A numerical simulation of Martian atmospheric convection with a two-dimensional anelastic model

Graduate School of Mathematical Sciences, University of Tokyo

Masatsugu Odaka
# 目次

<table>
<thead>
<tr>
<th>章目</th>
<th>内容</th>
<th>頁数</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>要旨</td>
<td>一覧</td>
<td>6</td>
</tr>
<tr>
<td>第1章</td>
<td>はじめに</td>
<td>10</td>
</tr>
<tr>
<td>第2章</td>
<td>数値モデル</td>
<td>13</td>
</tr>
<tr>
<td>2.1</td>
<td>数理モデル</td>
<td>13</td>
</tr>
<tr>
<td>2.1.1</td>
<td>大気モデル</td>
<td>14</td>
</tr>
<tr>
<td>2.1.2</td>
<td>乱流パラメタリゼーション</td>
<td>15</td>
</tr>
<tr>
<td>2.1.3</td>
<td>地表フラックスパラメタリゼーション</td>
<td>16</td>
</tr>
<tr>
<td>2.1.4</td>
<td>ガスのモデル</td>
<td>16</td>
</tr>
<tr>
<td>2.1.5</td>
<td>放射モデル</td>
<td>17</td>
</tr>
<tr>
<td>2.1.6</td>
<td>地表面熱収支モデル</td>
<td>21</td>
</tr>
<tr>
<td>2.2</td>
<td>離散化の方法</td>
<td>22</td>
</tr>
<tr>
<td>2.2.1</td>
<td>空間差分</td>
<td>22</td>
</tr>
<tr>
<td>2.2.2</td>
<td>時間差分</td>
<td>22</td>
</tr>
<tr>
<td>2.3</td>
<td>実験設定</td>
<td>23</td>
</tr>
<tr>
<td>2.3.1</td>
<td>計算領域, 分解能, 境界条件</td>
<td>23</td>
</tr>
<tr>
<td>2.3.2</td>
<td>初期条件, 基本場, パラメータ</td>
<td>23</td>
</tr>
<tr>
<td>2.3.3</td>
<td>必要な計算機資源</td>
<td>24</td>
</tr>
<tr>
<td>第3章</td>
<td>ガスのない場合</td>
<td>25</td>
</tr>
<tr>
<td>3.1</td>
<td>計算結果</td>
<td>25</td>
</tr>
<tr>
<td>3.1.1</td>
<td>平均窓の日変化</td>
<td>25</td>
</tr>
<tr>
<td>3.1.2</td>
<td>対流窓の様子</td>
<td>26</td>
</tr>
<tr>
<td>3.1.3</td>
<td>地表摩擦の日変化</td>
<td>31</td>
</tr>
<tr>
<td>3.1.4</td>
<td>熱収支</td>
<td>31</td>
</tr>
<tr>
<td>3.2</td>
<td>考察</td>
<td>33</td>
</tr>
<tr>
<td>3.2.1</td>
<td>対流の強度</td>
<td>33</td>
</tr>
<tr>
<td>3.2.2</td>
<td>地表摩擦の大きさ</td>
<td>37</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3</td>
<td>まとめ</td>
<td>39</td>
</tr>
<tr>
<td>第4章</td>
<td>ガスのある場合</td>
<td>40</td>
</tr>
<tr>
<td>4.1</td>
<td>計算結果</td>
<td>40</td>
</tr>
<tr>
<td>章目</td>
<td>項目</td>
<td>ページ</td>
</tr>
<tr>
<td>------</td>
<td>------------------------------------------------</td>
<td>--------</td>
</tr>
<tr>
<td>4.1</td>
<td>4.1.1 ダストの混合と温度場の時間変化</td>
<td>40</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>4.1.2 平均場の日変化</td>
<td>43</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>4.1.3 対流場の様子</td>
<td>46</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>4.1.4 熱収支</td>
<td>49</td>
</tr>
<tr>
<td>4.2</td>
<td>考察</td>
<td>51</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>4.2.1 ダストの鉛直混合</td>
<td>51</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>4.2.2 ダストの到達高度</td>
<td>53</td>
</tr>
<tr>
<td>4.3</td>
<td>まとめ</td>
<td>54</td>
</tr>
<tr>
<td>5.1</td>
<td>議論</td>
<td>56</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>第5章 議論</td>
<td>56</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>5.1 觀測結果との比較</td>
<td>56</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>5.2 GCMにおける対流の取り扱い</td>
<td>58</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>5.3 地球大気対流との比較</td>
<td>59</td>
</tr>
<tr>
<td>謝辞</td>
<td></td>
<td>61</td>
</tr>
<tr>
<td>付録A</td>
<td>太陽放射フラックスと天頂角パラメータ</td>
<td>62</td>
</tr>
<tr>
<td>付録B</td>
<td>CO₂放射のバンドパラメータ</td>
<td>63</td>
</tr>
<tr>
<td>付録C</td>
<td>ダストの光学的厚さ</td>
<td>65</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>C.1 光学的厚さ</td>
<td>65</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>C.2 混合比からの計算</td>
<td>66</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>C.3 ダストの光学パラメータ</td>
<td>67</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>C.4 赤外に対する光学的厚さ</td>
<td>67</td>
</tr>
<tr>
<td>付録D</td>
<td>離散化の詳細</td>
<td>68</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.1 大気モデル</td>
<td>68</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.1.1 運動方程式</td>
<td>68</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.1.2 熱力学の式</td>
<td>70</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.1.3 圧力診断式</td>
<td>71</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.1.4 基本場</td>
<td>73</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.2 乱流パラメタリゼーション</td>
<td>73</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.3 地表フラックスパラメタリゼーション</td>
<td>74</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.4 ダストのモデル</td>
<td>75</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.5 放射モデル</td>
<td>75</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.5.1 CO₂の赤外放射</td>
<td>75</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.5.2 CO₂の近赤外放射</td>
<td>76</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.5.3 ダストの太陽放射</td>
<td>76</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.5.4 ダストの赤外放射</td>
<td>77</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.5.5 放射加熱率</td>
<td>78</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>D.6 地表面熱収支モデル</td>
<td>78</td>
</tr>
</tbody>
</table>

2001年1月（小高正嗣）
<table>
<thead>
<tr>
<th>項目</th>
<th>内容</th>
<th>頁碼</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>付録 E</td>
<td>鉛直 1 次元放射対流モデル</td>
<td>81</td>
</tr>
<tr>
<td>E.1</td>
<td>モデル方程式</td>
<td>81</td>
</tr>
<tr>
<td>E.2</td>
<td>差分化の方法, 計算設定</td>
<td>82</td>
</tr>
<tr>
<td>文献</td>
<td></td>
<td>82</td>
</tr>
</tbody>
</table>

2001年1月 (小高正嗣)
図目次

3.1 水平平均した（左）温度と（右）温位の時間変化. ダストのない場合. LT=08:00 〜 16:00 まで 4 時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す. ................................. 26

3.2 水平平均した（左）温度と（右）温位の時間変化. ダストのない場合. LT=18:00 〜 翌 06:00 まで 4 時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す. ................................. 26

3.3 高度 1 km 以下の水平平均した（左）温度と（右）温位の時間変化. ダストのない場合. LT=08:00 〜 16:00 まで 2 時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す. ................................. 27

3.4 （左）水平平均した地中温度の日変化. LT=08:00 〜 翌 06:00 まで 6 時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す. 縦軸の深さは日変化の表皮深さ δ_a の単位で示してある. （右）水平平均した地表面温度と地表気温の日変化. 1 時間毎の結果. 実線は地表面温度. 破線は地表気温を示す. 地表気温は高度約 1.5 m での値. いずれもダストのない場合の結果. ................................. 28

3.5 ダストのない場合の対流圏の日変化の様子. 温位の水平平均値からの偏差で示した. LT=07:00 〜 18:00 までの 1 時間毎の結果. 等価線間隔は 1 K. 負の領域にトーンを施してある. ................................. 29

3.6 ダストのない場合の LT=14:50 における対流圏の様子.（上段）鉛直風（中段）水平風と高度 1.5 m における水平風（下段）温位の水平平均値からの偏差. 等価線間隔は風速については 5 msec^{-1}, 温位偏差については 1 K である. 温位偏差が負の領域にトーンを施してある. ................................. 30

3.7 日中時の温位偏差. ダストのない場合. 計算領域中のとある 10 km × 10 km の領域を LT=14:00 から 10 分毎に示した. 等価線間隔は 1 K. 負の領域にトーンを施してある. ................................. 31

3.8 地表摩擦（絶対値）の日変化. ダストのない場合. LT=06:00〜18:00 の結果. 実線は最大値. 破線は水平平均値. 点線は標準偏差を表す. ................................. 32

3.9 水平時間平均した温位に対する加熱率の鉛直分布. ダストのない場合. 実線は対流による加熱. 点線は放射による加熱. 破線は拡散による加熱である.（左上）LT=11:00〜12:00（右下）LT=14:00〜15:00（下下）LT=20:00〜21:00（下下）LT=04:00〜05:00. 下側のパネルは高度 1 km 以下の拡大図. 縦軸のスケールが異なることに注意. ................................. 33

3.10 ダストのない場合の熱収支の日変化. 縦軸はそれぞれ W/m^2.（左）地表面の熱収支. 実線は正味の太陽放射フラックス ((1 - A) F_{SR}), 点線は正味の赤外放射フラックス (F_{IR, net}(0)). 破線は顕熱フラックス (H) である. 地表面を加熱する向きを正にとる.（右）大気への正味の加熱量. 実線は太陽放射（近赤外）による正味の加熱量 (F_{NIR}(\infty) - F^{\uparrow}_{NIR}(0)), 点線は赤外放射による正味の加熱量 (F_{IR, net}(0) - F^{\downarrow}_{IR, net}(\infty)), 破線は顕熱フラックス (H) である. 大気を加熱する向きを正にとる. ................................. 34

3.11 温位偏差の分布. ダストのない場合. LT=13:00 の高度 150 m 以下の拡大図. 縦軸と横軸のスケールが異なることに注意（単位はそれぞれ m と km). 等価線間隔は 1 K. 負の領域にトーンを施してある. ................................. 35
3.12 地表摩擦（絶対値）の水平分布. ダストのない場合. 地表摩擦が最も大きくなる LT=14:00 〜 15:50 までの 10 分毎の結果. 太実線が計算結果. 細破線/細点線は計算された風に直交/平行する 10 m/sec\(^{-1}\) の背景風を重ね合わせた場合. 水平の破線はダスト巻き上げに必要な地表摩擦の臨界値（Greeley and Iversen, 1985）. ................................. 38

4.1 水平平均した可視光に対するダストの光学的厚さの時間変化. 横軸は初期条件からの計算時間. 縦軸は光学的厚さ. ................................. 41

4.2 ダスト巻き上げ後 1 日目のダスト混合比. \(1 \times 10^{-5}\) 以上の領域にトーンを施しており. トーンの色調は \(1 \times 10^{-5}\) 毎に変え. \(5 \times 10^{-5}\) 以上の領域は塗りつぶしてある. 重ねて描画された等値線は鉛直直線. 等値線間隔は 5 m/sec\(^{-1}\). ................................. 41

4.3 水平平均したダスト混合比の時間変化. (左) ダスト巻き上げ 2 日目の LT=08:00 から LT=18:00 までの 2 時間毎の結果. 実線. 破線. 点線. 一点鎖線. 二点鎖線. 細実線の順に時間経過を表す. (右) 1 日目から 4 日目までの LT=18:00 における鉛直分布. 実線. 破線. 点線. 一点鎖線の順に時間経過を表す. ................................. 42

4.4 水平平均した LT=16:00 における (左) 温度と (右) 温位の鉛直分布の変化. ダストのある場合. 実線. 破線. 点線. 一点鎖線の順にダスト巻き上げ後の 1 日目から 4 日目までの結果を示す. ................................. 42

4.5 水平平均した (左) 温度と (右) 温位の時間変化. ダストのある場合. ダスト巻き上げ後 3 日目の LT=08:00 〜 16:00 まで 4 時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す. ................................. 44

4.6 水平平均した (左) 温度と (右) 温位の時間変化. ダストのある場合. ダスト巻き上げ後 3 日目の LT=18:00 〜 翌 06:00 まで 4 時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す. ................................. 44

4.7 高度 1 km 以下の水平平均した (左) 温度と (右) 温位の時間変化. ダストのある場合. ダスト巻き上げ後 3 日目の LT=08:00 〜 16:00 まで 2 時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す. ................................. 45

4.8 (左) 平水平平均した地中温度の日変化. LT=08:00 〜 翌 06:00 まで 6 時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す. 縦軸の深さは日変化の表皮深さ \(\delta_d\) の単位で示している. (右) 平水平平均した地表面温度と地表気温の日変化. 1 時間毎の結果. 実線は地表面温度. 破線は地表気温を示す. 地表気温は高度約 1.5 m での値. いずれもダスト巻き上げ後 3 日目の結果を示す. ................................. 45

4.9 ダスト巻き上げ後 3 日目の対流場の日変化の様子. 温位の水平平均値からの偏差. LT=07:00 〜 18:00 までの 1 時間毎の結果. 等値線間隔は 1 K. 負の領域にトーンを施してある. ................................. 47

4.10 ダスト巻き上げ後 3 日目の LT=14:00 における対流場の様子. (上段) 鉛直風 (中段) 水平風と高度 1.5 m における水平風 (下段) 温位の水平平均値からの偏差. 等値線間隔は風速については 5 m/sec\(^{-1}\). 温位偏差については 1 K である. 温位偏差が負の領域にトーンを施してある. ................................. 48
4.11 水平時間平均した温湿に対する加熱率の鉛直分布. ダストのある場合. 図の見方は図??と同じ. (左) LT=11:00〜12:00 (右) LT=14:00〜15:00 (左) LT=20:00〜21:00 (右) LT=04:00〜05:00. 49

4.12 水平時間平均した放射加熱率の鉛直分布. ダストのある場合. 破線と点線はそれぞれ CO₂ の赤外放射と近赤外放射の吸収による寄与. 一点鎖線と二点鎖線はそれぞれダストの赤外放射と太陽放射吸収による寄与. 実線は合計値. (左) LT=11:00〜12:00 (右) LT=14:00〜15:00. 50

4.13 ダスト巻き上げ後 3 日目の熱収支の日変化. 縦軸はそれぞれ W/m². (左) 地表面の熱収支 (右) 大気への正味の加熱量. 右図の一点鎖線が CO₂ の赤外放射による加熱量を表すことを除き, 図の見方は図??と同じ. 51

4.14 高度 10 km 以上的ダスト混合比と鉛直風の分布 ダスト巻き上げ後 2 日目 LT=11:00 の結果. 1 × 10⁻⁵ 以上の領域にトーンを施してある. トーンの色調は 1 × 10⁻⁵ 毎に変え, 5 × 10⁻⁵ 以上の領域は塗りつぶしてある. 重ねて描画された等価線は鉛直風. 等価線間隔は 5 cmsec⁻¹. 52

4.15 高度 10 km 以上のダスト混合比と放射加熱率の分布. ダスト巻き上げ後 2 日目 LT=11:00 の結果. 等価線間隔は 10 Kday⁻¹ で, 加熱率の大きさが 10 Kday⁻¹ 以上の領域を示した. トーンの表示は図??と同じである. 52

4.16 (??) (??) 式から計算された (左) 鉛直速度 (cmsec⁻¹) (右) 上昇距離 (km). 横軸は時間. 53

4.17 (??) 式から計算されたダストの到達高度. ただし地表気圧 P₀₀₀ = 7.0 hPa, H = 10 km として計算した. P₀ > P₀₀₀ となる場合は到達高度を 0 としてある. 54

5.1 バイキング 1 号着陸点で観測された (上段) 風速 (中段) 風向 (下段) 気温の時系列. 着陸後 22 火星日後の 15:52〜17:09 の観測結果. データの時間間隔は 32 秒. それぞれの枠下に最小値, 最大値, 平均値, 標準偏差が示されている [Hess et al., (1977) 図 9 を転載]. 56

5.2 LT=16:00〜17:00 の高度 1.5 m における (上) 水平風 (下) 気温の時系列. ダストのない場合. 横軸単位は分. データの時間間隔は 1 分である. 57

5.3 LT=16:00〜17:00 の高度 1.5 m における (上) 水平風 (下) 気温の時系列. ダスト巻き上げ後 3 日目の場合. 横軸単位は分. データの時間間隔は 1 分である. 57

5.4 ダストのない場合の水平平均熱フラックス ρ₀c_p wθ の鉛直分布. 細実線, 破線, 点線はそれぞれ LT=14:00, 15:00, 16:00 での分布. 太実線は LT=14:00〜16:00 の時間平均値. 60

E.1 鉛直 1 次元モデルで計算された気温分布. 220 K 等温大気から計算を始めて 30 日後の LT=06:00 における分布. 83

E.2 鉛直 1 次元モデルで計算された地中温度分布. 210 K 等温から計算を始めて 30 日後の LT=06:00 における分布. 83

E.3 鉛直 1 次元モデルで計算された気温分布の日変化. LT=08:00 〜 16:00 まで 4 時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す. 84
表目次

E.4 鉛直1次元モデルで計算された気温分布の日変化. LT=18:00 ～ 翌 06:00 まで4時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す. .......................... 84

表目次

B.1 CO₂ 15 μm バンドパラメータ .......................... 64
B.2 CO₂ 4.3 μm バンドパラメータ .......................... 64
B.3 CO₂ 2.7 μm バンドパラメータ .......................... 64
B.4 CO₂ 2.0 μm バンドパラメータ .......................... 64
C.1 使用するバンドと光学パラメータ. ₐₑₐₙ₂₆₇μm = 3.04 である. .......................... 67
要旨

研究の背景と目的

火星大気の熱および循環構造は大気中に存在するダストにともなう放射加熱の影響を大きく受けることが知られている。探査衛星によって観測された温度構造は、しばしば乾燥断熱温度分布に比べ安定な構造を示した（Kliore et al., 1972; Lindal et al., 1979; Davies, 1979）。鉛直1次元放射対流モデルを用いた研究により、この原因はダストにともなう放射加熱であると理解されている（Gierasch and Goody, 1972; Pollack et al., 1979）。大气大循環モデル（General Circulation Model; GCM）によるシミュレーションは、大気中にダストがある場合の大規模循環の強度はダストのない場合にくらべ有意に大きくなることを示している（Haberle et al., 1982; Pollack et al., 1990; Hourdin et al., 1993; Murphy et al., 1995; Wilson and Hamilton, 1996）。

