での運動量フラックスはそれぞれ,

$$\begin{aligned} A_0 &= 4 \times 10^{-3}\text{m}^2\text{sec}^{-2} \times \rho_0(17\text{km}) \\ A_1 &= -4 \times 10^{-3}\text{m}^2\text{sec}^{-2} \times \rho_0(17\text{km}) \end{aligned} \tag{3.57}$$

という値を選ぶ.

最後に領域の境界条件は

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= 0 & z &= 17\text{km}, \\ \bar{u} &= u_{sa} & z &= 35\text{km} \end{aligned} \right\} \tag{3.58}$$

をとる. 下端に関しては運動量フラックスの吸収がゼロ, 上端に関しては, Reed (1966) の半年周期の強制を再現する.

これらの値を用いて計算する. 計算する方程式 (3.46) は時間発展方程式である. Holton and Lindzen (1972) では, Matsuno (1966) のスキーム (松野スキーム) を用いたと述べられているが, このスキームでは, 現象を再現できなかった. そこで, ここでは簡単なオイラスキームを用いて時間積分を実行する. オイラスキームを用いた理由は, Holton and Lindzen (1972) で与えられている値が, 慣性項と拡散項での CFL 条件を満たしていたからである. 空間の離散幅, および時間幅は

$$\begin{aligned} \Delta z &= 250\text{m}, \\ \Delta t &= 24\text{hr} \end{aligned}$$

で与えられる. 時間積分は 2160 ステップにわたって行った (これは現実時間で 6 年間に相当する).

また, 赤道波の運動量フラックスの計算で行われなければならない高度に関する積分:

$$\int_{17\text{km}}^z g_i(z) dz$$

は台形公式を用いて計算を行った. 積分の刻み幅  $dz$  は, 250 m とした. 以上に述べた計算手法を用いて実際に方程式を計算する.

<sup>\*4</sup>混合ロスビー重力波に関して, この波数は Maruyama (1967) によって見つけられたものに対応する. しかし, 位相速度は Maruyama の報告した値  $-23\text{m sec}^{-1}$  より少し大きい. これは数値計算を行う際, クリティカルレベルが発生しないようにするための措置である.

## 第 4 章 結果

本章では、実際に行った数値計算の結果について示す。

図 4.1 は実際に先のモデルにしたがって、数値計算した結果である。また、図 4.2(a) から 4.4(b) は鉛直方向の平均東西風の時間発展とその時刻における赤道波の運動量フラックスの鉛直分布を 60 日ごと（約 2 ヶ月ごと）に 1 年 2 ヶ月間示したものである。運動量フラックスについては、(3.57) より、

$$\frac{F_i}{|A_0/\rho(17\text{km})|}$$

で規格化した値を描画した。

また、鉛直次元モデルを用いて、各パラメータを変更した計算も行っている。これに関しては、付録 2 参照。

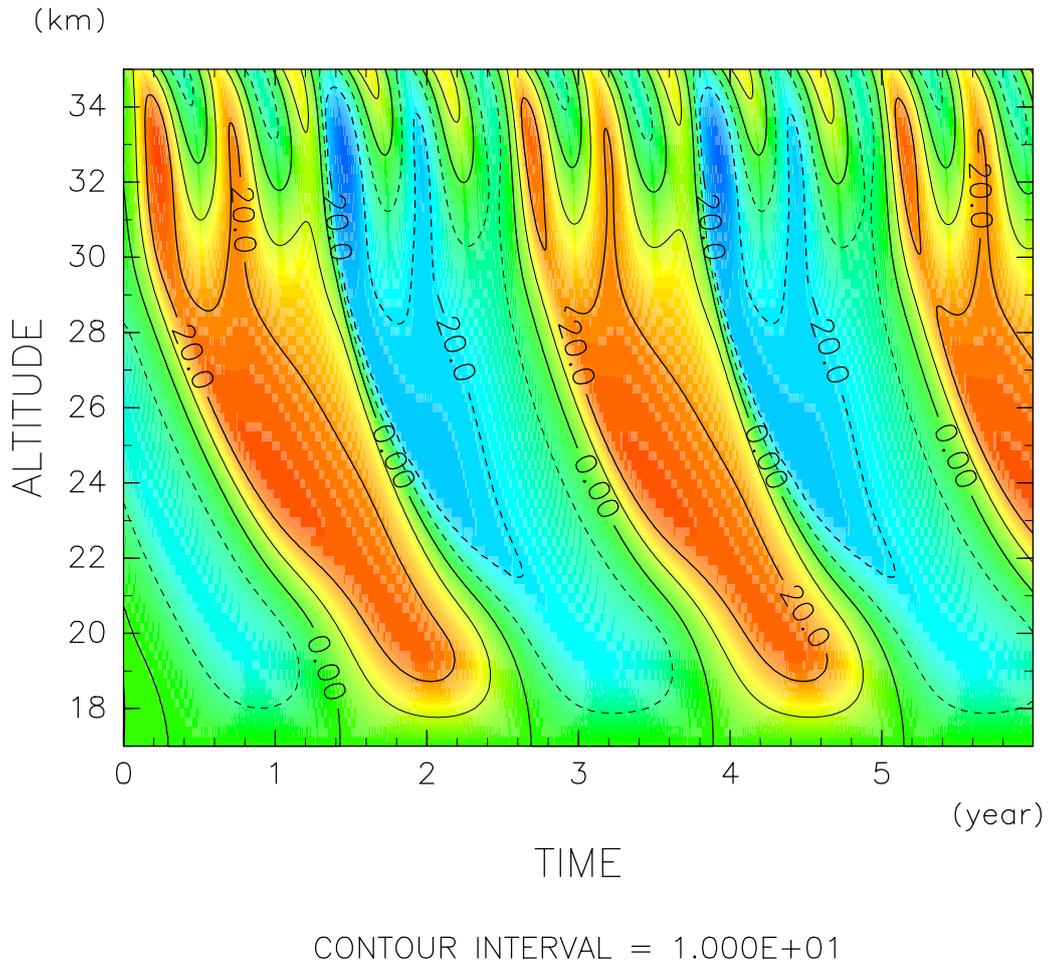
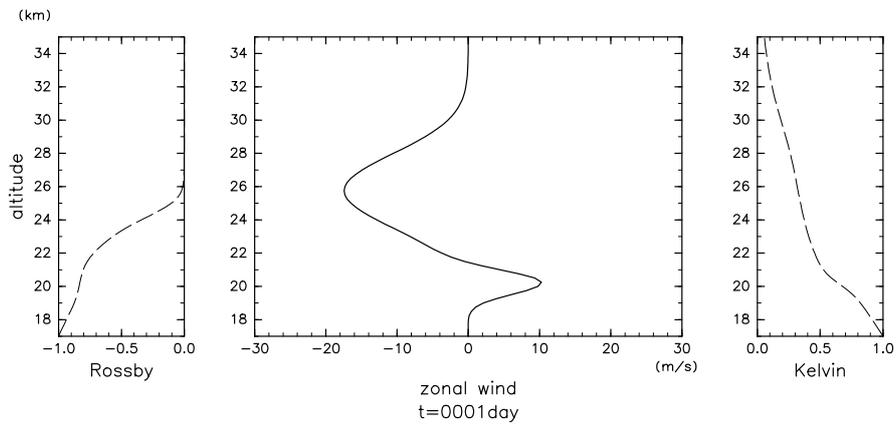
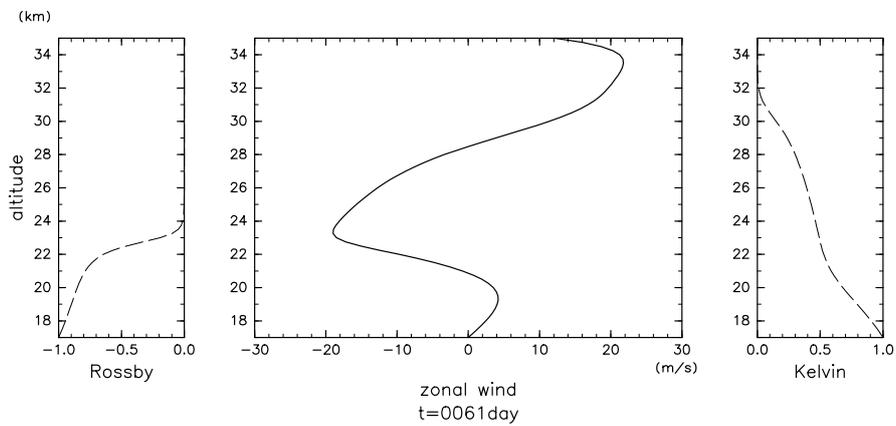


