

気象学分野における トレンドの検出について

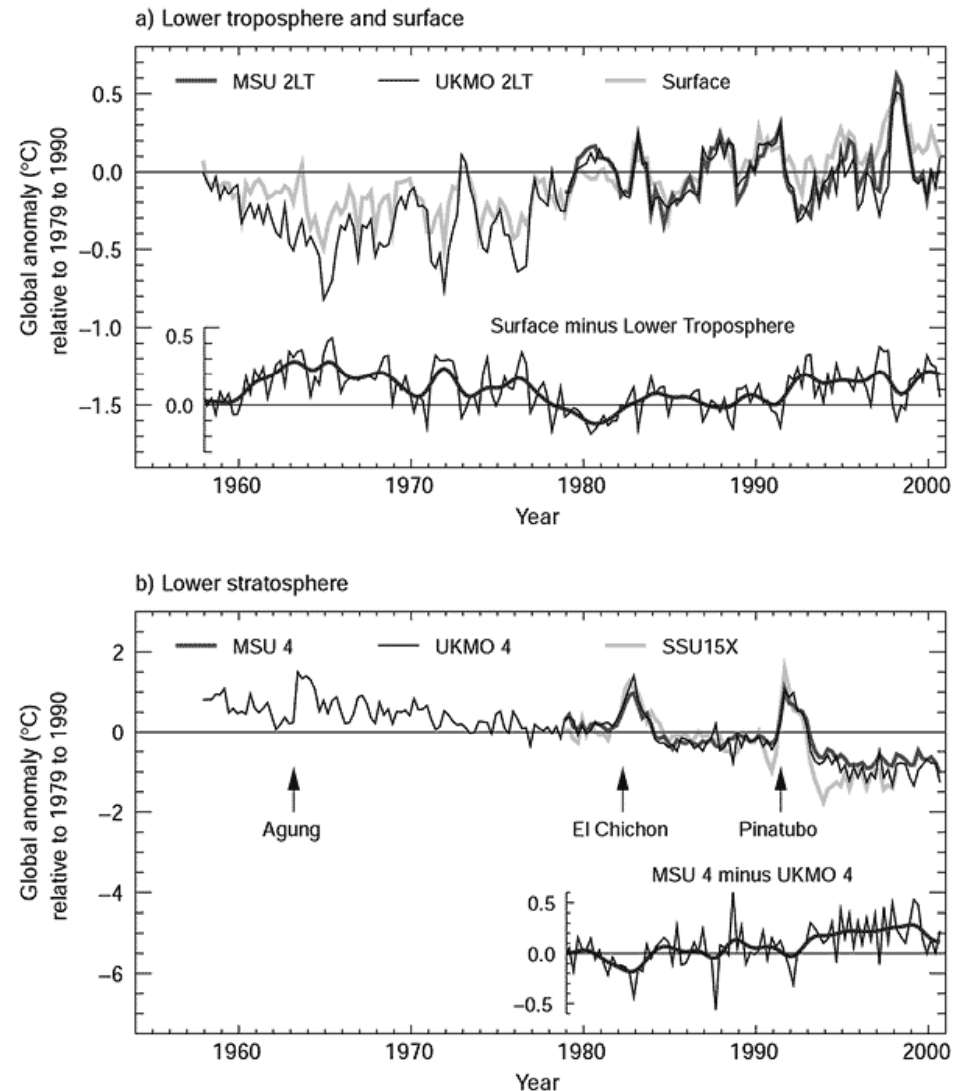
西澤誠也

神戸大学大学院理学研究科

はじめに

- 気候変動
 - 対流圏温暖化
 - 成層圏寒冷化
 - オゾン減少
 - 人間活動が影響

トレンドの値の見積りは重要である



平均値のトレンド

- **トレンドの検出を困難にする要因**
 - 内部変動
 - 自己相関
 - データの質のギャップ
 - 観測機器の変化
 - 間欠的な外部強制
 - 火山噴火
 - 長周期外部変動
 - 太陽活動
 - 海洋十年規模変動

トレンドの検出

- 線形回帰 (最小自乗法)
 - Student's t検定
 - Edgeworth展開を用いた検定 (Nishizawa and Yoden, 2005)
- Mann-Kendall法 & Sen's slope
 - non-parametric
- Bootstrap法
 - resampling法