しかしながらGCMによるシミュレーションは、大気中にダストがない場合もしくは少ない場合には大規模場の風によって地表からダスト巻き上げることができないという自己矛盾的な結果を示している（Wilson and Hamilton, 1996; Joshi et al., 1997）。Wilson and Hamilton (1996)は、GCMでは表現できない局所的な風のゆらぎを考慮すれば、ダストの巻き上げに必要な地表摩擦を得ることができると推測している。しかしこのようなゆらぎの実体については何ら言及してはいない。そのような風のゆらぎの1つとして放射加熱と地表面からの顕熱によって駆動される鉛直対流にともなう風が考えられる。実際に過去の探査衛星による観測データからそのような対流の存在は指摘されている（Hess et al., 1977; Ryan and Lucich, 1983）。しかし火星大気の鉛直対流を注目した研究はこれまでほとんど行われておらず、循環構造等の基本的な特徴は現在全くわかっていない。そこで本研究では対流を陽に表現する空間2次元の数値モデルを用いて火星大気における鉛直対流の様子を調べることにする。空間2次元モデルを用いることで高い空間分解能とある程度広い計算領域を同時に確保することができる。さらに特徴的な対流構造が存在する場合にその抽出は3次元モデル計算の場合に比べ容易となることが期待される。

ダストが存在する場合、ダストの放射加熱は対流場に有意な影響を及ぼすと予想される。ダストによる対流場への影響を調べるためにはダストのない場合の対流の様子を把握しておく必要がある。そこで本研究ではダストのない場合の鉛直対流の様子と、鉛直対流にとも
なう風によってダストが巻き上げられた場合のダストによる鉛直対流への影響について調べる。

数値モデルの概要と実験設定

本研究で用いる数値モデルは、Nakajima (1994) で用いられた地球大気の積雲対流シミュレーション用数値モデルを基盤として火星大気向けに新たに開発したものである(http://www.gfd-dennou.org/arch/deepconv/). 主な変更点は地表フラックスモデル、大気の放射伝達、地表面熱収支、そしてダストの移流と放射伝達である。

大気は 2 次元の非弾性方程式系 (Ogura and Phillips, 1962) でモデル化する。数値モデルの格子間隔以下のスケールで生じる乱流拡散は 2 次のクロージャー法 (Klemp and Wilhelmson, 1978) で計算する。地表からの熱と運動量のフラックスはパルク法で計算し、パルク係数にはモデル大気最下層の大気安定度依存性を考慮する (Louis, 1979)。大気の赤外放射吸収と太陽放射の近赤外放射は Goody のバンドモデルで表現する。地中温度は熱伝導方程式を用いて計算する。

ダストの空間分布は重力沈降を考慮した移流拡散方程式で計算する。ダストの放射吸収は可視と赤外の波長帯双方を考慮し、放射伝達は δ-Eddington 近似で計算する。ダストはモデル最下層の水平風から計算される地表摩擦が臨界値を超えると地表から大気へ供給されるとする。地表からのダストフラックスは一定として、その大きさには風洞実験によって得られた値 (White et al., 1997) を用いる。

モデル大気の計算領域は水平に 51.2 km、鉛直に 20 km とする。水平格子間隔は 100 m、鉛直格子点は高度 100 m 以上では 100 m 毎に配し、高度 100 m 以下には不等間隔に 5 点置く。最下層の水平風は高度約 1.5 m で計算される。地表付近の高い鉛直分解能は対流ブリュームを適切に表現するために必要なものである。境界条件は水平に周期境界条件、下部境界では鉛直風を 0、上部境界は応力無し条件を置く。地面モデルの計算領域は日変化表皮深さの 6 倍までとり、地中の鉛直格子点は不等間隔に 10 点置く。

大気上端の入射太陽放射は北半球が夏の北緯 20° の条件に固定する。ダストのない場合の初期条件は水平一致温度分布、静止大気である。初期条件の鉛直温度分布は 2 次元モデルと同じ放射モデルを持つ鉛直 1 次元放射対流モデルによって計算した LT=06:00 の分布である。ダストのある場合の初期条件はダストのない場合の 3 日前の計算結果を用いる。ダスト巻き上げの臨界地表摩擦は 0.01 Nm⁻² とする。

数値計算は京都大学大型計算機センター、および文部省宇宙科学研究所宇宙科学企画情報解析センターの富士通 VPP800 システムにおいて行った。必要な主記憶は約 256 メガバイト、24 モデル時間計算を行った場合の CPU 時間は約 8 時間である。総計算モデル時間がダストのない場合は 3 日間、ダストのある場合は 6 日間である。

2001 年 1 月 (小高 正嗣)
数値計算の結果

ダストのない場合

ダストのない場合の対流層の厚さは高度 10 km 前後となる。これは鉛直 1 次元モデルによる計算結果 (Pollack et al., 1979) と比べると若干大きい。日中の熱境界層の厚さはおよそ 200 m であり、とくに高度 50 m 以下に温位勾配の非常に大きな領域（熱伝導層）が形成される。熱伝導層の厚さと温位差は供給される熱フラックス地表付近の乱流拡散係数の大きさからおよその大きさを見積もることができる。

計算された対流は最大空間スケールが鉛直方向に約 10 km、水平方向に数 km となるようなキロメータサイズの対流であった。対流セルの縦横比は 2:1 で、上昇域と下降域の幅はほぼ同じである。対流による風速値は鉛直風で 20～30 m/sec、水平風で 15～20 m/sec となる。対流にともなう風の大きさは対流ブリームの浮力による自由加速によって見積もりが可能である。

対流にともなう風によって生成される地表摩擦はダストを巻き上げるのに必要な値の下限値に達した。ダストのない GCM の計算結果から推測される大规模層の風を対流にともなう風に重ね合わせると、地表摩擦はダストを巻き上げるのに必要な臨界値を越える。この結果は GCM においてキロメータサイズの対流にともなう風の効果を考慮すれば、ダストのない条件においてもダストを地表面から巻き上げることが可能であることを示すものである。

ダストのある場合

対流によって巻き上げられたダストは 2 時間程度で対流層内全域に広がる。対流層上端付近に巻き上げられたダストはそれ自体の放射加熱が生み出す上昇流によってさらに上昇する。ダストが巻き上げられる段階でのダスト混合比の大きい上昇流域とその他の領域との間の放射加熱の差は、対流にともなう循環パターンにはあまり影響していない。対流によるダスト混合の時間スケールはダストによる放射加熱の時間スケールに比べて短い。

ダストが巻き上げられた後、日中の対流層の厚さはダストのない場合に比べ小さくなる。ダスト巻き上げ後 3 日目の対流層の厚さは約 5 km で、これはダストのない場合のおよそ半分である。対流層の厚さが小さくなるのはダストの放射加熱により大気上層の温位が大きくなるためである。

対流にともなう風速の大きさはダストのない場合よりも小さくなる。鉛直風は 10～15 m/sec、水平風は 10 m/sec 前後の値となる。対流セルの縦横比、上昇域と下降域の幅の比はダストのない場合と変わらない。風速値が小さくなるのは対流層の厚さが小さくなることと、対流ブリームの持つ温位差が減少することによる。
議論

対流を陽に表現する2次元数値モデルを用いて、火星大気における放射と顕熱によって駆動される鉛直対流の数値計算を初めて行った。数値計算の結果から、そのような対流は最大空間スケールが鉛直方向に約10km、水平方向に数kmとなるようなキロメータサイズの対流であることが明らかとなった。

キロメータサイズの対流にともなう風のゆらぎをきちんと評価できれば、ダストのない条件の火星大気GCMにおいてもダストを地表面から巻き上げることは可能であることがわかった。しかし従来の火星大気GCMの標準的なパラメタリゼーションである対流調節では、熱輸送を担う対流の運動に関する情報を得ることはできない。火星大気のキロメータサイズの対流に対応する地球大気の積雲対流に対しては、積雲の観測と理論を基に対流調節よりも複雑な積雲対流パラメタリゼーションが開発されてきた。積雲対流パラメタリゼーションの開発にあたり、対流にともなう風のゆらぎを評価できるような火星大気対流のパラメタリゼーションを考察する必要がある。そのために必要な対流の描像是本研究の数値計算によって初めて得ることができたのである。

火星大気におけるキロメータサイズの対流の持つ上昇域の幅と下降域の幅はほぼ等しく、上昇流と下降流の大きさはあまり変わらない。これは乾燥大気である火星大気対流の特徴である。乾燥対流では上昇域と下降域における断熱温度増加は等しいため、上昇域と下降域の幅に制約を与える条件はない。これに対し地球大気の積雲対流では凝結をともなう上昇域と乾燥した下降域との間に存在する断熱温度構造の非対称のために、上昇域の幅は下降域に比べ狭くなりやすい。質量保存を考慮すると積雲対流の上昇流は下降流に比べ速くなる。
第1章 はじめに

火星大気の熱および循環構造は大気中に存在するダストにともなう放射加熱の影響を大きく受けることが知られている。探査衛星によって観測された温度構造は、しばしば乾燥断熱温度分布に比べ安定な構造を示した（Kliore et al., 1972; Lindal et al., 1979; Davies, 1979）。鉛直1次元放射対流モデルを用いた研究により、この原因はダストにともなう放射加熱であると理解されている（Gierasch and Goody, 1972; Pollack et al., 1979）。大気大循環モデル（General Circulation Model; GCM）によるシミュレーションは、大気中にダストがある場合の大規模循環の強度はダストのない場合に比べ有意に大きくなることを示している（Haberle et al., 1982; Pollack et al., 1990: Hourdin et al., 1993; Murphy et al., 1995; Wilson and Hamilton, 1996）。

しかしながら従来の火星大気 GCM によるシミュレーションは、大気中にダストがない場合もしくは少ない場合には大規模層の風によって地表からダスト巻き上げることができない。という自己矛盾的な結果を示している。Joshi et al. (1997) はダストのない場合の大規模層による地表摩擦は、ダストを地表から巻き上げるのに必要な風の半分以下であることを示した。Wilson and Hamilton (1996) は、可視光に対するダストの光学的厚さ（τ）が0.3というダストの少ない場合 GCM で計算される最下層（〜100 m）の風速はダストを巻き上げるのに必要な地表摩擦を生じさせることができない、と報告した。Wilson and Hamilton (1996) は GCM では表現できていない局所的な風のゆらぎを考慮すれば、ダストの巻き上げに必要な地表摩擦を得ることができるのではないか、と推測をしている。しかし風のゆらぎの実体がどのようなものであるかは実はしてはいない。

そのような風のゆらぎの1つとして放射加熱と地表面からの顕熱で駆動される鉛直対流にともなう風が考えられる。実際に過去の探査衛星による観測データからそのような対流の存在は指摘されている。Hess et al. (1977) はバイキング1号着陸船によって観測された風速時系列に現れる周期20分、振幅が数 msec⁻¹ の変動、数 km の水平スケールを持つ熱対流によるものであると指摘している。Ryan and Lucich (1983) は風速、風向、気温の時間変動の相互の関係から、2つのバイキング着陸点では対流性の渦が頻繁に発生していたと結論した。

しかし火星大気の鉛直対流に注目した研究はこれまでほとんど行われてこなかったため、そのような対流はどのような性質を持つものなのかはまだよくわからない。鉛直1次元モデルを用いた研究によれば、対流層の厚さはダストのない場合は9〜10 km (Flasar and Goody, 1976; Pollack et al., 1979)、可視光に対するダストの光学的厚さが0.3〜0.5の場合は3〜4 km (Savijärvi, 1991b; Haberle et al., 1993) である。しかしこれらの鉛直1次元モデルでは対
流の流れ場を陽に表現することはできないので、対流にともなう風速の大きさ、循環パターンについての情報を得ることはできない。

火星大気における鉛直対流に注目した研究がこれまで行われてこなかった理由は大気循環研究の歴史的経緯にある。地球を対象とした大気循環研究の主要な目標は、天気予報を行うための大循環場の理解と数値モデル（GCM）の開発にあった。GCM を用いて大循環場を知るためには大気の鉛直温度構造と急変率分布をあらかじめ把握しておく必要があった。鉛直 1 次元モデルを用いた研究が GCM の開発に先行して行われた後のためである。大規模場における鉛直対流の影響の重要性は認識されていなかった。しかし鉛直対流は大規模場に比べ相対的に高い時間空間分解能を必要とするため、その観測と直接数値計算は傾圧不安定等の大規模場の変動を対象とした場合に比べ困難であった。火星を対象とした大気循環研究は地球を対象とした場合と同様に経緯をたどってきたので、GCM を用いた研究が先に行われてきたのである。

地球大気における鉛直対流である積雲対流の研究は 1990 年代に大きく進展した。この理由はドップラーレーダーを用いた積雲観測の進展と、積雲対流の直接数値計算が可能となるような計算機が利用できるようになったためである。ドップラーレーダーを用いた観測により日変化の時間スケールで生じる個々の対流雲の持つ循環構造が明らかになってきた。個々の対流雲を分解できるような時間空間分解能と対流にともなう自然な循環を表現できるような計算領域を同時に確保できるような数値計算は、1990 年代のスーパーコンピュータが利用できるようになったことによって初めて実行可能になったのである。

積雲対流の直接数値計算が可能となった今日、同様の手法を火星大気の鉛直対流に対しても適用することができるだろう。本研究では対流の流れ場を陽に表現する数値モデルを構築し、火星大気における鉛直対流の様子を調べることにする。火星大気中の水蒸気量は非常に少なく、その凝結加熱の効果は放射加熱に比べ無視できる（例えば Zurek et al., 1992 を参照）。大気成分である CO 2 の凝結は極域を除き考慮しなくてよい。したがって火星大気の対流は基本的には乾燥大気の対流である。地球大気においても地表付近の高度 1 〜 2 km 内にある気境界層では乾燥対流が生じている。しかし火星大気では対流圈全体が乾燥対流領域となる。そのような乾燥大気対流はこれまでほとんど調べられていない。


鉛直対流にともなう風によってダストが巻き上げられた場合、ダストの放射加熱は対流の循
環場に有意な影響を及ぼす可能性がある。ダストを巻き上げた上昇流はダストによる放射加熱によってさらに強めるられるかもしれない。対流によってダストがよく混合されると、対流層の厚さは鉛直1次元モデルで得られた結果のようにダストのない場合に比べ小さくなると想像される。しかしこれまで対流によるダスト混合と巻き上げられたダストによる鉛直対流への影響は全く調べられていないので、実際にどのような現象が発生するかはわからない。ダストによる対流への影響を調べるためにはまずダストのない場合の対流の様子を把握する必要がある。そこで本研究ではまずダストのない場合の鉛直対流の様子を調べ、次に鉛直対流にともなう風によってダストが巻き上げられた場合のダスト混合の様子と、ダストによる鉛直対流への影響について調べることにする。
下記第2章では本研究で使用した数理モデルと離散化、実験設定について解説する。第3章と第4章ではそれぞれダストのない場合とある場合の鉛直対流の数値計算結果について示す。第5章では本研究の結果をふまえていくつかの議論を行う。
第2章 数値モデル


2.1 数理モデル

まずモデルの概要を簡単に以下に示す。Nakajima (1994) のモデルから変更したのは地表フ ラックスモデル、新たに追加したのはダスト、放射、地表面熱収支の取り扱いである。

乱流モデル Klemp and Wilhelmson (1978) の 2 次クロージャーモデル.
地表フラックス Louis (1979) によるパルク法.
ダスト 重力沈降を考慮した移流拡散程式。沈降速度は Conrath (1975) の方法で計算。粒径分布は Toon et al. (1977) の分布関数。巻き上げフラックスの値は White et al. (1997) の実験値。
放射 CO₂ 放射は Goody のバンドモデル。考慮する波長帯は赤外と近赤外 (15, 4.3, 2.7, 2.0 μm バンド)。吸収強度と吸収線幅の値は Houghton (1986) の値を使用。

ダスト放射は δ-Eddington 近似で計算。考慮する波長帯は赤外と可視で合計 3 バンド。バンドの取り扱いと消散効率、1 次散乱アルベド、非対称因子の値は Forget et al. (1999) のそれに準じる。

地表面熱収支 一次元熱伝導モデル。物性パラメータは Kiffer et al. (1977) の標準モデルの値。
2.1.1 大気モデル

大気は2次元の非弾性方程式系（Ogura and Phillips, 1962）でモデル化する。感星の自転効果は考慮しない。非弾性方程式系は音波を含まない方程式系なので、音波を含む方程式系を用いた場合に比べ数値計算を行う際に時間刻みを長くとれるという利点がある。同じく音波を含まないプシネスク方程式系とは異なり、非弾性方程式系には基本場の密度成層が考慮されている。そのためスケールハイト程度の深さを持つような対流を記述することができる。鉛直1次元モデルによって予想されているダストのない火星大気中の対流の厚さは、放射平衡温度から計算される火星大気のスケールハイト（例えばZurek et al., 1992を参照）と同程度である。したがって非弾性方程式系は火星大気対流の記述にも適用できると考えられる。

\[
\frac{du}{dt} = -c_p \Theta_o \frac{\partial \pi}{\partial x} + D(u), \tag{2.1}
\]
\[
\frac{dw}{dt} = -c_p \Theta_o \frac{\partial \pi}{\partial z} + g \frac{\theta}{\Theta_o} + D(w), \tag{2.2}
\]
\[
\frac{\partial (\rho_0 u) + \partial (\rho_0 w)}{\partial x} = 0, \tag{2.3}
\]
\[
\frac{d\Theta_o}{dt} + w \frac{\partial \Theta_o}{\partial z} = \frac{\Theta_o}{T_0} Q_{rad} + D(\Theta + \Theta_o), \tag{2.4}
\]

(2.1), (2.2) はそれぞれ水平および鉛直方向の運動方程式、(2.3) は連続の式、(2.4) は熱力学の式である。\(x, z, t\) はそれぞれ水平、鉛直、時間座標、\(u, w\) はそれぞれ水平風速と鉛直風速、\(\theta, \pi\) はそれぞれ温度と無次元圧力関数の基本場からの偏差である。\(\rho_0, \Theta_0, T_0\) はそれぞれ基本場の密度と温度である。\(g\) は重力加速度であり、ここでは \(g = 3.72\) m/sec\(^{-2}\) とする。\(Q_{rad}\) は放射加熱（冷却）であり、後述の放射過程により与えられる。（2.1）〜（2.4）式中の \(D(\cdot)\) 項は数値モデルの空間格子間隔以下の乱流による混合の寄与で、以下のように表される。

\[
D(\cdot) = \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial (\cdot)}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho_0 K \frac{\partial (\cdot)}{\partial z} \right]. \tag{2.5}
\]