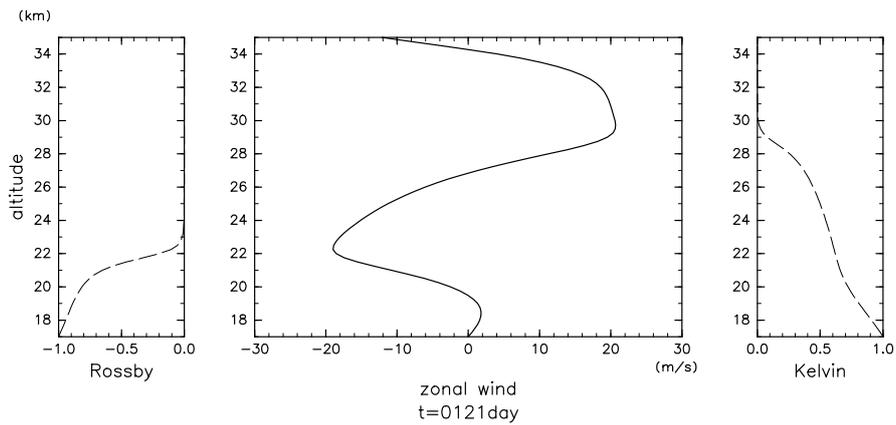
図 4.1: Holton and Lindzen (1972) で提唱されたモデルにしたがって行った QBO の再現実験結果. 暖色が西風, 寒色が東風を表し, 等高線は 10 m/s ごとに引いてある.



(a)  $t = 1$  日 (初期状態)

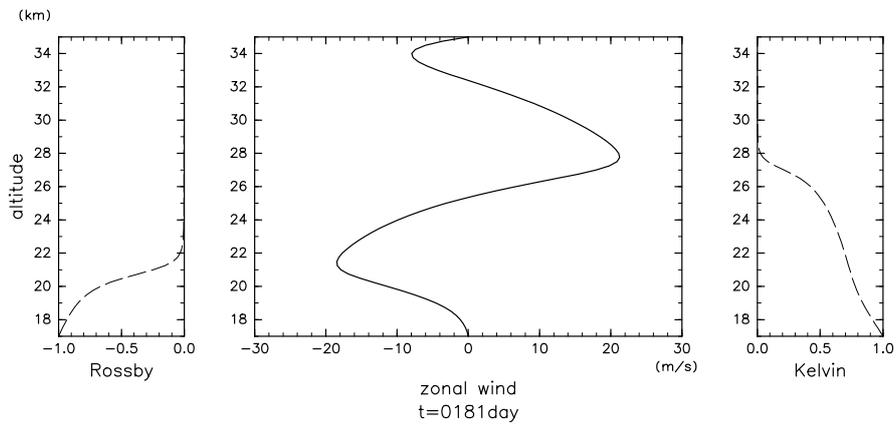


(b)  $t = 61$  日

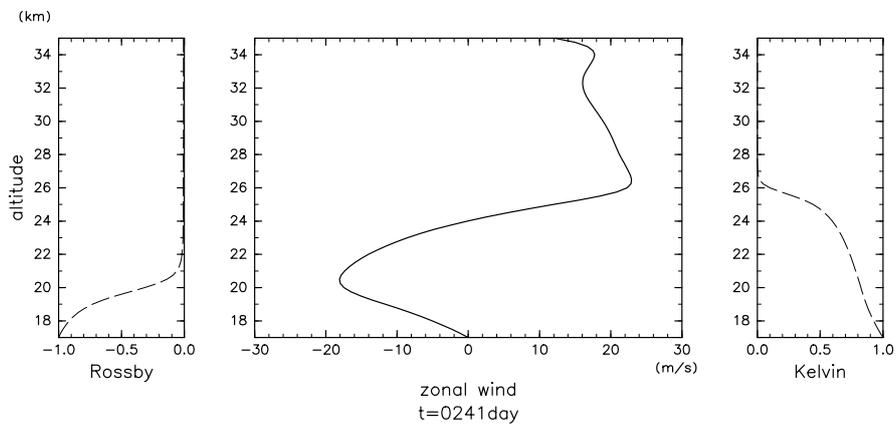


(c)  $t = 121$  日

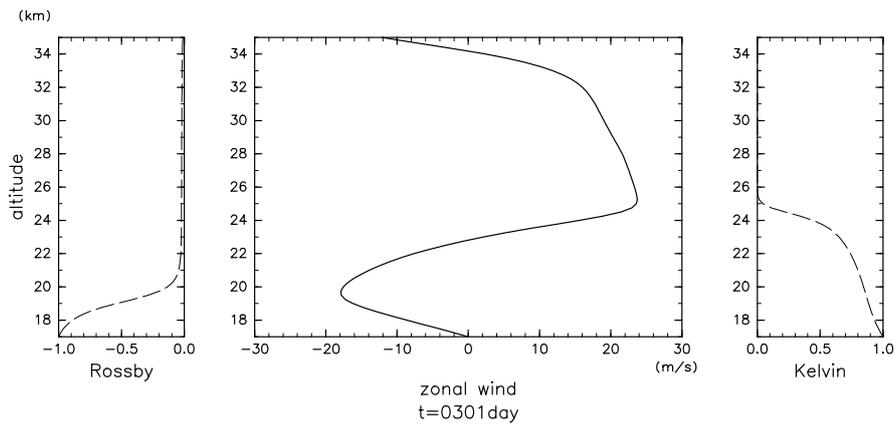
図 4.2: 図 4.1 の結果を 1 次元表記したときの時間発展を表す ( $t = 1 \sim 121$  日). 中央の太実線は東西平均風, 左右の細破線はケルビン波 (右) とロスビー波 (左) の運動量フラックスの鉛直分布を示す.