線形回帰

- 線形回帰モデル (Weatherhead,1998)

$$X_n = an + b + v_n, \quad (n = 1, \dots, N)$$

$$v_n = \lambda v_{n-1} + \epsilon_n$$

$$b = \begin{cases} b_0, & n < N_g \\ b_0 + \delta, & n \geq N_g \end{cases}$$

a : トレンド

λ : 自己相関係数

ϵ : ランダム変数

b_0 : 定数

δ : ギャップ

- a の推定値, \hat{a} , の期待値

$$E[\hat{a}] = a + \frac{h_1 h_5 - h_2 h_4}{h_1 h_3 - h_2^2} \delta$$

- \hat{a} の分散

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{a}) &= \text{Var}(\epsilon) \frac{h_6(h_1 h_6 - h_4 - 2)}{(h_1 h_6 - h_4^2)(h_3 h_6 - h_5^2) - (h_2 h_6 - h_4 h_5)^2} \\ &\approx \text{Var}(\epsilon) \frac{12}{N^3} \frac{1}{(1-\lambda)^2} \frac{1}{\{1 - 3\gamma(1-\gamma)\}} \\ &= \text{Var}(v) \frac{12}{N^3} \frac{1+\lambda}{1-\lambda} \frac{1}{\{1 - 3\gamma(1-\gamma)\}} \end{aligned} \quad \gamma = \frac{N_g - 1}{N}$$

$$h_1 = (N-1)(1-\lambda)^2 - (1-\lambda^2),$$

$$h_2 = (1-\lambda)\{N(N-1)(1-\lambda)/2 + N + \lambda\},$$

$$h_3 = N(N+1)(2N+1)(1-\lambda)^2/6 + N^2\lambda(1-\lambda) + N\lambda - \lambda^2,$$

$$h_4 = (N - N_g)(1-\lambda)^2 + (1-\lambda),$$

$$h_5 = (N - N_g)(1-\lambda)\{(N + N_g)(1-\lambda) + 1 + \lambda\}/2 + N_g - (N_g - 1)\lambda,$$

$$h_6 = (N - N_g)(1-\lambda)^2 + 1$$

- \hat{a} の分布

- ε の分布が正規分布の場合、 \hat{a} の分布も正規分布となる

- 平均と分散が分かれば分布関数が決まる

- $\lambda=0, \delta=0$ の場合、任意の ε の分布に対する $\hat{a}-a$ の分布を、Edgeworth展開により求めることができる

- Nishizawa and Yoden (2005)

- 大気内部変動の分布
 - 降水量：ガンマ分布
 - Wilks and Eggleston (1992)
 - 風速：ワイブル分布
 - Conradsen et al. (1984)
 - 冬季極域成層圏気温：大きな歪度
 - Yoden et al. (2002)

- $a_s(=(\hat{a}-a)/\text{Var}(\hat{a})^{1/2})$ の分布関数の Edgeworth 展開

$$F_{a_s}(x) = \Phi(x) + \sum_{l=1}^{\infty} Q_l(x)\phi(x)N^{-l/2}$$

$$Q_{2m+1}(x) = 0, \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

$$Q_2(x) = -\frac{3}{40} \frac{\kappa_4}{\kappa_2^2} H_3(x),$$

$$Q_4(x) = -\frac{3}{560} \frac{\kappa_6}{\kappa_2^3} H_5(x) - \frac{9}{3200} \frac{\kappa_4^2}{\kappa_2^4} H_7(x)$$

$\Phi(x)$: 標準正規分布の分布関数

$\phi(x)$: 標準正規分布の確率密度関数

κ_k : ε のk次のキュムラント

$H_k(x)$: k次のエルミート多項式

- **トレンドの検定**

- トレンドが無い($a=0$)と仮定し、 \hat{a} がデータから見積もった値になる確率が十分に小さい場合に、トレンドが存在するとする (無帰仮説検定)

- 1. Student's t検定

- \hat{a} の分布が正規分布 ($=\varepsilon$ の分布が正規分布) である必要

- 2. Nishizawa and Yoden (2005)

- $\lambda=0, \delta=0$ の場合
 - Edgeworth展開により一般の場合の \hat{a} の分布
 - ε の高次のモーメントが必要

Mann-Kendall法

- Kendall (1938)
- ノンパラメトリック法
 - 分布の形によらない
 - 検出力はパラメトリック法に比べて低いことが多い

- 統計量 S

$$S = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=n+1}^N \text{sign}(X_n - X_m) \quad \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

- S の分散

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{18} \left[N(N-1)(2N+5) - \sum_i \{t_i(t_i-1)(2t_i+5)\} \right]$$

t は同じ値の組のデータ数、 i はそれぞれの値のグループを表すインデックス

- 統計量 Z

$$Z = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{\text{Var}(S)}} & \text{if } S > 0 \\ 0 & \text{if } S = 0 \\ \frac{S+1}{\sqrt{\text{Var}(S)}} & \text{if } S < 0 \end{cases}$$