ここで \(K\) は（2.9），（2.10）式で計算される乱流拡散係数である。

無次元圧力関数 \(\Pi\) と温度 \(\Theta\) は以下の式で定義される。

\[
\Pi \equiv \left( \frac{P}{P_{00}} \right)^\kappa = \Pi_0 + \pi, \quad \Pi_0 = \left( \frac{P_0}{P_{00}} \right)^\kappa
\]
\[
\Theta \equiv T \Pi^{-1} = \Theta_0 + \theta, \quad \Theta_0 = T_0 \Pi_0^{-1}
\]

ここで \(P\) は圧力、\(P_0\) はその基本場の値、\(P_{00}\) は参照気圧（= 7 hPa）、\(\kappa = R/c_p\) である。\(c_p\) は単位質量あたりの定圧比熱、\(R\) は単位質量あたりの気体定数である。\(c_p, R\) は \(CO_2\)の値（それ
それ734.9 J kg\(^{-1}\)K\(^{-1}\), 189.0 J kg\(^{-1}\)K\(^{-1}\)）を使用する。基準面の温度圧力構造は静水圧の式と理想気体の状態方程式から計算される。

\[
\frac{dP_0}{dz} = -\rho_0 g, \tag{2.6}
\]

\[
P_0 = \rho_0 RT_0. \tag{2.7}
\]

無次元圧力関数の偏差\(\pi\)は(2.1)〜(2.3)式を変形して得られる以下の式から診断される。

\[
cp\Theta_0 \left[ \rho_0 \frac{\partial^2 \pi}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \frac{\partial \pi}{\partial z} \right) \right] = \frac{g}{\Theta_0} \frac{\partial (\rho_0 \theta)}{\partial z} \\
- \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho_0 \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} - D(u) \right) \right] \\
- \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho_0 \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} - D(w) \right) \right]. \tag{2.8}
\]

### 2.1.2 乱流パラメタリゼーション

乱流拡散係数\(K\)はKlemp and Wilhelmson (1978)に従い乱流運動エネルギー\(\varepsilon\)から計算する。熱に対する拡散係数は運動量に対する拡散係数に等しいとする。地球大気中の積雲対流のシミュレーションにおいては、Klemp and Wilhelmson (1978)のパラメタリゼーションは空間格子スケール以下の乱流の表現に成功している。本研究では火星大気中の乱流の表現に対してもこのパラメタリゼーションを応用できると仮定する。

\[
\frac{d\varepsilon}{dt} = BP + SP + D(\varepsilon) - \frac{C_\epsilon \varepsilon^{3/2}}{l}, \tag{2.9}
\]

\[
K = C_m \sqrt{\varepsilon} l. \tag{2.10}
\]

ここで\(C_\epsilon = C_m = 0.2, BP, SP\)はそれぞれ浮力とシェアーによる乱流エネルギー生成項で

\[
BP = -\frac{g}{\Theta_0} K \frac{\partial (\theta + \Theta_0)}{\partial z}, \tag{2.11}
\]

\[
SP = 2K \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{2}{3} \varepsilon \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + K \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, \tag{2.12}
\]

と表される。\(l\)は混合距離でモデルの鉛直格子間隔が高度のどちらか小さい方の値を与える。

\[
l = \max(\Delta z, z).
\]
2.1.3 地表フラックスパラメタリゼーション

地表からの運動量と熱のフラックス $F_u, F_\theta$ は Louis (1979) のパラメタリゼーションを用いて計算する。熱に対するパルク係数は運動量に対するそれに等しいとする。日変化を考慮することと運動量フラックスから計算される地表摩擦の大きさに注目することから、本研究では地表フラックスの計算を丁寧に行う必要がある。地表フラックスの大きさは大気の安定度によって大きく変化する。Louis (1979) のパラメタリゼーションは地表フラックスの大気安定度依存性を簡単に表現することができる方法である。

\[ F_u = -\rho_0 C_D |u_{z=z_1}| u_{z=z_1}, \]
\[ F_\theta = \rho_0 C_D |u_{z=z_1}| (T_{sfc} - T_{z=z_1}). \] (2.13) (2.14)

ここで $u_{z=z_1}, T_{z=z_1}$ はモデル最下層高度 $z_1$ での水平風と温度, $T_{sfc}$ は地表面温度である。パルク係数 $C_D$ は

\[ C_D = \begin{cases} 
C_{Dn} \left( 1 - \frac{a \text{Ri}_B}{1 + c |\text{Ri}_B|^{1/2}} \right) & \text{for } \text{Ri}_B < 0, \\
C_{Dn} \left( \frac{1}{1 + b |\text{Ri}_B|^{1/2}} \right) & \text{for } \text{Ri}_B \geq 0. 
\end{cases} \] (2.15)

から計算される。ここで

\[ C_{Dn} = \left( \frac{k}{\ln(z_1/z_0)} \right)^2, \quad a = 2b = 9.4, \quad c = 0.74 \cdot ab \left( \frac{z_1}{z_0} \right)^{1/2}, \] (2.16)

であり, $k$ はカルマン定数, $z_0$ は地表面粗度である. $k = 0.35, z_0$ は Sutton et al., (1978) に従い 1 cm とする. $\text{Ri}_B$ はパルクリチャードソン数で,

\[ \text{Ri}_B = \frac{g z_1 (\Theta_{sfc} - \Theta_{z=z_1})}{\Theta_{z=z_1} u_{z=z_1}}. \] (2.17)

として評価される. ここで $\Theta_{z=z_1}, \Theta_{z=z_1}$ はモデル最下層の温位と水平平均温位, $\Theta_{sfc}$ は地表面の温位 ($= T_{sfc}$) である.

2.1.4 ダストのモデル

ダストの質量混合比 $q$ はダストの重力沈降を考慮したスカラー量の移流拡散方程式で計算する.

\[ \frac{dq}{dt} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 W q) = D(q). \] (2.18)
ダストの重力沈降速度 \( W \) は Conrath (1975) に従って以下の式で与える。

\[
W = -\frac{4 \rho_d g r^2}{3 \eta} \left( 1 + \frac{\lambda_r p_r}{r P_0} \right).
\]  

(2.19)

ここで \( \rho_d \) はダスト粒子の密度, \( r \) はダスト粒子の半径, \( \eta \) は大気の粘性率, \( \lambda_r \) は圧力 \( p_r \) での
大気分子の平均自由行程である. 本研究では \( \rho_d = 3000 \, \text{kgm}^{-3}, \eta = 1.5 \times 10^{-5} \, \text{kgm}^{-1} \text{sec}^{-1}, \)
\( p_r = 25 \, \text{hPa}, \lambda_r(p_r) = 2.2 \times 10^{-6} \text{m} \) とする. 本来は粒子の異なるダストごとに (2.19) を計算
する必要がある. しかし本研究では計算を簡単にするため (2.19) 式中の粒子 \( r \) の値は後述する
(2.37) 式中のモード半径 \( r_m \) の値で代用させる.

地表面からのダストの巻き上げは地表摩擦 \( \tau_m \equiv |\vec{F}_u| \) がある閾値 \( \tau_{mc} \) を超えた場合に起こ
ると仮定する. その場合のダスト質量フラックス \( F_q \) は White et al. (1997) によって実験的
に得られた値を用いる. すなわち,

\[
F_q = \begin{cases} 
3.7 \times 10^{-6} \, \text{kgm}^{-2} & \text{for } \tau_m \geq \tau_{mc}, \\
0 & \text{for } \tau_m < \tau_{mc}.
\end{cases}
\]  

(2.20)

閾値 \( \tau_{mc} \) の与え方は第 4 章に示す.

2.1.5 放射モデル

(2.4) 式中の放射加熱 (冷却) 項 \( Q_{rad} \) は, 放射伝達方程式を解いて得られる放射フラックスの
収束 (発散) により計算される. 考慮する放射過程は火星大気の主成分である CO₂ による赤
外放射の吸収・散乱・放射と近赤外波長域での太陽放射吸収, ダストによる太陽放射と赤外放射
の吸収・散乱・放射である. CO₂ による散乱は考慮しない. CO₂ の赤外放射は地表面近の主
要な放射加熱 (冷却) 源である (例えば Savijärvi, 1991b). 成層圏の温度分布は CO₂ による近
赤外波長域での太陽放射吸収による加熱と CO₂ の赤外放射冷却ととの調和で決められる
(Gierasch and Goody, 1967). ダストの赤外放射は夜間の放射冷却の計算において無視するこ
とができない.

明らかに放射加熱項 \( Q_{rad} \) は以下のように表される.

\[
Q_{rad} = Q_{rad,IR} + Q_{rad,NIR} + Q_{rad,dust,SR} + Q_{rad,dust,IR}.
\]  

(2.21)

ここで \( Q_{rad,IR}, Q_{rad,NIR}, Q_{rad,dust,SR}, Q_{rad,dust,IR} \) はそれぞれ CO₂ 赤外放射加熱, CO₂ 近赤外
放射加熱, ダストの太陽放射加熱, ダストの赤外放射加熱を表す. 以下にそれぞれの扱いと
計算方法を示す.
CO₂の放射

CO₂の放射は赤外放射、太陽放射ともにGoody バンドモデルに従って計算する（例えば Goody and Young, 1989 を参照）。バンドモデルを使用したのはダストのない場合の成層圏にあたる高度 10〜15 km の温度分布を精度よく計算するためである。赤外放射は CO₂ 15 μm バンドの寄与だけを計算する。大気中における上向き、および下向き赤外放射 $F_{IR}^{+}, F_{IR}^{-}$、それによる放射加熱 $Q_{rad,1R}$ は以下の式から計算される。

$$
F_{IR}^{+}(z) = \sum_{i} \Delta \nu_{i} \left\{ \pi B_{\nu_{i}}(z = 0) \mathcal{T}_{i}(0, z) + \int_{0}^{z} \pi B_{\nu_{i}}(z') \frac{dT_{i}(z', z')}{dz'} dz' \right\}, \quad (2.22)
$$

$$
F_{IR}^{-}(z) = \sum_{i} \Delta \nu_{i} \left\{ \int_{z}^{\infty} \pi B_{\nu_{i}}(z') \frac{dT_{i}(z, z')}{dz} dz' \right\}, \quad (2.23)
$$

$$
Q_{rad,1R} = - \frac{1}{\rho_{0} c_{p}} \frac{\partial}{\partial z} \left( F_{IR}^{+}(z) - F_{IR}^{-}(z) \right). \quad (2.24)
$$

ここで $\Delta \nu_{i}$ はバンド幅、$B_{\nu_{i}}$ はプランク関数。

$$
B_{\nu_{i}} = \frac{2hc^{2} \nu_{i}^{3}}{e^{hc \nu_{i}/kT} - 1} = \frac{1.19 \times 10^{-8} \nu_{i}^{3}}{e^{1.438 \nu_{i}/T} - 1}, \quad (2.25)
$$

である ($h$ はプランク定数、$c$ は光速、$k$ はボルツマン定数、$T$ は温度である）。$\mathcal{T}_{i}(z, z')$ は波数 $\nu_{i}$ のまわりで幅 $\Delta \nu_{i}$ で平均した透過関数で、以下の表現を用いる。

$$
\mathcal{T}_{i}(z, z') = \exp(-W_{i}/\Delta \nu_{i}), \quad W_{i} = \frac{s_{i} u(z, z')}{\sqrt{1 + s_{i} u(z, z')/\alpha_{i}^{2}}},
$$

$$
u(z, z') = \int_{z}^{z'} 1.67 \rho_{0} dz, \quad \alpha_{i}^{2} = \alpha_{0} \uptheta/p_{0}, \quad \uptheta = \int_{z}^{z'} P_{0} du/u.
$$

ここで $s_{i}$ は吸収線強度、$\alpha_{i}^{2}$ は吸収強度と吸収線幅との積の平方根、$\alpha_{i}$ はその基準値、$u$ は有効光路長、$p_{0}$ は基準圧力 (1013 hPa) である。

近赤外太陽光の CO₂ による吸収は、CO₂ の 4.3 μm, 2.7 μm, 2.0 μm バンドを考慮する。当該バンド領域の下向き放射 $F_{NIR}^{+}$ とその収束による放射加熱 $Q_{rad,N1R}$ は

$$
F_{NIR}^{+}(z) = \sum_{i} \Delta \nu_{i} \left\{ S_{\nu_{i}} \mathcal{T}_{i}(\infty, z) \mu_{0} \right\}, \quad (2.26)
$$

$$
Q_{rad,N1R} = \frac{1}{\rho_{0}} \frac{\partial F_{NIR}^{+}(z)}{\partial z}. \quad (2.27)
$$

で表される。ここで $\mu_{0} = \cos \zeta, \zeta$ は太陽天頂角、$S_{\nu_{i}}$ は大気上端での入射太陽放射で,
\[ S_{\nu_{i}} = B_{\nu_{i}} T_{\text{sol}} \left( \frac{F_{s}}{\sigma T_{\text{sol}}^4} \right), \]  
\[ F_{s} = I_{0} \left( \frac{r_{0}}{r} \right)^{2} \mu_{0}, \]  
(2.28)  
(2.29)

である。ここで \( T_{\text{sol}} \) は太陽表面温度 (5760 K), \( \sigma \) はボルツマン定数 (5.67 × 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}), \( I_{0} \) は火星軌道上の平均太陽定数 (591 Wm^{-2}), \( r \) は火星と太陽の平均距離, \( r_{0} \) はその平均値, \( F_{s} \) は全波長で積分された大気上端での入射太陽放射である。\( F_{s} \) は季節、緯度、時刻によって変化する。\( F_{s} \) と \( \cos \zeta \) の計算方法の詳細は付録第 A 章に示す。

波数平均された透過関数は、赤外放射の場合と同じように計算する。ただし有効光路長 \( u \) は

\[ u(z, z') = \int_{z}^{z'} 1.67 \rho_{0} \, dz / \mu_{0}, \]

である。

バンドの取り方は Savijärvi (1991a) に準じている。吸収強度と吸収線幅の値は Houghton (1986) の巻末付録の表にある \( T = 220 \, \text{K} \) の値を使用した。バンドの取り方と吸収強度、吸収線幅の詳細は付録第 B 章に示す。

ダストの放射

ダストによる太陽放射、赤外放射の吸収、散乱、射出はともに \( \delta \)-Eddington 近似 (例えば Liou, 1980 を参照) を用いて計算する。\( \delta \)-Eddington 近似は非等方な散乱のある大気放射伝達を計算する場合によく用いられる方法である。可視光および赤外光に対するダストの非対称因子はともに前方散乱を表す 0 から 1 の範囲にある (付録第 C 章参照)

ダストによる太陽放射の散光の上向き放射フラックス \( F_{\text{diff}, \nu_{i}}^{\uparrow} \), 下向き放射フラックス \( F_{\text{diff}, \nu_{i}}^{\downarrow} \) は以下の式で計算される。

\[ \frac{dF_{\text{diff}, \nu_{i}}^{\uparrow}}{dr_{\nu_{i}}^{*}} = \gamma_{1, \nu_{i}} F_{\text{diff}, \nu_{i}}^{\uparrow} - \gamma_{2, \nu_{i}} F_{\text{diff}, \nu_{i}}^{\downarrow} - \gamma_{3, \nu_{i}} \tilde{\omega}_{\nu_{i}} S_{\nu_{i}} e^{-\tau_{\nu_{i}} / \mu_{0}}, \]  
(2.30)  
\[ \frac{dF_{\text{diff}, \nu_{i}}^{\downarrow}}{dr_{\nu_{i}}^{*}} = \gamma_{2, \nu_{i}} F_{\text{diff}, \nu_{i}}^{\uparrow} - \gamma_{1, \nu_{i}} F_{\text{diff}, \nu_{i}}^{\downarrow} + (1 - \gamma_{3, \nu_{i}}) \tilde{\omega}_{\nu_{i}} S_{\nu_{i}} e^{-\tau_{\nu_{i}} / \mu_{0}}. \]  
(2.31)

境界条件は、大気上端での下向き放射 \( F_{\text{diff}, \nu_{i}}^{\downarrow} \) が 0、大気下端での上向き放射 \( F_{\text{diff}, \nu_{i}}^{\uparrow} \) は \( F_{\text{diff}, \nu}^{\uparrow} \times A \) (\( A \) は地表面アルベド) である。\( \gamma_{1, \nu_{i}}, \gamma_{2, \nu_{i}}, \gamma_{3, \nu_{i}} \) はそれぞれ

\[ \gamma_{1, \nu_{i}} = \frac{1}{4} [7 - (4 + 3g_{\nu_{i}}^{*}) \tilde{\omega}_{\nu_{i}}^{*}], \quad \gamma_{2, \nu_{i}} = -\frac{1}{4} [1 - (4 - 3g_{\nu_{i}}^{*}) \tilde{\omega}_{\nu_{i}}^{*}], \quad \gamma_{3, \nu_{i}} = \frac{1}{4} (2 - 3g_{\nu_{i}}^{*} \mu_{0}), \]
と表される. \( \tau_{v_i}^*, \tilde{\omega}_{v_i}^*, g_{v_i}^* \) は \( \delta \)-Eddington 近似による修正された光学的厚さ, 一次散乱アルベド, 非対称因子で、それぞれ

\[
\tau_{v_i}^* = (1 - \tilde{\omega}_{v_i}^2) \tau_{v_i}, \quad \tilde{\omega}_{v_i}^* = \frac{(1 - g_{v_i}^2) \tilde{\omega}_{v_i}}{1 - \tilde{\omega}_{v_i}^2}, \quad g_{v_i}^* = \frac{g_{v_i}}{1 + g_{v_i}},
\]

である. \( \tau_{v_i}, \tilde{\omega}_{v_i}, g_{v_i} \) はもともとの光学的厚さ, 一次散乱アルベド, 非対称因子である.