(a)  $t = 181$  日

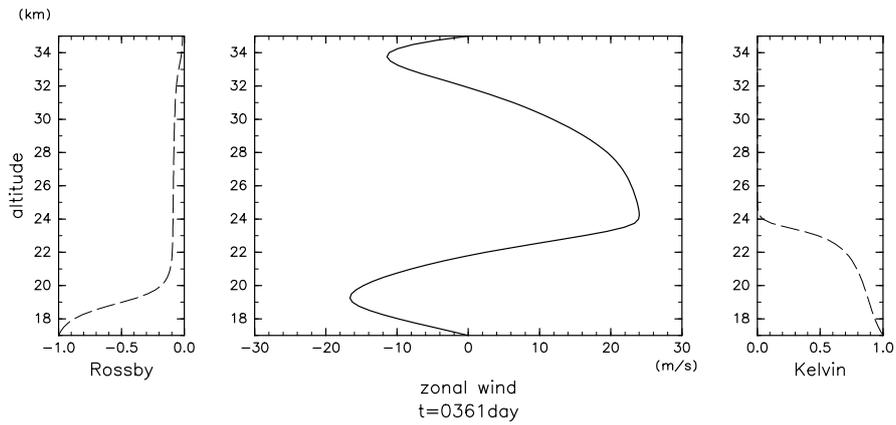


(b)  $t = 241$  日

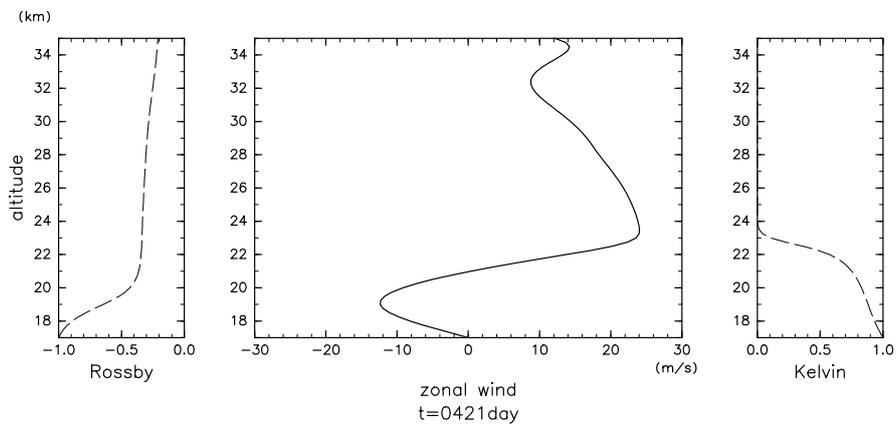


(c)  $t = 301$  日

図 4.3: 図 4.1 の結果を 1 次元表記したときの時間発展を表す ( $t = 181 \sim 301$  日). 中央の太実線は東西平均風, 左右の細破線はケルビン波 (右) とロスビー波 (左) の運動量フラックスの鉛直分布を示す.



(a)  $t = 361$  日



(b)  $t = 421$  日

図 4.4: 図 4.1 の結果を 1 次元表記したときの時間発展を表す ( $t = 361 \sim 421$  日). 中央の太実線は東西平均風, 左右の細破線はケルビン波 (右) とロスビー波 (左) の運動量フラックスの鉛直分布を示す.

## 第5章 考察

4章において, Holton and Lindzen (1972) における赤道準二年周期振動の鉛直一次元モデルの再現計算を行った. 本章では, それぞれの計算結果を考察していく. 図 4.1 から明らかなことは, 以下のとおりである.

1. 同一高度でみると, 平均東西風が「ほぼ」2年周期で経年変化している.
2. 上層の平均東西風が時間とともに下層へ降下しているように見える.
3. (3.47) で与えた半年周期の平均東西風の振動が高度 28 km 以上で見られる.

図 4.1 で示される結果は, 高度 17 ~ 28 km をみると, 2.1 節において示した Reed and Rogers (1962) の観測結果の考察で明らかな平均東西風の振る舞いと同じものとなり, Holton and Lindzen (1972) において提唱されているモデルが赤道準二年周期振動をよく再現していることがわかる.

次に, 図 4.2(a) から図 4.4(b) までの, 高度方向の東西風の時間変化と赤道波の運動量フラックスの高度分布図から, 以下のようなことがわかる.

1. 平均東西風が時間とともに増加する高度付近において, 東西風と同じ向きの位相速度を有している赤道波の運動量フラックスが減少する.
2. ある高度で平均東西風と逆向きの水平位相速度を有する赤道波の運動量フラックスは, その高度では運動量を東西風に吸収されず, さらに上方まで伝播する.
3. 領域下端では, 渦粘性による東西風の減少とともに下部で吸収されていた赤道波の運動量フラックスが徐々に上方へ伝播するようになる.

## 第6章 結論

4章において, Holton and Lindzen (1972) における鉛直一次元モデルを用いた赤道準二年周期振動の再現を行った. その結果, Holton and Lindzen (1972) で示されるような結果 (図 4.1 参照) が示された. また, 図 4.2(a) から図 4.4(b) によって, 各赤道波が上方に輸送する運動量フラックスが平均風を加速するということが示された. しかし, Holton and Lindzen (1972) では, 時間積分に Matsuno (1966) で示されるスキームを用いたとしてあるが, このスキームでは赤道準二年周期振動を再現できなかった. 以上の理由で, Holton and Lindzen (1972) で行われている計算を完全には再現できなかったが, それらを除いても, 赤道準二年周期振動の挙動を示す計算結果が得られたと思っている. 今後は実際の観測データを初期条件として使用し, 実際の観測結果を再現できるかを試みたいと考えている.

# 付録

## 付録 1 : Holton and Lindzen (1972) の全訳

熱帯成層圏の準二年周期振動についての最新理論

JAMES R. HOLTON  
RICHARD S. LINDZEN

### 要旨

準二年周期振動についての著者の初期の理論を、最近の観測された解析結果と理論的な進展によって再評価した。初期の理論とは、成層圏での振動が、鉛直方向に伝播する、上部対流圏で励起された短い周期（5 - 15 日）の波によって駆動されるというものであり、この理論の主要な内容は、よく確立されている。しかし、波がクリティカルレベルでの吸収を通して、平均流と相互作用するという仮定は、完全にはないとしても、大部分は正しくない。この代わりに、短い周期の波動が放射冷却によって大きく弱められるようである。このメカニズムは、早期の理論におけるクリティカルレベルを用いたメカニズムと同じくらい簡単に、またそれより少ない仮定で平均流の振動を導くということを示す。

### 導入

赤道準二年周期振動の初期の理論（Lindzen and Holton, 1968）において、上方へ伝播する慣性の赤道における惑星スケールの波動が、熱帯成層圏で観測される帯状風において、どのように赤道準二年周期振動を駆動するのかを示した。それは波動に由来する鉛直方向の運動量フラックスが、波動が平均流によって吸収されるクリティカルレベル（波動のドップラーシフトした振動数がゼロとなるレベル）で平均流に蓄えられるという仮定を行った。この理論は、平均流の赤道準二年周期振動において発見された、速度が東向き of 最大値から西向き of 最大値まで変動する波のスペクトルを要求する。本論文の目的は、さらに最近の観測的、理論的発展の観点からこの理論を再検証することである。