- Z の分布関数

– 標準正規分布になる

- Sen's slope
 - トレンドの値の推定値
 - Mann-Kendall検定とともに使われることが多い
 - Y_{nm} の中央値

$$Y_{nm} = \frac{X_n - X_m}{n - m}, \quad n = 2, 3, \dots, N, \quad m = 1, 2, \dots, n - 1$$

Boot Strap 法

- リサンプリング法

1. N個のデータから無作為復元抽出でN個取り出し、新たな時系列を作る
2. 新たな時系列からトレンドを見積もる
3. 1,2,をB回(ブートストラップ反復回数)繰り返す
4. B個の見積もられたトレンドから経験分布関数を作成する
5. その分布関数をもとに、元のデータから見積もられたトレンドの無帰仮説検定を行う

レアイベントのトレンド

- 極端現象トレンド

- 豪雨

- Iwashima and Yamamoto (1993)
- Frei and Schar (2001)
- Osborn and Hulme (2002)
- Palmer and Ralsanen (2002)

- 強い温帯低気圧

- Graham and Diaz (2001)

- 強いハリケーン

- Landsea et al. (1996)

- 極端現象のトレンドの検出
 - － 極端現象の日数の経年変化
 - 真夏日、熱帯夜、無降水日等
 - ある閾値を超える現象
 - － 極端現象を記録した地点の経年変化(山元他2004)
 - 各地点毎の上位に入る現象

年に数回起こる現象や多地点のデータなど、
各年毎に値を持つ時系列の場合は、
従来のトレンド解析を適用することができる

- 数年に一度しか起こらないレアイベントのトレンドを検出することは難しい

e.g. 成層圏突然昇温

エルニーニョ・ラニーニャ

– 前半・後半に分け、イベントの個数を比較

- 検出力がとても低い

– タイムスライス比較実験

- 数値実験に限定

- イベントの出現の有無を表すバイナリ時系列

$$\phi_n = \begin{cases} 1 & \text{if the event occurs at } n \\ 0 & \text{if the event does not occur at } n \end{cases}$$

- 統計量 S

- イベントが起こった時系列の位置 (全時刻の平均を引いた) の総和
- 前半 (後半) にイベントが多いと負 (正)

$$S = \sum_{n=1}^N \left(n - \frac{N+1}{2} \right) \phi_n$$

- ϕ の確率密度関数および特性関数

$$f_{\phi}(x) = (1-p)\delta(x) + p\delta(x-1)$$

$$\psi_{\phi}(\omega) = (1-p) + pe^{-i\omega}$$

p はイベントが起こる確率

- S の特性関数

$$\psi_S(\omega) = \prod_{n=1}^N \psi_{\phi} \left(\left(n - \frac{N+1}{2} \right) \omega \right)$$

$$= (1-p)^N \prod_{n=1}^N \left\{ 1 + Ae^{-i(n - \frac{N+1}{2})\omega} \right\}$$

$$A = p/(1-p)$$

- $\exp(-il\omega/2)$ で展開

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} Q_{l/2,N} e^{-i\frac{l}{2}\omega} = \prod_{n=1}^N \left\{ 1 + Ae^{-i(n - \frac{N+1}{2})\omega} \right\}$$

- S の確率密度関数および分布関数

$$f_S(x) = (1-p)^N \sum_{l=-\infty}^{\infty} Q_{l/2,N} \delta(x - l/2)$$

$$F_S(x) = (1-p)^N \sum_{l=-\infty}^{\lfloor x \rfloor} Q_{l/2,N}$$

– Q は漸化式

$$Q_{l/2,N+2} = (1+A^2)Q_{l/2,N} + AQ_{(l/2)+(N+1)/2,N} + AQ_{(l/2)-(N+1)/2,N}$$

$$Q_{l/2,1} = \begin{cases} 1+A & \text{for } l=0 \\ 0 & \text{for } l \neq 0 \end{cases}$$

$$Q_{l/2,2} = \begin{cases} 1+A^2 & \text{for } l=0 \\ A & \text{for } l=\pm 1 \\ 0 & \text{for other } l \end{cases}$$