ダストによる赤外放射の吸収と散乱, 射出も同様に計算する. ただし太陽直達光の一次散乱を表す項の代わりに熱放射項が付く.

\[
\frac{dF_{\nu,IR}^1}{d\tau_{v_i}^*} = - \gamma_{1,\nu_i} F_{IR,\nu_i}^1 - \gamma_{2,\nu_i} F_{IR,\nu_i}^\uparrow - 2\pi(1 - \tilde{\omega}_{v_i}^*) B_{\nu_i,T} (\tau_{v_i}^*), \quad (2.32)
\]

\[
\frac{dF_{\nu,IR}^\uparrow}{d\tau_{v_i}^*} = \gamma_{2,\nu_i} F_{IR,\nu_i}^1 - \gamma_{1,\nu_i} F_{IR,\nu_i}^\uparrow + 2\pi(1 - \tilde{\omega}_{v_i}^*) B_{\nu_i,T} (\tau_{v_i}^*). \quad (2.33)
\]

境界条件は、大气上端での下向き放射 \( F_{\nu,IR,\nu_i}^1 \) が 0, 大気下端での上向き放射 \( F_{\nu,IR,\nu_i}^\uparrow \) は \( \pi B_{\nu_i,T, \nu} \) である. (2.32), (2.33) 式中のプランク関数 \( B_{\nu_i,T} \) は、バンド内での平均値を用いる.

\[
B_{\nu_i,T} = \frac{1}{\nu_2 - \nu_1} \int_{\nu_1}^{\nu_2} B_{\nu,T} d\nu.
\]

ここで \( \nu_1, \nu_2 \) は各バンドの上端と下端の波長である.

ダスト放射による放射加熱率は以下の式で計算される.

\[
Q_{rad,dust,SR} = - \frac{1}{\rho_a c_p} \frac{d}{dz} \left[ \sum_{\nu_i} \Delta \nu_i \left( F_{d\nu_i}^\uparrow - F_{d\nu_i}^\downarrow - F_{d\nu_i}^\uparrow - F_{d\nu_i}^\downarrow \right) \right], \quad (2.34)
\]

\[
Q_{rad,dust,IR} = - \frac{1}{\rho_a c_p} \frac{d}{dz} \left[ \sum_{\nu_i} \Delta \nu_i \left( F_{IR,\nu_i}^\uparrow - F_{IR,\nu_i}^\downarrow \right) \right]. \quad (2.35)
\]

ここで \( F_{d\nu_i}^\uparrow \) は直達太陽放射フラックスで,

\[
F_{d\nu_i}^\uparrow = \mu_0 S_{\nu_i} e^{-\gamma_{\nu_i}/\mu_0}, \quad (2.36)
\]

である.

2001年1月 (小髙正嗣)
結果は変わらないと判断したからである. 太陽放射に対する消散効率 \( Q_{\text{c,\text{v}}i} \) は Ockert-Bell, et al. (1997) における 0.67 \( \mu \text{m} \) の値 (3.04) を用いる. 赤外波長域の光学的厚さに対する可視波長域の光学的厚さの比は Forget (1998) に従い 2 とする. 考慮する波長帯とダストの光学パラメータ, 光学的厚さの計算方法の詳細は付録第 C 章に示す.

ダストの質量混合比から光学的厚さを求めるためには, ダストの有効半径 \( r_{\text{eff}} \) が必要となる. 有効半径はダストの粒径分布から計算される（付録第 C 章を参照）. 本研究ではダストの粒径分布として Toon et al. (1977) で用いられた変形ガンマ関数分布を仮定する.

\[
\frac{dn(r)}{dr} = n_0 r^\alpha \exp \left[ -\left( \frac{r}{r_m} \right)^\gamma \right],
\]

ここで \( \alpha = 2, \gamma = 0.5, r_m = 0.4 \mu \text{m} \) とする. このとき有効半径は 2.5 \( \mu \text{m} \) (Pollack et al., 1979) となる.

### 2.1.6 地表面熱収支モデル

地中の温度は一次元の熱伝導方程式を解いて計算する.

\[
\rho_g c_p, g \frac{\partial T_g}{\partial t} = k_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial z^2}.
\]

ここで \( T_g \) は地中温度 (K), \( \rho_g \) は地表面物質の密度 (kgm\(^{-3}\)), \( c_{p, g} \) は地表面物質の比熱 (Jkg\(^{-1}\)K\(^{-1}\)), \( k_g \) は熱伝導率 (Wm\(^{-1}\)K\(^{-1}\)) である. 地表面温度 \( T_{\text{sc}} \) は \( T_{\text{sc}} = T_g \mid z=0 \) で与えられる.

地表面での境界条件は,

\[
-k \frac{\partial T}{\partial z} \bigg|_{z=0} = -F_{\text{SR}}(1 - A) + F_{\text{IR,net}} + H,
\]

である. ここで \( F_{\text{SR}} \) は地表面での太陽放射フラックス (鉛直下向きを正), \( A \) は地表面での反射能 (アルベド). \( F_{\text{IR,net}} \) は地表面から射出される正味の赤外放射フラックス. \( H \) は地表面から大気へ輸送される顕熱フラックスである. 赤外放射, 顕熱フラックスは鉛直上向きを正にとっている. 計算領域下端における境界条件は断熱壁を置く.

アルベド, 地面物質の密度と比熱, 熱伝導率は Kiffer et al. (1977) の標準モデルにおけるパラメータを用いる. すなわち \( A = 0.25, \rho_g = 1650 \text{ kgm}^{-3}, c_{p,g} = 588 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}, k_g = 7.63 \times 10^{-2} \text{JK}^{-1}\text{m}^{-1}\text{sec}^{-1} \) とする. このとき熱慣性 \( I \equiv \sqrt{\rho_g c_{p,g} k_g} \) は 272 Wm\(^{-2}\)sec\(^{1/2}\)K\(^{-1}\), 日変化の周期 \( t_d \) に対する表皮深さ \( \delta_d \equiv \sqrt{k_g t_d / (\rho_g c_{p,g})} \) はおよそ 8.2 cm となる.
2.2 離散化の方法

第 2.1 節に示した数理モデルの離散化方法を概説する。詳細は付録第 D 章に示した。

2.2.1 空間差分

基礎方程式は直交 Lorenz 型スタッガード格子上の有限差分によって離散化する。スカラー
量（温度、ダスト混合比、乱流エネルギー）の移流と連続の式は 4 次中央差分で離散化する。4
次中央差分を用いたのは温度の計算を精度よく行うためである。運動量の移流と圧力の空
間微分、乱流拡散項、ダストの重力沈降は 2 次中央差分で離散化する。中央差分に伴う格子
サイズの数値的ノイズを消去するために、乱流エネルギーとダスト混合比に対してはラプ
ラシアンの 3 乗に比例する人工粘性を、運動量については速度の空間勾配の 2 乗に比例す
る人工粘性を加えている。Nakajima (1994) で与えられている温差に対する人工粘性は本研
究では使用しない。予備的計算において地表付近に形成される熱境界層の温度構造を破壊
してしまうことがあったためである。

放射伝達方程式、地面熱伝導方程式の離散化も 2 次中央差分で行う。CO$_2$ の赤外放射フラッ
クスを計算する際の鉛直積分は台形公式を用いて行う。

2.2.2 時間差分

運動方程式、熱力学的式、乱流エネルギーの式、ダスト移流の式中的移流項と浮力項につい
ては leap frog スキームを用いる。ただし数值解の安定性のため、10 ステップに 1 回前進差
分を用いる。放射加熱項と乱流拡散項に対しては全ての時間で前進差分を用いる。ダストの
放射伝達方程式 (2.30), (2.31) 式および (2.32), (2.33) 式は行列の反復計算で解く。反復回数は
4 回とした。地中の熱伝導方程式 (2.38) の時間差分は Crank-Nicolson 法を用いた。これは初期
温度分布の計算に使用した鉛直 1 次元モデルにおける扱いに揃えるためである (付録第 E 章
参照)。時間刻みは 0.5 秒または 1 秒である。この大きさはモデル大気中の最も速い内部
重力波位相速度 ($c_g = \frac{N}{m} \sim 10^{-2}/(\pi/L_z)$, $N$ は浮力振動数, $L_z$ は鉛直計算領域) と CFL 条件
から決まる時間刻み程度である。放射加熱（冷却）の計算は 60 秒に 1 回行う。放射加熱計算
の時間格子間隔は対流にともなう温度場の変化に放射場が追従できるように決めた。60 秒
という大きさは、対流にともなう風速のオーダーを 10 m sec$^{-1}$、対流層の厚さは 1 〜10 km の
オーダーであると仮定すると対流にともなう温度変化の時間スケールは 100 〜1000 sec 程
度となることによる。

2001 年 1 月 (小高 正嗣)
2.3 実験設定

2.3.1 計算領域, 分解能, 境界条件

大気部分の計算領域は水平に 51.2 km, 鉛直に 20 km である。ただし放射計算を正確に行うために、温度場だけを計算する層を大気部分の領域外に 1 層追加する。水平格子間隔は 100 m, 鉛直格子間隔は高度 100 m 以上では 100 m, 高度 100 m 以下には z= 50, 25, 12.5, 6.25, 3.125 m に鉛直格子点をとる。スタガード格子のためモデル最下層の水平風は高度約 1.5 m で評価される。境界条件は水平に周期境界条件、下部境界では鉛直風を 0、上部境界は応力無し条件を置く。ダストのない場合の成層圏にあたる高度 9 km 以上の領域では、対流により励起される重力波を減衰させるため水平風と鉛直風に対する乱流拡散係数に人工的な値を付加した。人工的に加えた乱流拡散係数の大きさは 1000 m$^2$ sec$^{-1}$ である。人工的に加えた乱流拡散係数は高度 9 km から 7 km にかけて線形に 0 へ減少させる。

大気部分の格子間隔は分解能を変えたいいくつかの予備的計算によって決定した。計算結果を示した第 3.1.2 節で触れるが、計算された対流ブリーム数 100 m スケールの構造を持つ。格子間隔を 100 m から 200 m に変更した計算では、対流ブリームの持つ微細な構造が若干失われてしまう結果が得られた。地表付近の鉛直分解能を高めた理由は熱境界層内の温度構造を表現するためである。計算された日中時の対流ブリームの持ち温位偏差は熱境界層内の温位差に対応していた。それゆえ熱境界層の表現がよくないと期待される強さの対流が表現できなくなることが予想される。

地面の鉛直計算領域は日変化の表皮深さ $\delta_0$ の 6 倍までと、鉛直格子間隔は不等である。具体的な格子点の場所は $z/\delta_0 = -0.1, -0.2, -0.35, -0.53, -0.79, -1.2, -1.8, -2.7, -4.0, -6.0$ である。

2.3.2 初期条件, 基本場, パラメータ

大気の基本場として与える温度分布は、第 2.1 節で示したモデルと同じ物理過程。パラメータを持つ鉛直 1 次元放射対流モデルを用いて計算した LT=06:00 時における鉛直温度である。基本場の密度と圧力はその温度分布と静水圧の式 (2.6), 状態方程式 (2.7) を用いて計算される。鉛直 1 次元モデルの詳細と温度分布の計算方法、実際に基本場として用いた温度分布は付録第 E 章に示す。

ダストのない場合の初期条件は水平一様温度分布。静止大気を与える。鉛直温度分布は上記の基本場の温度分布である。さらに計算開始直後の対流の発生を容易にするため、最下層高度 (z=3.125 m) の格子点に ±3 K の振幅内におさまる温位擾乱を乱数的に加えた。地中温度は基本場の温度分布を計算した鉛直 1 次元モデルで計算した温度を用いる。ダストのある場合の初期条件については第 4 章に示す。
ダストのある場合、ダストのない場合ともに大気上端の入射太陽放射量は北半球夏（火星中心黄径 $L_s = 100^\circ$）の $20^\circ$N の条件に固定する。季節条件は北半球の夏至 ($L_s = 90^\circ$) 付近であり、緯度はバイキング 1 号の着陸点の緯度（北緯 $22.4^\circ$）に近い。

### 2.3.3 必要な計算機資源

数値計算は京都大学大型計算機センター、および文部省宇宙科学研究所宇宙科学企画情報解析センターにある富士通 VPP800 システムにおいて行った。必要な計算機資源は主記憶約 256 メガバイト、時間格子間隔 0.5 秒で 24 時間計算を行う場合の CPU 時間は約 8 時間である。
第3章 ダストのない場合

本章ではダストのない場合の計算結果とそれにに関する考察を示す。計算は初期条件から3日間行った。3日目の計算結果には規則的な日変化が観察され、水平平均温位分布を2日目の同時刻のそれと比べると温位の違いは0.1Kのオーダーとなった。これよりほぼ熱的に平衡状態にあると判断し、3日目の計算結果を解析した。

3.1 計算結果

3.1.1 平均場の日変化

図3.1、図3.2は水平平均した温度と温位の時間変化の様子を示したものである。それぞれ日中と夜間の結果である。日中は温位が鉛直に一様な層が形成される。この領域では対流による熱輸送が卓越している（図3.9参照、以下この領域を対流層と呼ぶ）。対流層の厚さは夜間に形成される温度逆転層を解消すると急激に成長し、最大約10kmとなる。地表付近には不安定な温層構造を持つ熱境界層が形成される（拡大図は図3.3）。夜間は赤外放射冷却によって高度2km以下に強い温度逆転層が形成される。高度10km以上の安定成層領域（以下この領域を成層層と呼ぶ）では、温度の日変化振幅は2K程度である。成層層の日中の温度上昇はCO₂の近赤外放射加熱によってなされている。

図3.1に示したLT=16:00の対流層の厚さは、同じ季節と緯度条件で計算されたPollack et al. (1979)の鉛直1次元放射対流モデルの結果に比べ約1km厚い。これは成層層への対流ブリームの入射が表現されるようになったためである。図3.2に示した夜間の温度分布はPollack et al. (1979)の結果にほぼ一致する。

図3.1の高度1km以下の温度分布を拡大したものが図3.3である。LT=12:00の熱境界層の厚さは約200mで、層内の温位差（温度差）は7〜8Kである。この温位差は高度50m以下の領域に集中している。このことから日中の熱境界層の表現のためには地表付近、特に高度50m以下において高い鉛直分解能が必要であったことが理解される。

図3.4は水平平均した地中温度、地表面温度、地表気温（高度約1.5m）の日変化である。地中温度の日変化は表皮深さδ_dの範囲にほとんど集中する。地表面温度の日変化の振幅は約100Kである。日中の地表面温度は入射太陽放射と放射する赤外放射とのなりあいでおよそ平衡状態にあると示すことができ、計算された地表気温の日変化の様子はパイキング1号着陸点での
図 3.1: 地表気温の日変化の様子。左: ダストのない場合。右: ダストの有る場合。LT=18:00 ～ 翌06:00 まで4時間毎の結果。図中の数字は時刻を表す。

観測結果 (高度1.6 m, Hess et al., 1977) と定性的に一致する。定量的に比較すると、地表気温の最大値は観測結果よりも 2～3 K 低く。夜間 LT=00:00 以降の地表気温は観測結果に比べ5～12 K 低い。これらの計算結果と観測値のずれの原因はよくわからないが、ここではこだわらないことにする。

### 3.1.2 対流場の様子

対流場の日変化の様子を温位の水平平均値からの偏差で示したのが図 3.5 である。計算された対流は対流セルの空間スケールが鉛直方向に約 10 km、水平方向に数 km となるようなキ
図 3.4: (左) 水平平均した地中温度の日変化。LT=08:00 ～ 翌 06:00 まで 6 時間毎の結果。図中の数字は時刻を表す。縦軸の深さは日変化の表皮深さ \( \delta_d \) の単位で示している。(右) 水平平均した地表面温度と地表気温の日変化。1 時間毎の結果。実線は地表面温度、破線は地表気温を示す。地表気温は高度約 1.5 m での値。いずれもダストのない場合の結果。

ロメータサイズの対流である。対流場には非定常な対流ブリュームが多数存在する。対流層の厚さとブリューム上昇域の間隔から見積もられる対流セルの縦横比は時刻を問わず 2:1 である。対流ブリュームの持つ温位偏差は午前中は 1〜2 K、午後は 2〜3 K 程度である。対流ブリュームの幅は平均的には数 100 m 前後。対流の発達した午後には 1 km 弱となることもある (図 3.7 参照)。成層圈にはある周期性を持った正負の温位偏差パターンが観察される。これは成層圈への対流ブリュームの貫入によって励起された重力波にともなうものである。

対流は LT14:00〜16:00 にかけて最も活発となる。図 3.6 に LT=14:50 の鉛直風、水平風、温
図 3.5: ダストのない場合の対流場の日変化の様子。温位の水平平均値からの偏差を示した。LT=07:00 ～ 18:00 までの 1 時間毎の結果。等値線間隔は 1 K。負の領域にトーンを施してる。
図 3.6: ダストのない場合の LT=14:50 における対流場の様子。（上段）鉛直風（中段）水平風と高度 1.5 m における水平風（下段）温位の水平平均値からの偏差。等値線間隔は風速について 5 msec⁻¹、温位偏差については 1 K である。温位偏差が負の領域にトーンを施している。
図 3.7: 日中時の温位偏差. ダストのない場合. 計算領域中のとある 10 km × 10 km の領域を LT=14:00 から 10 分毎に示した. 等価線間隔は 1 K. 負の領域にトーンを施してある.

位の水平平均値からの偏差を示す. 上昇域と下降域の幅は同程度であり. 下降域でも上昇域と同程度の大きさの風が吹く. 鉛直風速は 20 msec⁻¹ を超え. 水平風速は 10~20 msec⁻¹ 前後の値となる. モデルの最下層である高度 1.5 m においても 10 msec⁻¹ 以上の風が吹く. 他の時刻では鉛直風速は 30 msec⁻¹. 水平風速は 20 msec⁻¹ に及ぶこともあった. 温位偏差が正の領域は上昇域中心付近の狭い領域に限られている. 下落域で温位偏差が正となる場所では. 成層圏まで上昇した正の温位偏差を持つブリュームが下方から引き続き上昇してくるブリュームに押しつけられ強制的に下降している. 強制的に下降したブリュームの断片は対流層内でさらに渦の運動を示す. この結果. 対流層内の混合は非常に効率よく行われる.