## 観測

まず、実際に赤道準二年周期振動が下方から鉛直に波が伝播することによって強制されるということは疑いようがない。Wallence and Kousky (1968a) は波に由来するレイノルズ応力の発散が平均流の加速にきっちり一致していることを示した。波および波自身の正確な性質は、厳密に確立されてはいない。しかし、これまでの証拠 (Kousky and Wallence, 1971 および Maruyama, 1969) は、波が第一に、赤道準二年周期振動の東向き位相が下降しているときの単一の東向きケルビン波と、西向き位相が下降しているときの単一の混合重力ロスビー波に存在するというを示唆している。さらに、少なくともケルビン波は赤道準二年周期振動における最大の東向き流れを超えるおよそ 30m/s の位相速度をもつようである。ゆえに、少なくとも 30km 以下ではケルビン波がクリティカルレベルに遭遇することはないようである。一般的に、上記の事実は平均流を伴う短周期の波の相互作用を支配することはないということを強く示唆している。

## 理論的進展

数値的な研究において、Holton (1970) および Lindzen (1970) は赤道の惑星スケール波が実際にクリティカルレベルの吸収を受けるとことを示した。しかし、Lindzen (1970) やさらに明確な赤道波についての後の研究 (Lindzen, 1971) において、それがクリティカルレベルが存在しているときでさえ、赤道波が第一に、大部分が赤外線による冷却である散逸、すなわち、ドップラーシフトした振動数が、波がクリティカルレベルの下方で減衰するほど小さくなる散逸の存在によって吸収されることを示した。この吸収は明らかに、全運動量フラックスの発散 (これは Jones (1967) および Bretherton (1969) によって示されたように、有用なレイノルズ応力  $\rho_0 uw$  および、コリオリ力の回転による付加的な項の両方に存在する) と結果として生じる平均流の加速を導く。これが赤道準二年周期振動における平均流と波の相互作用の最も重要な源であったであろうということが Lindzen (1971) によって示唆された。しかし、そのような相互作用がどのように平均流の振動を導きうるのかという明確な説明は存在しなかった。次に述べる数値実験において、散逸の正確な分布および、波と (十分に大きな位相速度をもつ東西両方向の波動が存在している限り、) その位相速度の正確な性質に関わらず、実際に平均流における長周期振動を生成することが容易であるということを示した。本論分の残りは現在の知識に基づいた、間違いのないであろう条件に関わる 1 つの研究を述べる。

## 試作的な計算

平均流上における波の吸収の効果についての研究に対する、明らかに正しいアプローチは、短周期の波の吸収が強制項に現れると同時に、長周期振動に対する (運動量、質量およびエネルギーの保存式に気体の状態方程式を加えた) 適切な、閉じ

た運動方程式系を積分することである。これは Lindzen and Holton (1968) の6節で述べられたアプローチであり、全く正しかったにも関わらず、計算的に冗長であった。さらに重大なことに、それはこの段階で我々が本当に興味があったものよりさらに複雑で詳細なものを計算するアプローチである。幸い、先の研究において、平均流の局所的な経度方向の加速度が短周期の波に由来する運動量フラックスの鉛直方向の収束とバランスする間、波と平均流の相互作用についての基本的なメカニズムは、明らかにまた正確に、1次元の試作的な計算によって明かされることがわかった。そのような試作的なモデルは、運動量の鉛直拡散および、強制のほかの源も含めることができる。それは、本論文で検証するようなモデルである。扱う方程式は

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \bar{F}_{MW} + K \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + G \quad (1)$$

である。ここで、

$\bar{u}$	带状平均流 (東向きを正)
$\rho_0(z)$	平均密度
$\bar{F}_{MW}$	総観スケールの赤道波による経度方向の平均運動量の平均的な鉛直フラックス
$K$	渦拡散係数
$G$	半年周期の強制
$t$	時間
$z$	高度

である。 $G$ の存在は熱帯における28kmより上部の带状風において半年周期の振動の存在をシミュレートする(Reed, 1966)。さらに陽に、

$$\begin{aligned} G &= 0, & (z \leq 28\text{km}) \\ G &= \omega_{sa} u_{sa}, & (z > 28\text{km}) \\ u_{sa} &= 2(z - 28\text{km}) \text{msec}^{-1} \text{km}^{-1} \sin(\omega_{sa} t) \\ \omega_{sa} &= (2\pi/180) \text{day}^{-1} \approx 4 \times 10^{-7} \text{sec}^{-1} \end{aligned} \quad (2)$$

をとる。これらの計算の簡単化の中で、いくつかの拡散は必要であることがわかる。しかし、渦拡散係数として

$$K = 3 \times 10^3 \text{cm}^2 \text{sec}^{-1} \quad (3)$$

を選ぶことは、通常の見積もりと比較して小さく、おそらく我々が除外した効果についての過度で非現実的な表現ではない。結果の考察において、さらに具体的にこれらに戻ることにする。もちろん、 $\bar{F}_{MW}$ の詳細は試作的なモデルの構造においてきわめて重要な要素である。ここで、各高度での $\bar{F}_{MW}$ の平均を考えることにする。Lindzen (1971)で示されたように、励起される領域から離れた $\bar{F}_{MW}$ は、減衰する作用をもつメカニズムが存在しない限り、クリティカルレベルを除く $z$ について独

立となるであろう。しかし、重要な散逸、第一には赤外線による冷却が存在する。次に、これは波の振幅および、それにしたがって  $\bar{F}_{MW}$  は高度の増加とともに減衰を導く。正確な減少率は減衰率、波の型、波の位相速度および、振動数、平均流に依存する。この振る舞いの詳細な解析は Lindzen (1971) によって与えられる。

一般的に、

$$\bar{F}_{MW} = \sum_i A_i \exp \left\{ -2 \int_{17\text{km}}^z g_i(z) dz \right\} \quad (4)$$

と表記する。ここで、17km は波が発生する高度として与える。添え字  $i$  は各波を表す。この研究に対して、2つの波、西向きの混合重力ロスビー波と東向きのケルビン波のみが存在すると仮定する。これらの波は現在の観測による解析で支配的なようである。さらに、ほかのモードを含めることで、我々の結果が著しく変化することは決してないであろう。Lindzen (1971) はレイリー摩擦とニュートンの冷却の法則の両方が存在するときに、 $g_i$  に対する表式を導いた。ニュートン冷却のみが存在するときのこれらの表式を再導出すると、 $g_i$  に対する以下の近似式が得られる。 $i = 0$  であるケルビン波の場合、

$$g_0 \approx \frac{1}{2} \frac{\sqrt{gS}}{(c - \bar{u})^2} \frac{\alpha}{k} \quad (5)$$

であり、 $i = 1$  の混合重力ロスビー波の場合、

$$g_1 \approx \frac{1}{2} \frac{\sqrt{gS}}{(c - \bar{u})^3} \frac{\beta}{k^2} \frac{\alpha}{k} \left[ 1 - \frac{k^2}{\beta} (\bar{u} - c) \right] \quad (6)$$

である。ここで、

$$S = \frac{1}{T_0} \left( \frac{dT_0}{dz} + \frac{g}{C_p} \right)$$

- $g$  加速度
- $T_0$  平均温度
- $C$  波の位相速度
- $\beta$   $2\Omega/a$
- $\Omega$  地球の自転角速度
- $a$  地球の半径
- $k$  経度方向の波の波数
- $\alpha$  散逸率

である。クリティカルレベルについては陽に扱わない。また、実際に (5), (6) 式は  $|\alpha| \ll |k(\bar{u} - c)|$  を仮定するが、形式的に (5), (6) は  $\alpha$  が有限である限り、クリティカルレベルにおいて無限の吸収を導き、それゆえクリティカルレベルの主要な特質を定性的にシミュレートする。さらに重要なことに、それらはクリティカルレベル

の存在がないときに連続的な吸収を示唆する.