- 以下を満たす

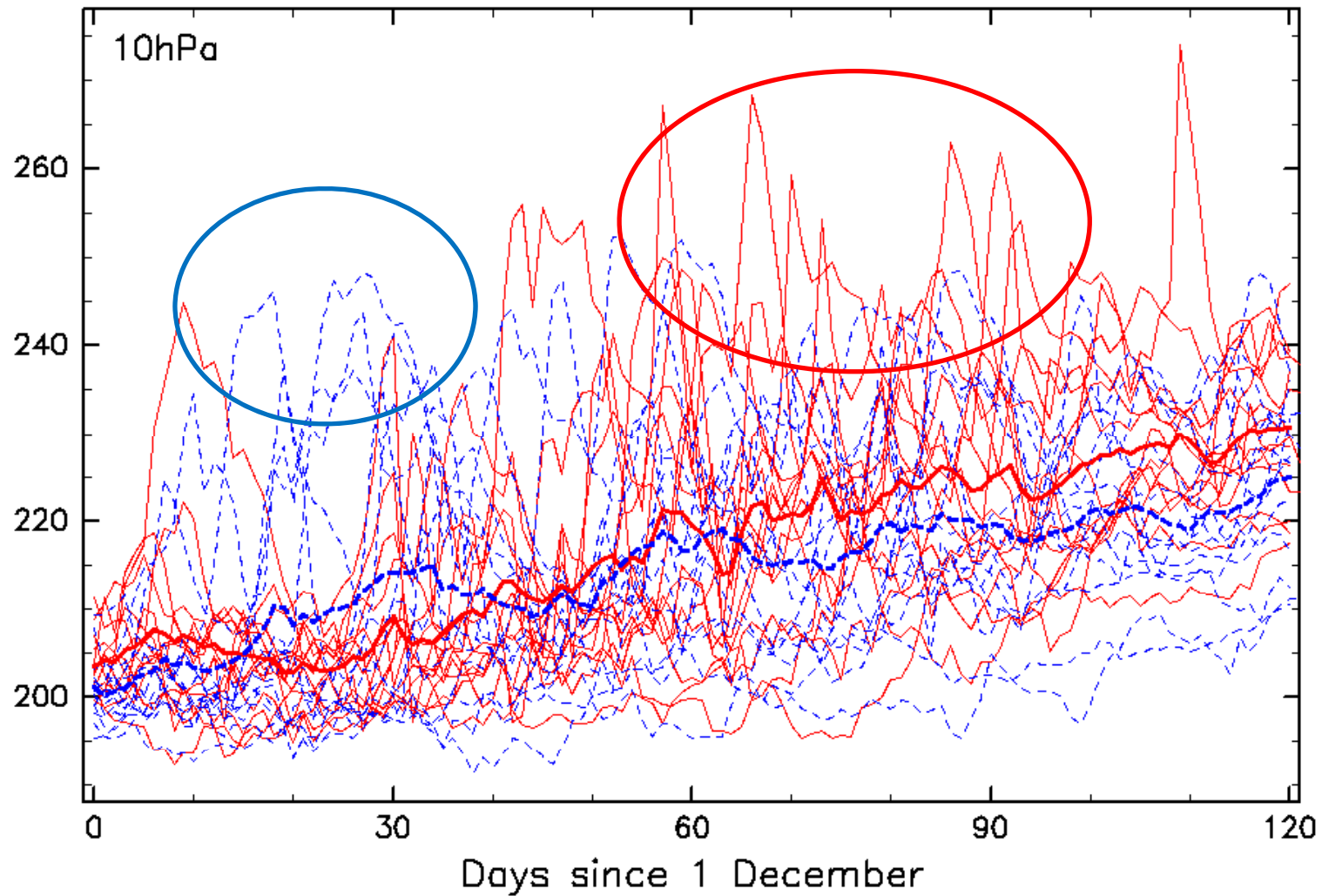
$$\begin{aligned} Q_{-l/2,N} &= Q_{l/2,N} \\ Q_{l/2,N} &= 0 \text{ for } |l| > l_{\max} \end{aligned} \quad l_{\max} = \begin{cases} N^2/4 & \text{for even } N \\ (N^2-1)/4 & \text{for odd } N \end{cases}$$

- p について
 - 多くの場合 p は未知数である
 - $M(=\sum\phi)/N$ であると仮定する
 - 最尤推定値
 - $f_S(x)$ は p の不確実性の分広がる