対流に伴う風の大きさは. 上昇する対流ブリュームの持つ浮力の自由加速によって説明することができる. 重力加速度を g. 対流ブリュームの持つ温位偏差を Δθ. 平均温位を θ. 対流層の厚さを h とすると. 速度 v は以下のように見積もられる.

\[
v = \sqrt{\frac{g \Delta \theta h}{\theta}} \sim \sqrt{\frac{3.72 \text{ msec}^{-2} \cdot 3 \text{ K} \cdot 10 \text{ km}}{240 \text{ K}}} \sim 20 \text{ m/sec}^{-1}.
\] (3.1)

LT=14:00 付近の温位偏差を 10 分毎に示したのが図 3.7 である. 対流ブリュームは地表付近の熱境界層がはがれるように形成される. 地表付近の温位偏差は数 K に達しているが. ブリュームの持つ温位偏差は 2~3 K 程度である. つまりブリュームは熱境界層からはがれる
3.1.3 地表摩擦の日変化

図 3.8: 地表摩擦（絶対値）の日変化. ダストのない場合. LT=06:00～18:00 の結果. 実線は最大値, 破線は水平平均値, 点線は標準偏差を表す.

3.1.4 熱収支

水準時間平均した温度に対する加熱率の鉛直分布を図 3.9 に示す. 日中の放射加熱は高度 2 km 以下で指数関数的に増加する. この放射加熱は主に地表からの赤外放射を CO₂ が吸収することによって生じている. 高度 4 km より上層のほぼ鉛直一様な放射加熱は CO₂ の近赤外放射吸収によって生じる. 地表付近には地表からの顕熱フラックス供給にもならず拡散加熱が存在する. 最下層の拡散加熱率の大きさは放射加熱と同程度の大きさである. 対流による加熱は地表付近で冷却. 対流層内で加熱. 対流ブリームが上層の安定層に貫入する領域で冷却となっている. 対流加熱の大きさは対流層の厚さが浅い午前中は 100 K/day 近くに達し. 対流層の厚さが厚くなる午後では 20～40 K/day となる. 地表付近の対流冷却層の厚さは約 400 m で. 熱境界層はこの領域に含まれる. 夜間の放射冷却は日中の赤外放射加熱
図3.9: 水平時間平均した温位に対する加熱率の鉛直分布。ダストのない場合。実線は対流による加熱、点線は放射による加熱、破線は拡散による加熱である。（左上）LT=11:00～12:00 (右上)LT=14:00～15:00 （左下）LT=20:00～21:00 （右下）LT=04:00～05:00。下側のパネルは高度1 km以下の拡大図。横軸のスケールが異なることに注意。

の分布を符号反転させたような分布となる。放射冷却の大きさは高度2 km以下の温度逆転層が成長するにつれて次第に小さくなる。

図3.10は地面と大気の正味の熱収支の日変化を示したものである。それぞれの図で加熱量と冷却量は日平均するとほぼ等しい。地表面の熱収支に対しては太陽放射による加熱と赤外放射による冷却が卓越する。顕熱の地表面熱収支に占める割合は非常に小さい。これに対し日中の大気の熱収支に対しては赤外放射と顕熱による加熱が卓越する。赤外放射加熱量は最大約18 W/m²、顕熱による加熱量は最大約14 W/m²である。
図 3.10: ダストのない場合の熱収支の日変化. 縦軸はそれぞれ W/m². (左) 地表面の熱収支. 実線は正味の太陽放射フラックス (\((1-A)F_{SR}\)), 点線は正味の赤外放射フラックス \((-F_{IR,net}(0))\), 破線は顕熱フラックス \((-H)\) である. 地表面を加熱する向きを正にとる. (右) 大気への正味の加熱量. 実線は太陽放射（近赤外）による正味の加熱量 \((F_{NIR}^1(\infty) - F_{NIR}^1(0))\), 点線は赤外放射による正味の加熱量 \((F_{IR,net}(0) - F_{IR,net}(\infty))\), 破線は顕熱フラックス \((H)\) である. 大気を加熱する向きを正にとる.

図 3.9, 図 3.10の結果は, 顕熱による加熱は対流の励起にとって無視できないことを示している. 過去の鉛直 1 次元モデルを用いた研究では対流の励起源として地表付近の赤外放射加熱が注目されていた (Savijärvi, 1991b: Haberle et al. 1993). 鉛直 1 次元モデルでは顕熱フラックスはパラメタライズされた対流熱フラックスの境界条件として与えられるため, 単位質量あたりの加熱分布に顕熱加熱の寄与は間に現れない. そのため単位質量あたりの加熱率分布においては地表付近の赤外放射加熱が卓越するように見える. 顕熱加熱と対流加熱を分離して加熱率分布を評価すると, 顕熱による加熱率の大きさは放射加熱率と同じオーダーである (図 3.9 破線参照). さらにこれらの過去の研究では放射加熱の大きさは単位質量あたりの加熱率 (K/day) で評価し, 顕熱の大きさを Wm⁻² を単位として評価していたので, 放射加熱と顕熱加熱の大きさを比較することができていなかったのである.

### 3.2 考察

#### 3.2.1 対流の強度

本節では第 3.1.2 節における風速の観測もごとに際して用いた対流ブリームの温位偏差がどのように記述されるかを考察する.
熱伝導層の厚さ

図3.7のブリーム発生の様子から、ブリームは熱境界層内の熱的不安定によって生じていると考えられる。したがってブリームの持つ温位偏差はおおまかに言えば熱境界層の温位差に対応していると考えるのが自然である。そこでまず熱境界層内の構造を詳しく調べることになる。図3.3に示した日中の平均温位分布をよく見ると、熱境界層はその温位勾配の違いからさらに2つの領域に分けられる。1つは高度50m以下にある鉛直温位勾配が非常に大きい領域で、もう1つはその上にある温位勾配が比較的滑らかな領域である。高度50m以下の領域の温位勾配は乱流拡散によって決まる温位勾配。

\[
\frac{\partial \theta}{\partial z} = -\frac{Q}{\rho_0 c_p K} \sim -0.14 \text{Km}^{-1}, \tag{3.2}
\]

とよい一致を示す。ここで\(Q\)は熱フラックスである。(3.2)の見積もりに際しては、図3.10より正午付近の赤外放射と顕熱による加熱の合計値\(Q \sim 30 \text{Wm}^{-2}\)、\(\rho_0 = 2 \times 10^{-2} \text{kgm}^{-3}\)、\(c_p = 734.9 \text{Jkg}^{-1} \text{K}^{-1}\)、\(K\)に数値モデルで計算された乱流拡散係数の値15m²s⁻¹を代入した。したがって高度50m以下の領域は熱伝導層と呼ぶことができる。

熱伝導層の温度構造は(3.2)で与えられる場合、熱伝導層の厚さ\(\delta_{cond}\)と層内の温位差\(\delta_{\theta_{cond}}\)がどの程度の大きさになるかを見積もることにする。熱伝導層のフラックスレイリー数

\[
Ra = \frac{\beta g \delta_{cond}^4}{\kappa^2 \nu}, \tag{3.3}
\]

がある値を越えると熱的不安定が生じると想像される。ここで\(\beta\)は熱膨張係数、\(g\)は重力加速度、\(Q'\)は温度フラックス（\(= Q/\rho_0 c_p\)）、\(\kappa, \nu\)はそれぞれ熱拡散係数、動粘性係数である。\(\kappa = \nu = K, \beta = 1/\theta\)とすると、熱伝導層の厚さ\(\delta_{cond}\)は(3.3)式から以下のように与えられる。

\[
\delta_{cond} = \left( \frac{K^2 \theta}{g(Q/\rho_0 c_p K)} \right)^{\frac{1}{4}} Ra^{\frac{3}{4}} \sim \left( \frac{(15 \text{m}^2 \text{sec}^{-1})^2 \cdot 240 \text{K}}{3.72 \text{msec}^{-2} \cdot 0.14 \text{Km}^{-1}} \right)^{\frac{1}{4}} Ra^{\frac{3}{4}} \sim 18 Ra^{\frac{3}{4}}. \tag{3.4}
\]

数値を代入する際には(3.2)式を利用した。線形安定性解析から求められるフラックス固定の場合の臨界レイリー数のオーダーは10²程度であることが知られている(Sasaki, 1970)。この場合、\(\delta_{cond} \sim 57 \text{m}\)となり、層内の温位差\(\delta_{\theta_{cond}}\)は(3.2)より約8Kとなる。図3.3に示されたLT=12:00, 14:00における熱伝導層の厚さと温位差はこれらの値に比べやや小さいが\((\delta_{cond} < 50 \text{m}, \delta_{\theta_{cond}} \sim 6 \text{K})\)、およびその大きさは評価されていると言えよう。

熱伝導層の熱的不安定をフラックス固定の場合のレイリー・ベナル問題として考えられるかは、熱伝導層内の温位偏差の空間構造を調べることで確かめられる。高度150m以下のある領域における温位偏差の空間分布を図3.11に示す。高度50m以下の温位偏差は鉛直に立った構造を示している。この構造はSasaki (1970), Ishiwatari et al. (1994)の線形安定性解析によって示された臨界モードの温度場の空間構造と類似のものである。

2001年1月 (小高正嗣)
図3.11: 温位偏差の分布。ダストのない場合、LT=13:00の高度150 m以下の拡大図。縦軸と横軸のスケールが異なることに注意（単位はそれぞれ m と km）。等価線間隔は 1 K。負の領域にトーンを施してある。

数値モデルで計算された熱伝導層の厚さと温位差（図3.3）が(3.4)式による見積もりに比べやや小さくなる理由の一つとして、上昇する対流ブリームによる熱伝導層の基礎と考えられる。しかしブリームによる熱伝導層の基礎が熱伝導層の厚さと温位差の減少に対しどの程度寄与しているかはよくわからない。

対流ブリームの温位差

以上より日中の熱伝導層内の温位差はおよそ数 K 程度になることが予想される。しかし対流層内のブリームが持つ温位差は2〜3 K である。この違いは熱伝導層と対流層とに挟まれた温位がゆるやかに変化する領域において、上昇するブリームによる周囲の相対的に冷たい空気の取り込み（エントレインメント）が発生するためである。以下ではこのエントレインメントの発生している領域を遷移層と呼ぶことにする。

エントレインメントによるブリームの温位差への影響がどのように表されるかを考察する。遷移層の下方から温位 $\Delta \theta_1$ の空気が $w_1$ の速度で流入し、温位 $\Delta \theta_2$ の空気が $w_2$ の速度で対流層へ流出する。温度のバランスを考えると、

$$w_2 \Delta \theta_2 = w_1 \Delta \theta_1,$$

となる。$w_1$ は熱伝導層から上昇したブリームの持つ浮力と熱伝導層の乱流拡散時間 $t_{cond} \equiv \frac{\delta^2_{cond}}{K}$ から見積もる、$w_2$ は対流層内のブリームによってなされる浮力仕事から見積もる。

$$w_1 \sim \frac{g \Delta \theta_1}{\theta} t_{cond}, \quad w_2 \sim \sqrt{\frac{\Delta \theta_2 gh}{\theta}}.$$
ここで $h$ は対流層全体の厚さである。熱伝導層で生成されたブリュームがその温位差を保ったまま対流層を移動する時間 $t_{\text{trav}} \equiv \sqrt{h/(g\Delta \theta_1/\theta)}$ を定義すると、$\Delta \theta_2$ は

$$
\Delta \theta_2 = \left( \frac{t_{\text{cond}}}{t_{\text{trav}}} \right)^{\frac{2}{3}} \Delta \theta_1.
$$

(3.5)

と表される。エントレインメントの影響の程度はブリュームの移動時間に対する乱流拡散時間の比によって決ることになる。

$\Delta \theta_1$ を熱伝導層の持つ温位差とし、対流層内のブリュームの温位差 $\Delta \theta_2$ を (3.5) 式を用いて評価してみよう。日中の LT=12:00〜14:00 を想定し、図 3.3 より $\delta_{\text{cond}} \sim 40 \text{m}$、$\Delta \theta_1 \sim 6 \text{ K}$ とする。このとき、

$$
\Delta \theta_2 = \left( \frac{(40 \text{ m})^2/15 \text{ m}^2 \text{sec}^{-1}}{\sqrt{10^4 \text{ m}/(3.72 \text{ msec}^{-2} \cdot 6 \text{ K}/240 \text{ K})}} \right)^{\frac{2}{3}} \Delta \theta_1 = \left( \frac{100 \text{ sec}}{328 \text{ sec}} \right)^{\frac{2}{3}} \Delta \theta_1 \sim 0.46 \Delta \theta_1 \sim 2.8 \text{ K},
$$

となる。この $\Delta \theta_2$ の見積もりにおいて LT=12:00〜14:00 のブリュームの持つ温位差にいただいている一致する。

以上の考察から、熱フラックス $Q$、乱流拡散係数 $K$、対流層の厚さ $h$ とを与えると、熱境界層と対流ブリュームの持つ温位差をほぼ記述できることがわかった。ただし $Q$ に含まれる顯熱による加熱量、乱流拡散係数は運動そのものによって決められている。したがって対流場全体の因果関係を説明したわけではないことに注意が必要である。

(3.5) 式によるブリュームの持つ温位差の見積もりは、対流がよく発達し、$t_{\text{cond}} < t_{\text{trav}}$ であるような場合に適用できることに注意したい。$t_{\text{cond}} > t_{\text{trav}}$ の場合には $\Delta \theta_2 > \Delta \theta_1$ となり熱伝導層の持つ温位差よりもブリュームの持つ温位差が大きくなるというおかしな結果が得られてしまう。この場合はエントレインメントはほとんど起こらないと考えるのが自然である。

日中の地表付近の乱流拡散係数のオーダー ($\sim 15 \text{ m}^2 \text{sec}^{-1}$) は、考察の帰結から導かれる地表付近の鉛直シアーから見積もりられる渦拡散の値程度である。モデル最下層で (2.9) 式の鉛直シアーによるエネルギー生成項と散逸項がつりあう場合、

$$
\frac{2}{3} \frac{K^2}{C_m^2 l^2} \frac{\partial u}{\partial z} + K \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 = \frac{C_e}{l} \frac{K}{C_m^3 l^3}
$$

となる。これを $K$ についてとくと、

$$
K = l^2 \left( \frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{9} + C_m^2} \right) \frac{\partial u}{\partial z} \sim 0.72 l^2 \frac{\partial u}{\partial z} \sim 0.72(1.5 \text{ m})^2 \frac{10 \text{ m}}{1.5 \text{ m}} \sim 10 \text{ m}^2 \text{sec}^{-1}
$$

となる。ただし混合距離 $l$ はモデル最下層の高度 1.5 m とした。
3.2.2 地表摩擦の大きさ

キロメータサイズの対流にともなう風によって作られる地表摩擦は地表からのダストの巻き上げに必要な下限値に達する（図3.8）。大規模場の背景風が対流場に存在する場合、風の重ね合わせによりダストの巻き上げはより容易になると考えられる。そこで本節ではキロメータサイズの対流による風と大規模場の背景風が共存する場合、地表摩擦はどの程度の大きさとなるかを考察する。背景風は対流場に影響するため、簡単な風の重ね合わせが実際に適用するかどうかはよくわからない。しかし潜在的な地表摩擦の大きさを把握することにはなる。

まず大規模場の風が一般的にどの程度の大きさを持つのかを GCM の計算結果から考察する。Joshi et al. (1997) のダストのない GCM シミュレーションでは、高度 250 m における日中時の平均的な風速は 26 msec⁻¹ 程度、地表摩擦の大きさは 0.015 Nm⁻² であった。この値から本研究での最下層高度 1.5 m における風速値をパルク公式から評価する。中立成層を仮定すると、高度 1.5 m における風速は

\[ u(1.5\,m) = u(250\,m) - \frac{1}{k} \sqrt{\frac{0.015 \, \text{Nm}^{-2}}{\rho}} \left[ \ln(250 \, \text{m}) - \ln(1.5 \, \text{m}) \right] \approx 10 \, \text{msec}^{-1} \]

と見積もられる。

キロメータサイズの対流にともなう風でそれと平行な 10 msec⁻¹ の背景風を重ね合わせた場合の地表摩擦の分布を図 3.12 の細点線に示す。このとき地表摩擦の大きさはダストの巻き上げに必要な臨界値を頻繁に越えることがわかる。背景風が存在する場合、対流ロールの軸は背景風の方向と平行になる傾向を持つことが知られている (Asai, 1970)。したがって対流にともなう風と背景風は直交すると考えられることがより現実的である。このときの地表摩擦の分布を図 3.12 の細破線に示す。平行な背景風を重ね合わせた場合に比べると地表摩擦は小さくなる。しかしそれでもダストの巻き上げに必要な臨界値を越える場合がある。

以上の結果は GCM においてキロメータサイズの対流にともなう風の効果をきちんと考慮すれば、ダストのない条件においてもダストを地表面から巻き上げることが可能であることを示すものである。背景風が存在する場合、本研究で示されたような強度を持つ対流が実現するかどうかは自明ではない。本節における検討結果をより確かなものにするためには、背景風が存在する場合の対流を調べる必要がある。
図 3.12: 地表摩擦（絶対値）の水平分布。ダストのない場合。地表摩擦が最も大きくなるLT=14:00 ～ 15:50 までの10分毎の結果。太実線が計算結果、細破線/細点線は計算された風に直交/平行する10 m/sec⁻¹の背景風を重ね合わせた場合。水平の破線はダスト巻き上げに必要な地表摩擦の臨界値（Greeley and Iversen, 1985）
3.3 まとめ

対流を陽に表現する2次元数値モデルを用いて、火星大気における鉛直対流の数値計算を初めて行った。数値計算によって示されたダストのない場合の鉛直対流は、その最大空間スケールが鉛直方向に約10 km、水平方向に数 kmとなるようなキロメータサイズの対流である。火星大気における鉛直対流の存在は探査衛星パインキングによる観測。鉛直1次元モデルを用いた理論的研究により予想されてはいた。しかし実際にどのような構造を持つ対流が存在しうるのかは、これまで全くわかっていたなかったのである。

キロメータサイズの対流の上昇域と下降域の幅はほぼ等しく、下降域でも上昇域と同程度の大きさの風が吹く。風速の大きさは鉛直風で20〜30 m/sec⁻¹、水平風で10〜20 m/sec⁻¹である。対流にともなう風の大きさは、対流ブリームの浮力による自由加速によって見積もることができる。ブリームの存在温位差を高度50 m以下に形成される熱伝導層内の温位差と対流ブリームへの周囲の空気の取り込み（エントレインメント）によって見積もられる。熱伝導層の温位差は供給される熱フラックスと地表付近の乱流拡散係数の大きさからだいたい評価することができる。キロメータサイズの対流を駆動する熱フラックスは赤外放射と地表面からの顕熱によって供給される。日中の正味の赤外放射加熱量と顕熱加熱量は同じオーダーである。