ケルビン波および混合重力波の両方に対して,

$$S = 4.75 \times 10^{-5} \text{m}^{-1} \quad (7)$$

を採用する. これはスケールハイトが

$$H = 6 \text{km} \quad (8)$$

の等温大気に対応する.  $\alpha$  は空間に対する放射冷却に由来すると仮定する. ここでは

$$\alpha = \frac{1}{21} \text{day}^{-1} + \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{21} \right) \text{day}^{-1} \frac{(z - 17 \text{km})}{13 \text{km}}, \quad 17 \text{km} \leq z \leq 30 \text{km} \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{1}{7} \text{day}^{-1}, \quad z \geq 30 \text{km}$$

という構造を採用した. 20 から 30km の間での  $\alpha$  の増加はここでの試作品の計算において無視できない重要なことであるとわかるであろう. 30km での  $\alpha$  の選択は一般に使用されているより大きい値であるにも関わらず, 全体的な変動は, Dickison (1968) によって述べられた可能性の範囲内である.  $\alpha$  に対する変化のスケールは一定の  $\alpha$  を基準として導出した方程式を使用することが許されるほど,  $(1/2\pi)$  (鉛直波長) に比べて充分大きい.

ケルビン波に対して, Wallence and Kousky (1968b) から

$$c = 30 \text{m sec}^{-1} \quad (10)$$

$$k = (2\pi/40,000) \text{km}^{-1}$$

という値をとる.

混合重力波に対して,

$$c = -30 \text{m sec}^{-1} \quad (11)$$

$$k = (2\pi/10,000) \text{km}^{-1}$$

という値をとる.

この波数は Maruyama (1967) によって見つけれられたものに対応する. 位相速度は Maruyama の報告した値  $-23 \text{m sec}^{-1}$  より少し大きい. これらの計算においてクリティカルレベルを回避するために, まず第一により大きい値を選んでおく. 要点は, クリティカルレベルでの吸収がないものとして振動をさせることが可能であるかどうかを理解することが容易であるということである. しかし,  $-30 \text{m sec}^{-1}$  が充分, 観測的に不確実な範囲内であるということをつけ足すべきである.

(4) 式における  $A_i$  に対して, 再び, 観測による解析と両立しうる

$$A_0 = 4 \times 10^{-3} \text{m}^2 \text{sec}^{-2} \times \rho_0(17 \text{km}) \quad (12)$$

$$A_1 = -4 \times 10^{-3} \text{m}^2 \text{sec}^{-2} \times \rho_0(17 \text{km})$$

という値を選ぶ.

境界条件は

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= 0 & z &= 17\text{km} \\ \bar{u} &= u_{sa} & z &= 35\text{km} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

をとる.

以上で完全に試作品のモデルを明記した. (1) 式を Matsuno (1966) に由来する計算スキームを用いて積分する. 解像度は

$$\Delta z = 250\text{m}$$

$$\Delta t = 24\text{hr}$$

である. 積分は 2160 ステップにわたって行った (これはすなわち ~6 年間に相当する).

## 結果

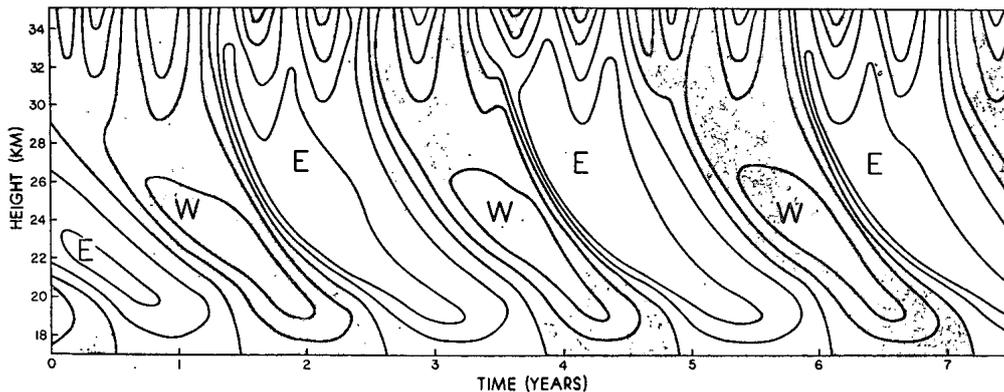


図 6.1: 平均風の時間-高度断面. 等高線は 10m/s 間隔で描いた. 西風の領域は影をつけた.

上記の計算結果は図 6.1 に示す. この図は, 帯状風の時間-高度断面である. 半年周期の振動が, (強制から予想されるように) 30km 以上で明らかに存在している. しかし, 30km 以下では流れは長周期の振動によって支配されていることが明らかにわかる. それは,  $A_i$  の選び方に対して, 平均して ~ 26.5ヶ月間の周期振動が発生している. 観測された振動と同様に, 位相は月ごとにおよそ 1km の割合で下向きに伝播している. 実際, 図 6.1 と観測されるサイクルの間の唯一大きな相違は, 図 6.1 における東向きのシアーが鋭すぎることである. しかし, Lindzen and Holton (1968) で示されるように, (今回の計算では考えていない) 非線形移流項が赤道での西向き加速を生成する傾向にあり, それはさらに現実的な計算において, この相違を解消するであろう.

## 結果の考察

本節では、図 6.1 で示される結果を生成することにおいて含まれるメカニズムを定性的に述べる。まず、ニュートン冷却による波の減衰がどのように下向きに移動する帯状のシアーを生成しうるのかを示そう。メカニズムの要点は次の特質である。

- (i) (12) から位相速度が平均流と比べて西向きである波は、上向きに東風運動量を輸送する一方、東向きの波は上向きに西風運動量を輸送するということがわかる。
- (ii) ニュートン冷却の存在に由来して、波はそれらが上向きに伝播するにつれて減衰し、それらの運動量フラックスは平均流に組み込まれる。
- (iii) (5),(6) から波に対する減衰率は  $\alpha$  が増加し、 $|\bar{u} - c|$  が減少するにつれて増加するということがわかる。
- (iv) 散逸率係数  $\alpha$  は、20-30km の領域において、高度とともに増加する。