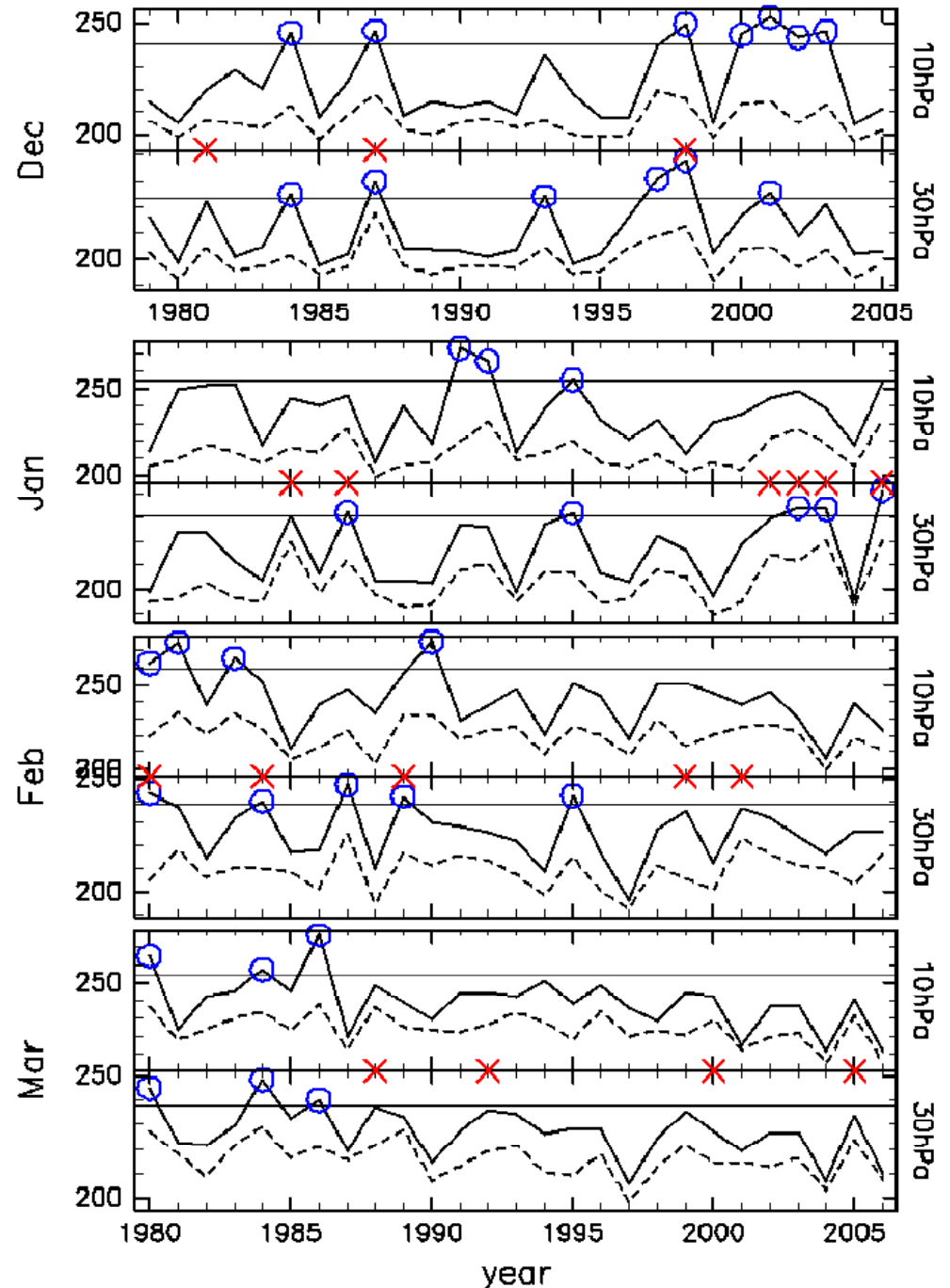
成層圏気温への適用

- 成層圏の平均気温は寒冷化
 - 温室効果ガスの増加
 - オゾンの減少
- 成層圏突然昇温の存在
 - 冬季極域成層圏気温が、数日で50度程度上がることも

- daily temperature (North Pole) (NCEP/NCAR)
 - 1979/1980 – 1992/1993
 - 1993/1994 – 2005/2006



- 月最高気温
 - 寒冷化トレンド
 - Feb 10hPa
 - Mar 10,30hPa
- 極端な高温イベント
 - 27年平均+1 σ
 - 増加トレンド
 - Dec 10hPa (91%)
 - Jan 30hPa (94%)
 - 減少トレンド
 - Feb 10,30hPa (99,94%)
 - Mar 10,30hPa (97,97%)



まとめ

- 平均のトレンド
 - 線形回帰
 - Student's t検定
 - Edgeworth展開による検定
 - Mann-Kendall検定 & Sen's slope
 - BootStrap検定
- レアイベントの検定
 - イベント発生位置の総和

- 冬季極域成層圏 極端な高温イベント
 - 12, 1月に増加トレンド
 - 1, 3月に減少トレンド

CO₂増加により、突然昇温がおこるタイミングが早まる(Inatsu et al, 2007)