キロメータサイズの対流にともなう風によって生成される地表摩擦は0.03 Nm⁻²に達する。この大きさはダストを巻き上げるのに必要な値の下限値である。ダストのない場合のGCMによって計算された地表摩擦の値はダストを地表から巻き上げるのに必要な値の半分以下であることを考えると（Joshi et al., 1997）、ダスト巻き上げに対するキロメータサイズの対流の寄与は非常に大きいといえる。対流にともなう風と大規模場による背景風との重ね合わせを考慮すると、地表摩擦はダストを巻き上げるのに必要な臨界値を越える。この結果はGCMにおいてキロメータサイズの対流にともなう風の効果を考慮すれば、ダストのない条件下においてもダストを地表面から巻き上げることは可能であることを示す。GCMにおけるキロメータサイズの対流の扱いに関しては、第5.2節で議論する。
第4章 ダストのある場合

本章ではダストのある場合の計算結果とそれにに関する考察を示す。ダストのない場合、キロメータサイズの対流にともなう風によって生じる地表摩擦は対流が活発化する午後になると大きくなる（図 3.8 参照）。大規模模の背景風とキロメータサイズの対流にともなう風との重ね合わせを考慮すると、午後の地表摩擦はダストの巻き上げに必要な臨界値を確実に越える（図 3.12）。本研究で用いた対流モデルにおいてダスト巻き上げを確実に発生させるためには、大規模の背景風を数値モデルに考慮する必要がある。しかしこの場合のキロメータサイズの対流の循環構造には、ダストの影響と大規模模の背景風の影響の両方が現れると予想される。本研究ではキロメータサイズの対流に対するダストの影響に注目しているので、大規模模の背景風の影響が現れるような計算設定は望ましくない。そこで本研究では大規模模の背景風を考慮する代わりにダストの巻き上げに必要な臨界地表摩擦 $\tau_{mc}$ を適当に調節し、午後になるとキロメータサイズの対流にともなう風によってダストが巻き上げられるような計算設定をおこすことにする。

臨界地表摩擦の大きさはある程度の量のダストが巻き上げられることを期待して $\tau_{mc} = 0.01\ Nm^{-2}$ とした。この大きさは午後になるとキロメータサイズの対流による地表摩擦の大値は 0.01 Nm$^{-2}$ を越えること、(図 3.8)、複数の場所で間欠的に 0.01 Nm$^{-2}$ を越える地表摩擦が得られること (図 3.12) に基づき決定した。初期条件は第3章に示したダストのない場合の 3日後の LT=06:00 の結果である。計算は 6日間行った。

4.1 計算結果

4.1.1 ダストの混合と温度場の時間変化

本節ではダスト混合の様子とそれにともなう水平平均温度場の変化を示す。水平平均したダストの可視光に対する光学的厚さは図4.1のように変化する。ダストの光学的厚さは階段関数的な時間変化をたどる。ダストの巻き上げは対流にともなう風が大きくなる日中から午後にかけてのみ発生するからである。ダスト量が増加するにつれて巻き上げられるダスト量は次第に減少する。ダスト巻き上げ後6日目の光学的厚さはほぼ一定になる。これは日中のダスト巻き上げ量と1日の落下量がほぼつりあっていることを示す。

ダスト巻き上げ1日目のダスト混合比の様子を図4.2に示す。巻き上げ開始直後のダスト混
図 4.1: 水平平均した可視光に対するダストの光学的厚さの時間変化。横軸は初期条件からの計算時間、縦軸は光学的厚さ。

図 4.2: ダスト巻き上げ後 1 日目のダスト混合比。1 × 10^{-5} 以上の領域にトーンを施してある。トーンの色調は 1 × 10^{-5} 毎に変え、5 × 10^{-5} 以上の領域は塗りつぶしてある。重ねて描画された等値線は鉛直風。等値線間隔は 5 msec^{-1}。
図 4.4: 水平平均しの LT=16:00 における (左) 温度と (右) 温度の鉛直分布の変化。ダストのある場合。実線、破線、点線、一点鎖線の順にダスト巻き上げ後の 1 日目から 4 日目までの結果を示す。

合比は上昇域内、とくに対流ブリームの内部で大きな値を持つ (LT=13:00, 14:00)。巻き上げ開始から約 2 時間後の LT=15:00 にはダストは対流層全域に広がる。LT=17:00 には高度 8 km 以下のダスト分布は水平鉛直にほぼ一様となる。LT=17:00 の高度 8~12 km の領域にはダストの局在した領域が存在する。このダストの局在領域は対流ブリームによって高度 10 km 付近まで上昇したダストがその高度に取り残されるようにして形成される。

ダストが巻き上げられている段階では、ダスト混合比の大きい上昇域とその他の領域との
間には放射加熱差が存在する。しかしこの加熱差は対流の循環パターンにはあまり影響していない。放射加熱差が対流の循環パターンに影響を及ぼす前にダストは対流層内全体に行き渡り, その結果ダスト巻き上げ時に存在した放射加熱差は弱められてしまう。対流セルの縦横比は 2:1 で, ダストのない場合と変わらない。

高度 10 km 付近まで巻き上げられたダストはさらに上昇する。水平平均したダスト混合比の時間変化を図 4.3 に示す。図 4.3(左) のダスト分布の変化の様子と図 4.3(右) の実線から破線への変化を比べると, ダストの上昇は日中に生じることがわかる。図 4.3(左) の高度 15 km 付近のダスト分布の変化に注目すると, ダストの上昇する割合は正午（図 4.3(左) 破線）を挟みほぼ対称である。図 4.3 (左) から評価されるダストの平均上昇速度はおよそ 4 km/12 時間 ～10 cm/sec である。ダスト巻き上げ後 3 日目にはダストは計算領域全体に広がる（図 4.3(右) 点線）。

図 4.4 は LT=16:00 における水平平均した温度と温湿の鉛直分布をダスト巻き上げ後の 1 日目から 4 日目まで示したものである。ダストによる放射加熱（図 4.11 参照）により, 大気全体の温湿は次第に上昇する。気温上層の温湿が上昇したことにより対流層の厚さは次第に小さくなる。ダスト巻き上げ後 4 日目の対流層の厚さは約 5 km である。ダストが存在すると対流層の厚さは小さくなるという傾向は, 過去の鉛直 1 次元モデルを用いた研究結果（Gierasch and Goody, 1972; Pollack et al., 1979; Savijärvi, 1991b; Haberle et al., 1993）と一致する。高度 5 km 以下の温湿分布はこの後ほとんど変わらない。これに対し高度 5 km 以上の温湿は引続き上昇する。したがって熱平衡状態にはまだ達していない。

ダストが計算領域全体に広がった巻き上げ後 4 日目の温湿分布（図 4.4 一点鎖線）には, 計算領域上端付近に不安定な温湿勾配を持つ領域が生じる。この不安定層は上部境界によって生じたものである。ダストが計算領域全体に広がると, 放射計算のために追加した温度計算層と計算領域上端部分との間にダストの濃度差に起因する加熱差が生じる。そのため計算領域上端付近では熱的不安定が発生し, 熱境界層のような層が形成されることになる。

### 4.1.2 平均場の日変化

本節以降ではダスト巻き上げ後 3 日目の計算結果を示す。このときの可視光に対するダストの光学的厚さは 0.5～0.55 である（図 4.1 参照）。本来ならば水平平均温度分布に規則的な日変化が表れるようになった熱平衡状態における計算結果を示すのが望ましい。しかし前節で述べたようにダスト巻き上げ後 4 日目以降は上部境界の影響が無視できない。3 日目の対流層の温湿分布は 4 日目以降大きく変わらないので, 対流層の様子を調べる場合には 3 日目の計算結果を熱平衡状態の結果と考えてよいと判断した。

図 4.5, 図 4.6 はダスト巻き上げ後 3 日目の水平平均した温度と温湿の時間変化の様子を示したものである。それぞれ日中と夜間の結果である。日中の対流層の厚さは最大約 5 km となり, これはダストのない場合（図 3.1）の約半分である。夜間の地表付近に形成される温度逆転層の厚さは 2 km で, これはダストのない場合と同じである。高度 2 km 以上の温度（温
図 4.6: 水平平均した（左）温度と（右）温位の時間変化。ダストのある場合、ダスト巻き上げ後 3 日目の LT=18:00 〜 翌 06:00 まで 4 時間毎の結果。図中の数字は時刻を表す。

位）の日変化の振幅はダストのない場合に比べ大きい。

図 4.5 に示した LT=16:00 の対流層の厚さは、同程度のダスト量を仮定した鉛直 1 次元モデルによる結果 (Savijärvi, 1991b; Haberle et al., 1993) に比べ 1〜2 km ほど大きい。この原因は大気上層への対流ブリームの貫入が表現されているためである。

図 4.5 の高度 1 km 以下の温度分布を拡大したものが図 4.7 である。日中の熱境界層の厚さは約 200 m、熱伝導層の厚さ \( \delta_{\text{cond}} \) はおよそ 50 m 程度である。これらはダストのない場合（図 3.3）とはほとんど変わらない。日中の各時刻の熱境界層内温位差（温度差）はダストのない場合の同時刻の結果に比べ 1〜2 K ほど小さい。この減少量は熱伝導層内温位差の減少量にほぼ等しい。LT=12:00〜14:00 における熱伝導層内の温位差 \( \delta \theta \) はおよそ 4 K である。
図 4.8: (左) 水平平均した地中温度の日変化. LT=08:00 ~ 翌 06:00 まで 6 時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す. 縦軸の深さは日変化の表皮深さ \( \delta_d \) の単位で示してある. (右) 水平平均した地表面温度と地表気温の日変化. 1 時間毎の結果. 実線は地表面温度. 破線は地表気温を示す. 地表気温は高度約 1.5 m での値. いずれもダスト巻き上げ後 3 日目の結果.

熱伝導層内温位差が減少量は (3.2), (3.4) 式から評価ることができる. 対流の駆動源は \( \text{CO}_2 \) の赤外放射加熱と顕熱加熱である. ダストによる放射加熱は対流層内で鉛直にほぼ一様な分布を持つので, 対流の駆動には関係しないと考えてよい (図 4.12 参照). 日中の \( \text{CO}_2 \) の赤外放射加熱量と顕熱加熱量の合計は図 4.13 より約 20 Wm\(^{-2} \) である. 計算された乱流拡散係数の大きさはダストのない場合と同じ程度 (〜15 m\(^2\)sec\(^{-1} \)) であったので熱伝導層内の温位勾配は (3.2) 式より \( \frac{\partial \theta}{\partial z} \sim -0.1 \text{ Km}^{-1} \) となる. これを用いて (3.4) 式から熱伝導層内の厚さ \( \delta_{\text{cond}} \) と層内的温位差 \( \delta \theta_{\text{cond}} \) を見積もると, \( \delta_{\text{cond}} \sim 60 \text{ m}, \delta \theta_{\text{cond}} \sim 6 \text{ K} \) となる (計算結果は図
4.5 より $\delta_{cond} < 50 \text{ m}$, $\delta \theta_{cond} \sim 4 \text{ K}$). 第 3.2.1 節において行ったダストのない場合のそれぞれ見積もりを比べると, $\delta_{cond}$ はほぼ同じで, $\delta \theta_{cond}$ は 2 K 小さい。

図 4.8 はダスト巻き上げ後 3 日目の 水平平均した地中温度, 地表面温度, 地表気温 (高度約 1.5 m) の日変化である。ダストのない場合（図 3.4）に比べ, 地表面温度の日変化の振幅は約 10 K 小さくなり, 地表気温は全体的に約 5 K 上昇する。地表気温の最大値はバイキング 1 号着陸点での観測結果 (Hess et al., 1977) にほぼ等しい。夜間の LT=00:00 以降の地表気温は観測結果よりも低く, 計算値と観測値との間のずれはダストのない場合の半分程度である。

### 4.1.3 対流場の様子

温位偏差の日変化の様子を図 4.9 に示す。日中時の対流セルの空間スケールは鉛直方向に5～6 km, 水平方向に 2～3 km 程度である。したがってダストのある場合の対流もダストのない場合と同様にキロメータサイズの対流であるといえる。日中の対流ブリームの持つ温位偏差は 1～2 K で, ダストのない場合に比べ小さい。対流ブリームの幅は数 100 m 前後である。高度 5 km 以上の領域には図 3.5 の成層圏に観察されたような周期的温位偏差パターンはあまり見られず, 温異偏差の振幅自体ダストのない場合に比べ小さい。

対流ブリームの持つ温位偏差は (3.5) 式からおよそ見積もることができまる。LT=14:00 の場合を考え, 図 4.5 より熱伝導層の厚さ $\delta_{cond}$ を約 40 m, 熱伝導層の温位差 $\Delta \theta_1 = 4 \text{ K}$ とする。対流層の厚さ $h$ は 5000 m とする。乱流拡散係数の大きさはダストのない場合と変わらないとすると ($\sim 15 \text{ m}^2 \text{sec}^{-1}$)。 (3.5) 式からブリームの持つ温位差は,

$$\Delta \theta_2 = \left( \frac{(40 \text{ m})^2/15 \text{ m}^2 \text{sec}^{-1}}{\sqrt{5000 \text{ m}/(3.72 \text{ msec}^{-2} \cdot 4 \text{ K}/240 \text{ K})}} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta \theta_1 = \left( \frac{100 \text{ sec}}{284 \text{ sec}} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta \theta_1 \sim 0.50 \Delta \theta_1 \sim 2.0 \text{ K},$$

となる。

図 4.10 には LT=14:00 の鉛直風, 水平風, 温位の水平平均値からの偏差の分布を示す。鉛直風は 10～15 msec^{-1}, 水平風は 10 msec^{-1} 前後の値となる。モデルの最下層である高度 1.5 m の風は 10 msec^{-1} 弱となる。これらの風速の大きさは同じ時間帯のダストのない場合（図 3.6）に比べ小さい。下昇域幅に対する上昇域幅の比, ブリームの上昇下降の様子, ブリーム混合の様子はダストのない場合と変わらない。

風速の大きさがダストのない場合に比べ小さくなるのは, 対流層の厚さが小さくなったことと対流ブリームの持つ温位偏差が減少したことによる。対流層の厚さが小さくなるとブリームの自由加速距離が減少するため, 浮力による運動エネルギー生成は減少する。対流層の厚さ $h$ とブリームの持つ温位差 $\Delta \theta$ はダストのない場合の半分程度であるので, (3.1) 式から見積もられる風速の大きさはダストのない場合の約半分 ($\sim 10 \text{ msec}^{-1}$) となる。
図 4.9: ダスト巻き上げ後 3 日目の対流場の日変化の様子。温度の水平平均値からの偏差。LT=07:00 ~ 18:00 までの 1 時間毎の結果。等高線間隔は 1 K。負の領域にトーンを施している。
図 4.10: ダスト巻き上げ後 3 日目の LT=14:00 における対流場の様子。 上段）鉛直風（中段）水平風と高度 1.5 m における水平風（下段）温度の水平平均値からの偏差。等値線間隔は風速については 5 m/sec^{-1}、温度偏差については 1 K である。温度偏差が負の領域にトーンを施してある。
4.1

図 4.11: 水平時間平均した温位に対する加熱率の鉛直分布。ダストのある場合。図の見方は図 3.9 に同じ。(左上)LT=11:00~12:00 (右上)LT=14:00~15:00 (左下)LT=20:00~21:00 (右下)LT=04:00~05:00。

ダスト巻き上げ後 3 日目の水平時間平均した温位に対する加熱率の鉛直分布を図 4.11 に示す。日中の大気 2 km 以上の放射加熱は主にダストの太陽放射吸収によるものである(図 4.12 参照)。日中の対流加熱の大きさと地表付近の対流冷却層の厚さはダストのない場合とほぼ同じである。夜間は計算領域全体にわたったりダストと CO₂ の赤外放射冷却を受ける。

図 4.11 に示した日中の放射加熱分布をその成分ごとに示したのが図 4.12 である。CO₂ の近赤外放射加熱の分布は計算領域全体にわたり鉛直一致である。ダスト混合比が鉛直一致
図 4.12: 水平時間平均した温度に対する放射加熱率の鉛直分布。ダストのある場合、破線と点線はそれぞれ CO₂の赤外放射と近赤外放射の吸収による寄与、一点録線と二点録線はそれぞれダストの赤外放射と太陽放射吸収による寄与。実線は合計寄与。左)LT=11:00〜12:00 (右) LT=14:00〜15:00

地面と大気の正味の熱収支の日変化を図 4.13 に示す。大気中のダストによる太陽放射の吸収により地表面へ入射する太陽放射フラックスは約 30 Wm⁻² 減少する。これはダストのない場合に比べ約 6% の減少である。日中の地表面温度が入射太陽放射フラックスと射出赤外放射フラックスのバランスで記述できるるとすると、この入射放射量の減少にともなう地表面温度の低下は

\[ \Delta T_s = \frac{(1-A) \Delta S}{4 \sigma T_s^4} = \frac{0.06 \cdot \sigma T_s^4}{4 \sigma T_s^4} = 0.015 \Delta T_s \sim 4.2 \text{ K} \]

となる。実際の減少分は図 4.8 より \( \Delta T_s \sim 5 \text{ K} \) であり、この見積もりとほぼ同じである。

対流の駆動に主要な役割を果たす CO₂の赤外放射と顕熱による加熱量はそれぞれともにダストのない場合に比べ減少する。CO₂の赤外放射による加熱量は最大 15 Wm⁻² 弱、顕熱による加熱量は最大約 10 Wm⁻² 弱である。CO₂赤外放射加熱の減少は地表面温度が低下したためで、その減少量は 15 μm バンドにおける地面からの射出赤外放射の減少量（約数 Wm⁻²）と同じオーダーである。顕熱加熱の減少は主に対流にともなう風の大きさが減少したためである。

太陽放射による大気の正味加熱はほとんどダストの太陽放射吸収の寄与である。その値は約 30 Wm⁻² で、ダストのない場合と比べた地表面への入射太陽放射量の減少分にたい
等し CO₂。

図 4.13: ダスト巻き上げ後 3 日目の熱収支の日変化。縦軸はそれぞれ W/m²。(左) 地表面の熱収支 (右) 大気への正味の加熱量。右図の一点鎖線が CO₂ の赤外放射による加熱量を表すことを除き、図の見方は図 3.10 と同じ。