上記の特性がどのようにしてシアーの領域を減衰させているのかということは次の簡単な例からすぐにわかる。半周期の強制がない静止状態での大気を考える。ここで、ある時刻  $t_0$  で高度 17km において西からの波を生成しはじめるとする。この波は 30km に近づくまで比較的ゆるやかに減衰しながら上方へ伝播するであろう。30km という高度では  $\alpha$  が増加するので、波は急速に減衰し、際立った平均流の西からの加速を導く。この西からの流れは下層で波の運動量フラックスの吸収を増加させるようになるであろう  $|\bar{u} - c|$  を減少させるであろう。下層で吸収される波のフラックスはもはや上層の平均流を加速することは不可能であり、上層の平均流の加速は減少するであろう。しかし、運動量の大部分が吸収される高度よりさらに低い高度で  $|\bar{u} - c|$  を吸収するように働く下層で加速度を増加させるであろう。このように、西風のシアー領域は、最終的にはバランスが  $\bar{F}_{MW}$  の収束と運動量の下向き散逸との間で成り立っている下部境界まで下降するであろう。ここで、上向きに伝播する東西の波の両方ともが存在するとき、上記のメカニズムが平均流に振動を発生させる。これを理解するために、下部境界に接近する西風のシアー領域を考える。西からの波は本質的に上層に到達することができない。しかし、東からの波は西風のシアー領域の後を追う東風のシアー領域を生成するために上向きに伝播する。半周期振動の存在はこのメカニズムに対して本質的ではない。しかし、それは  $|\bar{u} - c|$  を周期的に減少させるために必要なものであり、そうすることで、Lindzen and Holton (1968) ですでに述べたような、長周期振動を同期させる。上記のメカニズムを可視化しようとするとき、読者は下部境界で違いに遭遇するであろう。長周期振動を得る代わりに、たとえば 17km より上部に極めて薄い西風ジェット、その上部は東風の形で区切られている。十分な渦粘性の存在は、ジェットを効果的に散逸させ、西からの波に再び上向きに伝播することを許すと同時に、東風の形に下

部境界まで伝播することを許すことで、これを防ぐ。現在のモデルにおける渦粘性（に加えて  $z=17\text{km}$  で  $\bar{u}=0$  という下部境界条件）は Lindzen and Holton (1968) で用いられたスイッチングメカニズムを置き換えたものである。どちらのメカニズムも現実的ではないが、これらの両方とも、シア領域が励起の高度まで下降するとき、波の上向き伝播に対する障壁としてこれ以上働かなくなるであろうというもっともらしい仮定をパラメータ化するように働く。ここで、渦粘性を無視すると、上述のメカニズムは、今度は当初に除外した渦を引き起こす不安定なシア領域を生成するというのを付け加えておく。我々のモデルにおける渦粘性の存在は下部境界付近でのみ重要であるということを示したので、実際にそれは現在期待するより現実のさらにもっともらしい記述を証明するであろう。

## 結論

単に長周期振動が機械的に対流圏から上向きに伝播している、より短い周期の赤道波によって強制を受けるという赤道準二年周期振動についての我々の初期モデルの一次仮説は、平均流とこれらの波の相互作用の詳細に関して、特定の機械的な仮定という物理的に独立な一貫性であるということを示した。さらに具体的には、新たな（そして観測的にさらに現実的な）メカニズムを用いて、我々の初期のクリティカルレベルでの吸収メカニズムを置き換えた。その間に、赤外放射冷却による短周期の波の減衰が、平均流を次々と加速する、波の運動量フラックスの収束を生成する<sup>\*1</sup>。実際には、（現在の観測から、東からの波に対してそのようである）いくらかのクリティカルレベルでの吸収の存在は、我々の現在のモデルに重大な影響を与えそうにない。なぜなら、それは今のモデルにおいてすでに組み込まれている、 $|\bar{u}-c|$ の減少の効果を単に強めるだけだからである。さらに重要なことに、現在の相互作用のメカニズムは我々の初期のモデルにおけるさらなる制限された仮定を除外することができる。すなわち、

- (i) 短周期の赤道波の（位相速度における）すべてのスペクトルはもはや必要ない。
- (ii) 中間圏での半周期振動は重要である一方で、全体的な理論に本質的というわけではない。

さらなる観測的、理論的発見が赤道準二年周期振動の現在の見方を修正するということを期待する一方で、その起源の広い概念的な理解が今、いくらか存在すると感じている。

<sup>\*1</sup>ここで示されていない計算として、我々の用いたニュートン冷却係数に等しい係数とともにレイリー摩擦を組み込むと、我々の結果をわずかに修正したということがわかった。具体的にはいくらか短いQBC (26.5ヶ月ではなく26ヶ月)を導いた。もし、レイリー摩擦とニュートン冷却係数に対して、高度に依存しない係数を用いたらどうなるかということも調べた。結果は「準2年」周期振動であった。しかし、その高度分布は特によく観測された分布を再現しなかった。

謝辞. NSF GA 25904 (R. S. Lindzen), NSF GA 23488 (J. R. Holton) の助成金のもと, Atmospheric Sciences Section, および, National Science Foundation の支援に感謝します.

## 付録 2 : パラメータを変更した計算結果・考察

### 計算結果

Holton and Lindzen (1972) のモデルにおける支配方程式のパラメータを4で行った計算と異なる値を用いて各項, パラメータの影響を考察するために計算した結果を以下に示す. また, 図 6.2, 6.4 については, Holton and Lindzen (1972) においても言及されている.

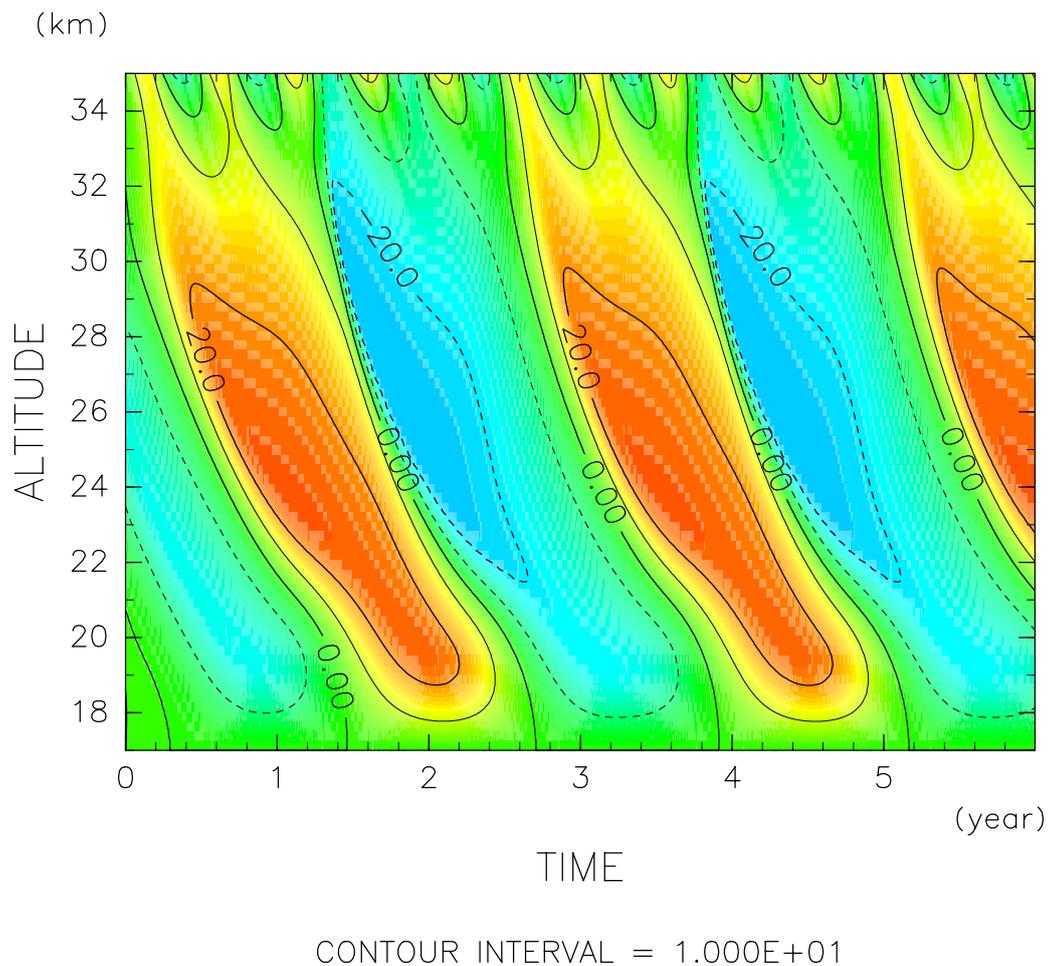


図 6.2:  $G = 0$  (領域上層での半年周期の強制がない) で, 上端の境界条件が  $\bar{u} = 0$  の場合.

### 考察

ここでは以上の計算結果を考察する.

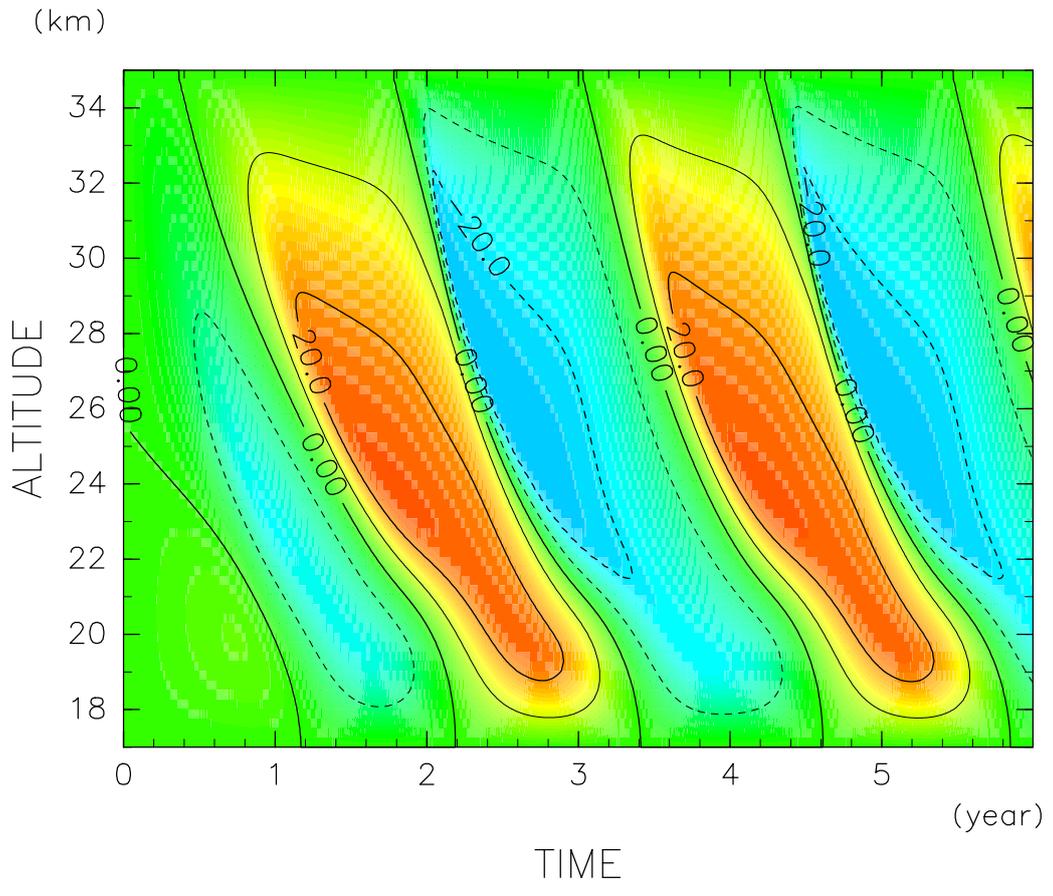


図 6.3:  $G = 0$  (領域上層での半年周期の強制がない) で, 領域上部境界条件が  $\bar{u} = 0$  であり, かつ初期条件が無風の場合.

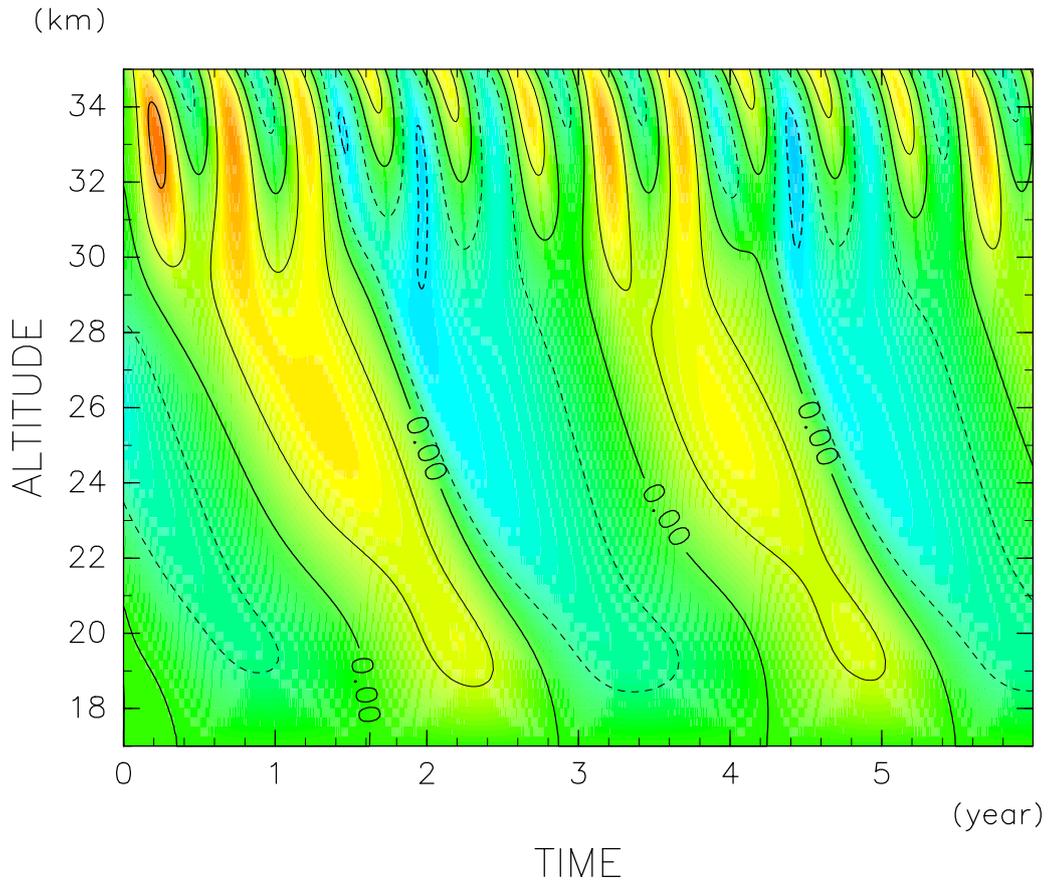


図 6.4: ニュートン冷却係数を高度に依存しない ( $\alpha = 1/7\text{day}^{-1}$ ) とした場合.