4.2 考察

4.2.1 ダストの鉛直混合

図 4.3 に示したように、対流ブリュームによって巻き上げられたダストは時間とともに上昇し最終的には計算領域全体に広がる。本節では高度 10 km 以上の領域におけるダストの鉛直混合がどのようなメカニズムで起こっているかを考察する。

高度 10 km 以上の領域におけるダストの鉛直輸送の担い手としては、ダストの太陽放射吸収にともなう加熱差によって生じた対流と、地表付近のキロメータサイズの対流によって励起された重力波が考えられる。重力波によってダストが輸送されているとすると、重力波の励起が活発な午後の方がダストの上昇速度は大きいと予想される。しかしダストの上昇速度は正午を挟み対称な大きさを持つ (図 4.3(左))。この上昇速度の変化は太陽放射の日変化に対応している。したがってダストの鉛直輸送はその放射加熱にともなう対流によってなされると考えられる。

ダストの鉛直輸送がダスト自身の放射加熱によるものならば、ダストと鉛直風、放射加熱率の分布と大きさとの間には整合的な関係があるはずである。図 4.14 はダスト巻き上げ後 2 日目 LT=11:00 における高度 10 km 以上のダストと鉛直風の水平鉛直分布である。この図から明らかにダスト混合比の大きな所に上昇流が存在する。上昇流の大きさは 15～35 cmsec⁻¹。
であり、この大きさは図4.3(左)から評価されるダストの日中の上昇速度（〜14 cmsec⁻¹）にほぼ等しい。放射加熱率の分布もダスト混合比の分布に対応している（図4.15）。放射加熱率の大きさはダスト混合比の大きい場所で50 Kday⁻¹である。

図4.14に示した鉛直風速と図4.3に示したダストの上昇距離は、定常状態を仮定した熱力学の式

$$ \Gamma w = Q_{rad}, \quad (4.1) $$

を用いて評価することができる。ここで$$ \Gamma = \frac{d\theta}{dz} $$である。$$ \Gamma = 40 \, \text{K/8 km, } Q_{rad} = 50 \, \text{Kday}^{-1} $$とすると、$$ w \sim 10 \, \text{cmsec}^{-1} $$とされる。この大きさは図4.14に示した鉛直風速と同程度の値であり、図4.3から見積もられるダストの水平平均上昇速度にほぼ一致する。水平平均上昇速度の値は、水平平均したダスト上昇はダスト量が多くその放射加熱の大きい場所でのダスト上昇を見ていることから理解できる。

日中の上昇距離$$ z $$は（4.1）を$$ 0 < t < 1/2 \, \text{日} $$の時間範囲で積分することで得られる。$$ Q_{rad} = Q \sin (\omega t) dw - \omega \pi (1/2 \, \text{日}) $$とする。

図4.15: 高度10 km以上のダスト混合比と放射加熱率の分布。ダスト巻き上げ後2日目の結果。等値線間隔は10 Kday⁻¹で、加熱率の大きさが10 Kday⁻¹以上の領域を示した。トーンの表示は図4.14と同じである。
図 4.16: (4.1), (4.2) 式から計算された (左) 鉛直速度 (cm/sec) (右) 上昇距離 (km). 横軸は時間.

4.2.2 ダストの到達高度

前節の考察からダストはそれ自身の放射加熱によって上昇することが理解される. しかしダストはどこまでも上昇するわけではない. ダストの到達高度は (4.2) から計算される日中の上昇距離と 1 日の重力沈降距離がつりあうような高度であると考えられる.

日中の上昇距離は放射加熱の大きさと分布, すなわちダストの分布に依存する. したがってダストの到達高度をきちんと評価するためにはダストの分布を考慮する必要がある. これは鉛直 1 次元モデルの枠組内で検討するとしても多少複雑な計算を必要とする. そこで本節では前節での考察を基にダストの到達高度をおおまかに検討する.

日中のダストの上昇距離と 1 日の重力沈降距離が等しい場合, (2.19), (4.2) 式より,

$$\frac{2Q_0}{\omega \Gamma (1\text{日})} = \frac{4\rho_agr^2}{18\eta} \left(1 + \frac{2}{r} \frac{P_r}{P_0}\right),$$

が成り立つ. これより到達高度での圧力は

2001 年 1 月 (小高 正嗣)
となる。ダストの到達
おおまかに評価するこ
示したのが図 4.17 であ
まま上昇する場合、ダスト

\[ I \ln \left( \frac{P_0}{P_0} \right) \] から

\[ \text{ダストの到達高度を} \]

図 4.17: (4.3) 式から計算されたダストの到達高度。ただし地表気圧 \( P_{00} = 7.0 \) hPa, \( H = 10 \) km として計算した。\( P_0 > P_{00} \) となる場合は到達高度を 0 としてある。

### 4.3 まとめ

キロメータサイズの対流にともなう風によってダストが巻き上げられると仮定して、火星大気における鉛直対流の数値計算を行った。ダストのある場合の対流セルの空間スケールは、鉛直方向に数 km、水平方向に 2～3 km 程度であった。したがってダストのある場合の鉛直対流はダストのない場合と同様にキロメータサイズの対流であるといえる。

キロメータサイズの対流によって巻き上げられたダストは 2 時間程度で対流層内全域に広がる。ダストが巻き上げられる段階でのダスト混合比の大きい上昇流域とその他の領域との間の放射加熱の差は、キロメータサイズの対流にともなう循環パターンにはあまり影響していない。対流層上端付近に巻き上げられたダストはそれ自体の放射加熱が生み出す対流によってさらに上昇する。上昇流の大きさはダストによる放射加熱の大きさと背景場の温位勾配によって見積もることができる。
ダストが巻き上げられた後、日中の対流層の厚さはダストのない場合に比べ小さくなる。ダスト巻き上げ後3日目の対流層の厚さは約5kmで、これはダストのない場合のおよそ半分である。対流層の厚さが小さくなるのはダストの放射加熱により大気上層の温位が大きくなるためである。キロメータサイズの対流にともなう風の大きさはダストのない場合の半分程度である。風速値が小さくなるのは対流ブリームの持つ温位差が小さくなることと、対流層の厚さが小さくなるためである。対流ブリームの持つ温位差の減少は日中の顕熱とCO₂の赤外放射加熱量の減少量から見積もることができる。
第5章 議論

5.1 観測結果との比較

バイキング着陸船は高度 1.6 m における風と気温を観測した。本研究で用いた数値モデルの最下層格子点は高度約 1.5 m にあるので、モデル最下層の風と気温はバイキングの観測結果と直接比較することができる。そこで本研究の数値計算結果を Hess et al., (1977) が対流によるものであると指摘したバイキング 1 号着陸点での風と気温の変動 (Hess et al., 1977, 図 9) と比較する。図 5.2, 図 5.3 は数値モデル最下層のある格子点における風と気温の時系列である。それぞれダストのない場合とダスト巻き上げ後 3 日目の場合である。図 5.2, 図 5.3 に示された風速と気温の時間変化の様子は、Hess et al. (1977) 図 9 に示されたバイキング 1 号着陸船による観測結果（図 5.1）を時間方向に滑らかにさせて見たものとよく似ている。図 5.2, 図 5.3 に示された風速のオーダーは観測結果と同程度の大きさである。図 5.2 に

図 5.1: バイキング 1 号着陸点で観測された（上段）風速（中段）風向（下段）気温の時系列。着陸後 22 火星日後の 15:52~17:09 の観測結果。データの時間間隔は 32 秒。それぞれの枠下に最小値、最大値、平均値、標準偏差が示されている [Hess et al., (1977) 図 9 を転載]。
図 5.2: LT=16:00～17:00 の高度 1.5 m における (上) 水平風 (下) 気温の時系列. ダストのない場合
横軸単位はパーセントの時間間隔は 1パーセント

図 5.3: LT=16:00～17:00 の高度 1.5 m における (上) 水平風 (下) 気温の時系列. ダスト巻き上げ後 3日目の場合. 横軸単位は分. データの時間間隔は 1 分である.
示された気温ゆらぎの振幅は、観測結果を時間方向に滑らかにさせて見たものと同じオーダーとなっている。観測結果に見られる1分以下の時間スケールを持つ風と気温のゆらぎは、本研究で用いた数値モデルでは分解できない100 m以下の空間スケールを持つ現象であると考えられる。

5.2 GCMにおける対流の取り扱い

第3.2.2節において指摘したように、GCMにおいてキロメータサイズの対流にともなう風のゆらぎをきちんと考慮すれば、ダストのない条件においてもダストを地表面から巻き上げることは可能である。しかし本研究において明らかにされたキロメータサイズの対流にともなう風のゆらぎは、従来の火星大気GCMでは全く考慮されていなかった。さらに火星大気GCMで用いられている標準的な対流パラメタリゼーションでは、このキロメータサイズの対流に伴う風のゆらぎを扱うことは不可能である。

火星大気GCMにおける対流パラメタリゼーションは地球大気GCMでの経験をそのまま利用したものである。しかし実際はほとんど経験のない火星大気の対流を扱わなければならないため、従来の火星大気GCMでは最も簡単なパラメタリゼーションである対流調節を用いるより他に方法はなかった。対流調節は熱的に不安定な場を対流による熱輸送の結果到達するであろう熱的に中立安定な場へと調節するだけである。実際に熱輸送を担う対流が持つ運動エネルギーの大きさを評価することはできない。運動を評価するような対流パラメタリゼーションを開発するには、火星大気の鉛直対流に関する具体的な描像を把握しておく必要がある。

火星大気におけるキロメータサイズの対流に対応する地球大気の現象は積雲対流と考えるのが自然である。地球大気GCMにおいて積雲対流を適切に表現するために、さまざまな積雲対流パラメタリゼーションが開発されてきた。その最も簡単な表現は対流による熱輸送効果を巨視的に扱う対流調節である。複雑なものでは積雲の鉛直サイズ分布、積雲内へのエントレインメントを考慮している（例えばArakawa and Schubert, 1974）。さまざまな積雲対流パラメタリゼーションの開発が可能であったのは、観測と理論によって積雲対流の具体的な描像がある程度把握されていたからである。しかしこれらの積雲対流パラメタリゼーションで重要視されていた問題は積雲対流による鉛直熱輸送であり、風のゆらぎではない。風のゆらぎを考慮する対流パラメタリゼーションは、これまでの地球大気GCMにおいてはほとんど検討されてこなかった問題である。

本研究により火星大気の鉛直対流はキロメータサイズの対流であることが明らかとなった。数値計算によって示されたキロメータサイズの対流の様子を基に、対流にともなう風のゆらぎを評価できるような対流パラメタリゼーションを考察することができる。新たなパラメタリゼーションの概要は、対流調節に対流運動エネルギーの評価スキームを追加したようなものになると想像される。対流運動エネルギーは温位のゆらぎδθと対流層の厚さhを用いて(3.1)式のような形で評価することができる。
5.3 地球大気対流との比較

地球大気の対流は水蒸気の凝結を伴う湿潤対流である。凝結をもとならぬ上昇域と乾燥した下降域との間に存在する断熱温度構造の非対称のために、湿潤対流の循環構造には非対称が現れる。スライス法を用いた熱力学的考察（Bjerknes, 1938）、線形安定性解析（Kuo, 1965）によれば、上昇域の幅が下降域に比べ狭い対流が起こりやすい。質量保存を考慮すると上昇流は下降流に比べ速くなる。

火星大気の対流は基本的には乾燥大気の対流である。乾燥対流には湿潤対流のような上昇域と下降域の熱的非対称は存在しない。したがって上昇域と下降域の幅に制約を与える条件はないと、実際上本研究のシミュレーション結果では、対流の上昇域の幅と下降域の幅はほぼ等しい。上昇流と下降流の大きさもあり変わらない（図3.6(上段)参照）。

地球大気の対流の強度は、対流層内の浮力による運動エネルギー生成がほぼ0であると仮定するとおおまかに見積もることができる。Satoh and Hayashi (1992) は運動エネルギーと熱エネルギーのバランスを仮定した鉱直1次元積雲モデルを用いて熱機関としての湿潤対流を考察し、湿潤対流の鉱直質量フラックスにはある上限値が存在することを示した。乾燥対流の場合にはそのような上限値は存在しないことを指摘した。乾燥対流の強度を見積もるためには運動エネルギーの散逸率を把握する必要がある。

Satoh and Hayashi (1992) ならって本研究の計算結果における対流層内の運動エネルギー生成と散逸がどの程度の大きさであるか調べてみることにする。 (2.1), (2.2), (2.3) 式から単位体積あたりの運動エネルギー \( E \equiv \frac{1}{2} J \rho_0 (u^2 + w^2) \)の保存式を求めるとき、

\[
\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot (E \mathbf{u}) = -c_p \Theta_0 \nabla \cdot (\rho_0 \pi \mathbf{u}) + \rho_0 g \frac{w}{\Theta_0} + \rho_0 u D (u) + \rho_0 w D (w),
\]

となる。ここで \( \nabla \cdot = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial z}) \), \( \mathbf{u} = (u, w) \) である。これを水平平均して厚さ \( h \) の対流層内で積分すると、

\[
\int_0^h \frac{\partial E}{\partial t} \, dz = \int_0^h \rho_0 g \frac{w}{\Theta_0} \, dz + \int_0^h \rho_0 K \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \, dz = B P_k + D_k,
\]

となる。ここで \( \approx \) は水平平均を表す。右辺第1項は対流層内の単位大気柱あたりの浮力による運動エネルギー生成率（対流による仕事率）、右辺第2項は対流層内の単位大気柱あたりの運動エネルギー散逸率である。

\( B P_k \) の大きさをダストのない場合の数値計算の結果から評価すると、

\[
B P_k \sim \int_0^h \rho_0 g \frac{w}{\Theta_0} \, dz = \int_0^h g \frac{Q}{c_p \theta} \, dz \sim g \frac{\Omega h}{c_p \theta}.
\]

2001年1月（小高正嗣）
となる。ここで \( Q \equiv \rho_0 c_p \overline{w^2 \theta} \) は対流によって輸送される鉛直熱フラックス \( \text{Wm}^{-2} \)、\( \overline{Q} \) はその対流層内での鉛直平均値である。\( g = 3.72 \text{msec}^{-1} \), \( c_p \sim 740 \text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1} \), \( \overline{\theta} \sim 240 \text{K} \), \( h \sim 10^4 \text{m} \)、図 5.4 より \( \overline{\overline{Q}} \sim 10 \text{Wm}^{-2} \)、とすると \( BP_k \sim 2 \text{Wm}^{-2} \) となる。

対流層内の単位大気柱あたりの運動エネルギー散逸率 \( D_k \)、平衡状態を仮定すると (2.9) 式で表される乱流エネルギーの散逸率に等しい。その場合 \( D_k \) は乱流拡散係数 \( K \) を用いて、

\[
D_k = \int_0^h \rho_0 \frac{K^3}{C_e^2 h} \, dz \sim \frac{P_{00} K^3}{g C_e^2 h},
\]

と評価される。\( C_e = 0.2 \), \( l \sim 100 \text{m} \) 、計算された乱流拡散係数の大きさ \( K \sim 15 \text{m}^2 \text{sec}^{-1} \) を用いると、\( D_k \sim 0.15 \text{Wm}^{-2} \) となる。\( BP_k \) と \( D_k \) の大きさを比べると、対流層内の運動エネルギー散逸は運動エネルギー生成に比べほとんど無視できることがわかる。

対流によって生成された運動エネルギーは成層圏への重力波生成に消費される。図 5.4 の高度 10 km 以上における熱フラックスの振幅は対流による仕事率 \( BP_k \) のオーダーである。成層圏の重力波は放射冷却と乱流拡散によって次第に減衰する。火星大気においては鉛直対流により生成された対流圏の運動エネルギーは対流圏内で散逸することはできず、成層圏において散逸されねばならない。以上の結果と Satoh and Hayashi (1992) の湿潤対流に関する議論を考慮すると、火星大気の成層圏における鉛直対流によって励起された重力波の役割は地球大気におけ

![Day = 0.3](image)

図 5.4: ダストのない場合の水平平均熱フラックス \( \rho_0 c_p \overline{w^2 \theta} \) の鉛直分布。細実線、破線、点線はそれぞれ \( LT=14:00, 15:00, 16:00 \) での分布。実験線は \( LT=14:00 \sim 16:00 \) の時間平均値。
謝辞

本研究の主題は指導教官である北海道大学林祥介教授との議論の中から着想を得たものである。本研究の意義を常に積極的に評価し、研究開始から論文作成に至るまで一貫して指導して下さったことに対し林教授に深く感謝する。九州大学中島金介助手からは本研究で使用した数値モデルの基盤部分を提供して頂いた。中島助手には大気対流に関する著者の素朴な疑問に対しても丁寧な解説を頂いた。東京大学石岡圭一助教授からは数値モデリングに関する基礎的技術をご教授頂いた。数値モデルの開発にあたり石岡助教授からの助言は非常に有益であった。東京大学山田道夫教授からは流体力学的見地に立った貴重な意見を頂いた。地球流体電脳倶楽部主催の地球流体セミナー参加者、とくに九州大学竹広真一助手と北海道大学石渡正樹助手からは本研究に対し有益な助言を頂いた。北海道大学倉本圭助手中研究を含め地球惑星科学全般に関する議論に乗って頂いた。東北大学高橋芳幸氏からは火星大気におけるダスト放射の数値モデル化に関する技術的助言を頂いた。

2次元モデルの数値計算は京都大学大型計算機センターおよび文部省宇宙科学研究所宇宙科学企画情報解析センターの富士通 VPP800 を用いて行った。初期条件作成用鉛直 1 次元モデルの数値計算は Intel Pentium II 600 MHz 搭載 PC/AT 互換機上で行った。作図の際には地球流体電脳ライブラリを使用した。

本研究遂行期間中 2 年間にわたり、著者は日本学術振興会特別研究員 (DC2) の補助を受けた。同会関係者に感謝する。

最後に私事でありますが、本論文の完成を気長に待ち研究生活を支援して下さいました両親と兄弟に深く感謝するものである。
付録A 太陽放射フラックスと天頂角パラメータ

全波長で積分された大気上端における太陽放射フラックス $F_s$ は、季節、緯度、時刻によって変化する。ここでは季節、緯度を指定した場合の各時刻における $F_s$ の計算方法をまとめる。