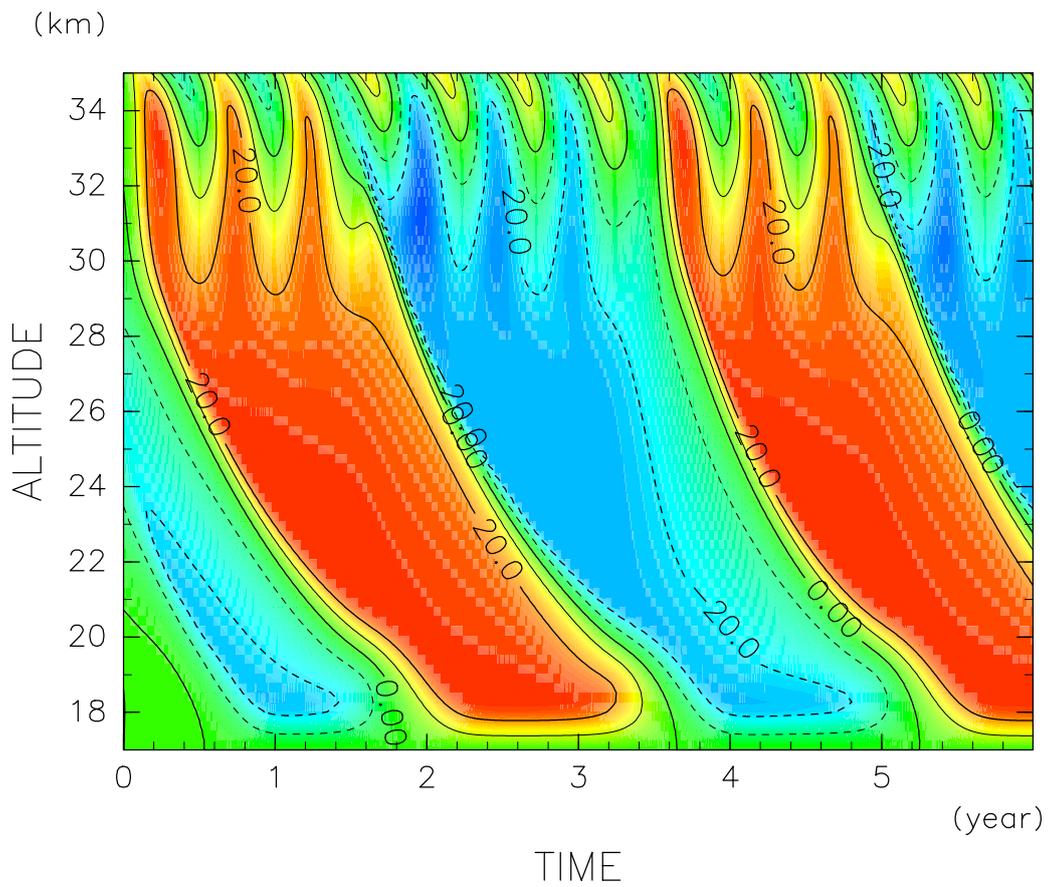


図 6.5: 渦粘性係数を半分にした結果.

## 図 6.2

$G$  は Reed (1966) における半年周期振動を再現したものである。Holton and Lindzen (1972) はこの強制は赤道準二年周期振動を再現するのに本質的ではないとしている。そこで、ここでは上端境界を  $\bar{u} = 0$  とし、 $G = 0$  としてモデルを計算した。結果、赤道準二年周期振動を再現したことから、彼らの述べたとおり、半年周期の振動はこの現象に本質的な強制ではないということがわかる。

## 図 6.4

$\alpha(z)$  は、ニュートン冷却係数である。この係数は、赤道波の運動量フラックスを散逸させる効果を表すパラメータである。Holton and Lindzen (1972) では、赤道波を散逸させる過程として、ニュートン冷却とレイリー摩擦の効果を組み込んで、それぞれ高度に依存しない係数で数値計算をしたと述べている。その結果は、準二年周期で振動したが、東西風の鉛直分布は観測されたものと異なっていることがわかったと述べている。ここでは、ニュートン冷却のみを考え、その係数を高度に依存しない定数として数値計算を行った。その結果、確かに東西風の振動の周期は準二年であったが、風速が 20 m/s を超えることはなく、観測される拳動とは少し異なっていることがわかった。

## 図 6.5

赤道準二年周期振動が領域下端まで降下したのち、もっとも効果的にその風速を散逸させるのは、渦粘性の効果である。ここでは、その渦粘性の強さを表す渦粘性係数を本計算で用いた値の半分として計算を行った。結果は、周期が3年以上におよぶ東西風の振動となった。これは、下端で減衰すべき東西風が渦粘性の効果が半分となったため、なかなか減衰せず長時間下端にとどまり、結果その周期が準二年より長くなってしまったと考えられる。

## 謝辞

本研究に関して、指導教員である林祥介教授には、研究内容の指針を示していただいた。また、岩山隆寛准教授には支配方程式の理論的な理解を助けていただいた。所属研究室の高橋芳幸助教からは、図の表現方法についてのアイデアを提案していただいた。さらに数値計算に関して、西澤誠也助教の所有する計算機を使用させていただいた。また、佐々木洋平氏には、数値計算・理論に関して、数多くの貴重なご意見をいただいた。今関翔氏、北野太郎氏、島津通氏、須賀友也氏には、本研究の成果を記述する上で貴重なご意見をいただき、多くのお時間を割いていただいた。これらの皆様に、心より感謝の意を表す。

計算結果の描画に関して、地球流体電脳倶楽部で開発された Fortran ライブラリである DCL(電脳倶楽部ライブラリ) を用いた。ここに感謝の意を表す。

## 参考文献

- [1] Andrews, D. G., and Holton, J. R., and Leovy, C. B., 1987 : Middle Atmosphere Dynamics. ACADEMIC PRESS, 489pp.
- [2] Holton, J. R., 2004 : An Introduction to Dynamic Meteorology (Fourth Edition). Elsevier Academic Press, 535pp.
- [3] Holton, J. R., and Lindzen, R., 1972 : An Updated Theory for the Quasi-Biennial Cycle of the Tropical Stratosphere. *J. Atmos. Sci.*, **29**, 1076-1080.
- [4] Lindzen, R. S., 1971 : Equatorial Planetary Waves in Shear : Part I. *J. Atmos. Sci.*, **28**, 609-622.
- [5] Lindzen, R. S., 1990 : Dynamics in Atmospheric Physics. Cambridge University Press, 310pp.
- [6] Lindzen, R., and Holton, J. R., 1968 : A Theory of the Quasi-Biennial Oscillation, *J. Atmos. Sci.*, **25**, 1095-1107.
- [7] Matsuno, T., 1966 : Numerical Integrations of the Primitive Equations by a Simulated Backward Difference Method. *J. Meteor. Soc. Jpn.*, **44**, No.1, 76-84.
- [8] 松野太郎, 島崎達夫, 1981 : 大気科学講座 3 - 成層圏と中間圏の大気. 東京大学出版会, 279pp.
- [9] Pedlosky, J., 1986 : Geophysical Fluid Dynamics (Second Edition). Springer, 710pp.
- [10] Plumb, R. A., 1982 : The circulation of the middle atmosphere. *Aust. Met. Mug.*, **30**, 107-121.
- [11] Reed, R. J., and Rogers, D. G., 1962 : The Circulation of the Tropical Stratosphere in the Years 1954-1960. *J. Atmos. Sci.*, **19**, 127-135.