平均軌道距離上での太陽定数を $I_0$ (Wm$^{-2}$)、太陽からの距離を $r$、その平均距離を $r_0$、太陽天頂角を $\zeta$、緯度を $\phi$、太陽の赤経を $\delta$、時角 (地方時から $\pi$ ずれたもの、$2\pi t/T - \pi$) とする。太陽放射 $F_s$ は

$$F_s = I_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \cos \zeta,$$

(A.1)

$$\cos \zeta = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos h,$$

(A.2)

と与えられる (例えば小倉, 1999 を参照)。太陽からの距離 $r$ と赤緯 $\delta$ は、

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \omega},$$

$$\sin \delta = \sin \alpha \sin (\omega - \omega_0),$$

と表される。ここで $\theta$ は近日点からの太陽の角度位置、$a$ は軌道半径、$e$ は軌道離心率、$\alpha$ は自転軸の傾き、$\omega_0$ は近日点からの春分点角度位置である。以上の式を $r_0 = a$、火星中心黄径 $L_s \equiv \omega - \omega_0$ を用いてまとめると、

$$F_s = I_0 \left( \frac{1 + e \cos (L_s + \omega_0)}{1 + e^2} \right)^2 \left[ \sin \phi \sin \alpha \sin L_s + \cos h \cos \phi \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 L_s} \right],$$

(A.3)

となる。

本研究では $e = 0.093, \alpha = 25.2^\circ, \omega_0 = 110^\circ, I_0 = 591$ Wm$^{-2}$ とした。$\omega_0$ の値は Carr (1996) 図 1-1 から算出し、その他のパラメータは理科年表 2000 年版の値を用いた。
付録B  CO₂放射のバンドパラメータ

Houghton (1986) の卷末付録の表にある 220 K での $s_i$ (cm⁻¹/(gcm⁻²)) と $\alpha_i$ (g⁻¹) のうち，本研究で使用したものを再掲した。15 μm バンドは 500 cm⁻¹ から 900 cm⁻¹ まで，4.3 μm バンドは 2200 cm⁻¹ から 2450 cm⁻¹ までをそれぞれ $\Delta \nu = 25$ cm⁻¹ で分割する。2.7 μm バンドは 3150 cm⁻¹ から 4100 cm⁻¹ まで，2.0 μm バンドは 4600 cm⁻¹ から 5400 cm⁻¹ までをそれぞれ $\Delta \nu = 100$ cm⁻¹ で分割する。
表B.1: CO₂ 15 μmバンドパラメータ

<table>
<thead>
<tr>
<th>νᵢ(cm⁻¹)</th>
<th>sᵢ</th>
<th>αᵢ</th>
<th>νᵢ(cm⁻¹)</th>
<th>sᵢ</th>
<th>αᵢ</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>512.5</td>
<td>1.952×10⁻²</td>
<td>2.870×10⁻¹</td>
<td>712.5</td>
<td>1.232×10³</td>
<td>8.387×10¹</td>
</tr>
<tr>
<td>537.5</td>
<td>2.785×10⁻¹</td>
<td>1.215×10⁰</td>
<td>737.5</td>
<td>2.042×10²</td>
<td>2.852×10¹</td>
</tr>
<tr>
<td>562.5</td>
<td>5.495×10⁻¹</td>
<td>2.404×10⁰</td>
<td>762.5</td>
<td>7.278×10⁰</td>
<td>6.239×10⁰</td>
</tr>
<tr>
<td>587.5</td>
<td>5.331×10⁰</td>
<td>1.958×10¹</td>
<td>787.5</td>
<td>1.337×10⁰</td>
<td>2.765×10⁰</td>
</tr>
<tr>
<td>612.5</td>
<td>5.196×10²</td>
<td>5.804×10¹</td>
<td>812.5</td>
<td>3.974×10⁻¹</td>
<td>8.897×10⁻¹</td>
</tr>
<tr>
<td>637.5</td>
<td>7.778×10³</td>
<td>2.084×10²</td>
<td>837.5</td>
<td>1.280×10⁻²</td>
<td>3.198×10⁻²</td>
</tr>
<tr>
<td>662.5</td>
<td>8.746×10⁴</td>
<td>7.594×10²</td>
<td>862.5</td>
<td>2.501×10⁻³</td>
<td>1.506×10⁻³</td>
</tr>
<tr>
<td>687.5</td>
<td>2.600×10⁴</td>
<td>2.635×10²</td>
<td>887.5</td>
<td>3.937×10⁻³</td>
<td>1.446×10⁻³</td>
</tr>
</tbody>
</table>

表B.2: CO₂ 4.3 μmバンドパラメータ

<table>
<thead>
<tr>
<th>νᵢ(cm⁻¹)</th>
<th>sᵢ</th>
<th>αᵢ</th>
<th>νᵢ(cm⁻¹)</th>
<th>sᵢ</th>
<th>αᵢ</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>2212.5</td>
<td>9.504×10⁻¹</td>
<td>2.866×10⁰</td>
<td>2337.5</td>
<td>5.587×10⁵</td>
<td>1.206×10³</td>
</tr>
<tr>
<td>2237.5</td>
<td>2.217×10²</td>
<td>3.000×10¹</td>
<td>2362.5</td>
<td>6.819×10⁵</td>
<td>1.182×10³</td>
</tr>
<tr>
<td>2262.5</td>
<td>4.566×10³</td>
<td>1.134×10²</td>
<td>2387.5</td>
<td>1.256×10⁴</td>
<td>8.873×10¹</td>
</tr>
<tr>
<td>2287.5</td>
<td>7.965×10³</td>
<td>2.011×10²</td>
<td>2412.5</td>
<td>7.065×10⁻¹</td>
<td>3.404×10⁻¹</td>
</tr>
<tr>
<td>2312.5</td>
<td>1.055×10⁵</td>
<td>5.880×10²</td>
<td>2437.5</td>
<td>8.522×10⁻²</td>
<td>4.236×10⁻¹</td>
</tr>
</tbody>
</table>

表B.3: CO₂ 2.7 μmバンドパラメータ

<table>
<thead>
<tr>
<th>νᵢ(cm⁻¹)</th>
<th>sᵢ</th>
<th>αᵢ</th>
<th>νᵢ(cm⁻¹)</th>
<th>sᵢ</th>
<th>αᵢ</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>3150</td>
<td>1.324×10⁻¹</td>
<td>9.836×10⁻¹</td>
<td>3650</td>
<td>1.543×10⁴</td>
<td>3.245×10²</td>
</tr>
<tr>
<td>3250</td>
<td>7.731×10⁻²</td>
<td>4.900×10⁻¹</td>
<td>3750</td>
<td>1.649×10⁴</td>
<td>2.722×10²</td>
</tr>
<tr>
<td>3350</td>
<td>1.232×10⁰</td>
<td>2.952×10⁰</td>
<td>3850</td>
<td>1.180×10⁻¹</td>
<td>9.535×10⁻¹</td>
</tr>
<tr>
<td>3450</td>
<td>5.159×10⁰</td>
<td>7.639×10⁰</td>
<td>3950</td>
<td>1.464×10⁻²</td>
<td>2.601×10⁻¹</td>
</tr>
<tr>
<td>3550</td>
<td>4.299×10³</td>
<td>1.914×10²</td>
<td>4050</td>
<td>1.251×10⁻²</td>
<td>2.021×10⁻¹</td>
</tr>
</tbody>
</table>

表B.4: CO₂ 2.0 μmバンドパラメータ

<table>
<thead>
<tr>
<th>νᵢ(cm⁻¹)</th>
<th>sᵢ</th>
<th>αᵢ</th>
<th>νᵢ(cm⁻¹)</th>
<th>sᵢ</th>
<th>αᵢ</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>4650</td>
<td>2.185×10⁻¹</td>
<td>1.916×10⁰</td>
<td>5050</td>
<td>8.778×10¹</td>
<td>2.012×10¹</td>
</tr>
<tr>
<td>4750</td>
<td>2.040×10⁰</td>
<td>6.475×10⁰</td>
<td>5150</td>
<td>8.346×10¹</td>
<td>1.804×10¹</td>
</tr>
<tr>
<td>4850</td>
<td>1.197×10²</td>
<td>3.112×10¹</td>
<td>5250</td>
<td>8.518×10⁻²</td>
<td>8.474×10⁻¹</td>
</tr>
<tr>
<td>4950</td>
<td>4.829×10²</td>
<td>5.759×10¹</td>
<td>5350</td>
<td>4.951×10⁻¹</td>
<td>1.597×10⁰</td>
</tr>
</tbody>
</table>
付録C ダストの光学的厚さ

C.1 光学的厚さ

波数 $\nu$ の光に対する光学的厚さ $\tau_\nu$ は、単位体積あたりの消散係数 $\beta_{e,\nu}$ を用いて

$$\tau_\nu(z) = - \int_{z_t}^z \beta_{e,\nu}(r) \, dz,$$  \hspace{1cm} (C.1)

と表される。ここで $z_t$ は大気上端高度である。$\beta_{e,\nu}$ は

$$\beta_{e,\nu} = \int_0^\infty \sigma_{e,\nu}(r) \frac{dn(r)}{dr} \, dr$$  \hspace{1cm} (C.2)

と表される。ここで $\sigma_{e,\nu}$ は消散断面積 (extinction cross section), $dn(r)/dr$ は散乱物質の粒径分布関数である (cf. Liou, 1980; 柴田, 1999)。質量消散係数 $k_e$ との関係は、

$$\rho_a q_s k_{e,\nu} = \int_0^\infty \sigma_{e,\nu}(r) \frac{dn(r)}{dr} \, dr$$  \hspace{1cm} (C.3)

となる。ここで $\rho_a$ は大気の密度, $q_s$ は散乱物質の質量混合比である。同様に単位体積あたりの散乱係数, 吸収係数は、散乱断面積 (scattering cross section) $\sigma_{s,\nu}$, 吸収断面積 (absorption cross section) $\sigma_{a,\nu}$ を用いて

$$\beta_{s,\nu} = \int_0^\infty \sigma_{s,\nu}(r) \frac{dn(r)}{dr} \, dr,$$  \hspace{1cm} (C.4)

$$\beta_{a,\nu} = \int_0^\infty \sigma_{a,\nu}(r) \frac{dn(r)}{dr} \, dr,$$  \hspace{1cm} (C.5)

と表される。この場合一次散乱アルベド $\tilde{\omega}_\nu$ は

$$\tilde{\omega}_\nu = \frac{\beta_{s,\nu}}{\beta_{a,\nu}}$$  \hspace{1cm} (C.6)

となる。
消散断面積を幾何学的断面積で割った値を消散効率 (extinction efficiency) と呼び、これを $Q_{e,\nu}$ と表す。

$$Q_{e,\nu} = \frac{\sigma_{e,\nu}}{\pi r^2}. \quad (C.7)$$

同様に散乱効率 (scattering efficiency) $Q_{s,\nu}$、吸収効率 (absorption efficiency) $Q_{a,\nu}$ が定義される。

$$Q_{s,\nu} = \frac{\sigma_{s,\nu}}{\pi r^2}, \quad (C.8)$$

$$Q_{a,\nu} = \frac{\sigma_{a,\nu}}{\pi r^2}. \quad (C.9)$$

### C.2 混合比からの計算

本研究における計算では、ダストの質量混合比 $q$ を既知の物理量としてダストの光学的厚さを求める。与えられるパラメータは粒径分布で平均された消散効率と $Q_{e,\nu}$、一次散乱アルベド $\omega_{\nu}$、粒径分布関数 $dn(r)/dr$、そのモード半径 $r_m$ と有効半径 (断面積加算平均半径) (cross section weighted mean radius) ともいう) $r_{\text{eff}}$、そしてダストの密度 $\rho_d$ である。$Q_{e,\nu}$, $r_{\text{eff}}$ はそれぞれ

$$\overline{Q}_{e,\nu} = \frac{\int_0^\infty Q_{e,\nu} \pi r^2 \frac{dn(r)}{dr} dr}{\int_0^\infty \pi r^2 \frac{dn(r)}{dr} dr}, \quad (C.10)$$

$$r_{\text{eff}} = \frac{\int_0^\infty r^3 \frac{dn(r)}{dr} dr}{\int_0^\infty r^2 \frac{dn(r)}{dr} dr}, \quad (C.11)$$

de与えられる。

散乱物質の形状を球形と仮定すると単位質量あたりの消散係数は、

$$\beta_{e,\nu} = \frac{\overline{Q}_{e,\nu}}{r_{\text{eff}}} \frac{\int_0^\infty \pi r^2 \frac{dn(r)}{dr} dr}{\int_0^\infty \pi r^2 \frac{dn(r)}{dr} dr},$$

$$\beta_{e,\nu} = \frac{\overline{Q}_{e,\nu}}{r_{\text{eff}}} \frac{3 \rho_a q_a}{4 \pi \rho_d}, \quad (C.12)$$

となる。ここで $\rho_d$ は大気の密度である。したがって光学的厚さは $\tau_\nu$ は

$$\tau_\nu = -\int_{zt} \overline{Q}_{e,\nu} \frac{3 \rho_a q_a}{4 \pi \rho_d} dz, \quad (C.13)$$

となる。
C.3 ダストの光学パラメータ

本研究で考慮したダスト放射の波長領域とダストの光学パラメータを表 C.1 にまとめる。

<table>
<thead>
<tr>
<th>バンド（μm）</th>
<th>バンド（cm⁻²）</th>
<th>0.67μm/Q_c,v</th>
<th>0.67μm</th>
<th>0.67μm</th>
<th>0.67μm</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>可視光波長領域</td>
<td>0.1–5 μm</td>
<td>2000–10³</td>
<td>1.0</td>
<td>0.920</td>
<td>0.55</td>
</tr>
<tr>
<td>赤外波長領域</td>
<td>5–11.6 μm</td>
<td>870–2000</td>
<td>0.253</td>
<td>0.470</td>
<td>0.528</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>20–200 μm</td>
<td>50–500</td>
<td>0.166</td>
<td>0.370</td>
<td>0.362</td>
</tr>
</tbody>
</table>

表 C.1: 使用するバンドと光学パラメータ. \( Q_{E,0.67\mu m} = 3.04 \) である。

C.4 赤外に対する光学的厚さ

5–11.6 μm 赤外吸収バンドの光学的厚さ \( \tau_{5–11.6\mu m} \) は \( Q_{E,0.67\mu m} \) を用いて計算された可視光に対する光学的厚さと、観測から得られている可視と赤外の光学的厚さの比 \( \tau_{0.67\mu m}/\tau_{9\mu m} \) (本研究では Forget (1998) に従い 2) を利用して計算する。20–200 μm バンドの光学的厚さは、\( \tau_{5–11.6\mu m} \) と表 C.1 に示した \( Q_{E,v}/Q_{E,0.67\mu m} \) の比から計算する。

赤外の光学的厚さを計算する際に上記のような方法を用いる理由は、それぞれの波長帯の消散効率を用いて計算された可視と赤外の光学的厚さの比 \( \tau_{0.67\mu m}/\tau_{9\mu m} \) が観測結果とあまりよく一致しない (Zurek, 1982) からである。一致しない原因としては、例えば赤外よりも可視の消散に寄与するより粒径の小さいダストの性質がよくわかっていない、等が考えられている (Zurek, 1982; Forget, 1998).
付録D 離散化の詳細

本章では第2.2章で概説した数理モデルの離散化方法の詳細を解説する。本章中の記号に添えられた下付き添字 \(i,j\) はそれぞれ水平および鉛直方向の格子点を表す。上付き添字 \(n,N\) は時間方向の格子点を表す。大気中の鉛直格子点数は \(J\) とする。スカラー量と基本場量の空間格子点を整数値にとり、それから半格子ずれた点を半整数値で表す。空間格子間隔は水平方向は \(\Delta x\), 鉛直方向は \(\Delta z_j\), 時間刻みは \(\Delta t\) と表す。

D.1 大気モデル

D.1.1 運動方程式

第2.1.1節に示した (2.1), (2.2) 式は以下のように変形した後に離散化する。

\[
\begin{align*}
\frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial \hat{P}}{\partial x} + \alpha, \\
\frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{\partial \hat{P}}{\partial z}
\end{align*}
\]

ただし,

\[
\begin{align*}
\hat{P} &\equiv c_p \Theta_0 \pi - \beta, \\
\alpha &\equiv -u \frac{\partial u}{\partial x} - w \frac{\partial u}{\partial z} - f v + D(u) - \frac{\partial \beta}{\partial x}, \\
\beta &\equiv \int_0^z \left( -u \frac{\partial w}{\partial x} - w \frac{\partial w}{\partial z} + b + D(w) \right) dz,
\end{align*}
\]

である。このように変形するのはモデル上下端において \(\pi\) の境界条件を時間変化させないようにするためである。

これらを以下のように離散化する。移流項 \(D[UW]ADV\) は保存型と移流型の混合型で計算する。摩擦項 \(D[UW]VIS^{N}_{i+\frac{1}{2}j}\), \(D[UW]NLV^{N}_{i+\frac{1}{2}j}\) の時間積分は前進差分、その他の項の積分は leap frog スキームと前進差分の組み合わせを用いて行う。圧力項 \(\hat{P}\) の導出について第D.1.3節を参照。
\[
\begin{align*}
  u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} &= u_{i+\frac{1}{2},j}^N + dt \left( \frac{\hat{P}_{i+1,j} - \hat{P}_{i,j}}{\Delta x} + \alpha_{i+\frac{1}{2},j} \right), \quad \text{(D.1)} \\
  w_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} &= w_{i+\frac{1}{2},j}^N + dt \frac{\hat{P}_{i,j+1} - \hat{P}_{i,j}}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}}.
\end{align*}
\]

\[
N = \begin{cases} 
  k - 1 & \text{for leap frog,} \\
  k & \text{for forward,}
\end{cases} \\
\quad \text{for } dt = \begin{cases} 
  2\Delta t & \text{for leap frog,} \\
  \Delta t & \text{for forward.}
\end{cases} \quad \text{(D.3)}
\]

\[
\begin{align*}
\alpha_{i+\frac{1}{2},j} &= -(\beta_{i+1,j} - \beta_{i,j}) \\
&\quad + [\text{DUADV}]_{i+\frac{1}{2},j} + [\text{DUPRS}]_{i+\frac{1}{2},j} + [\text{DUVIS}]_{i+\frac{1}{2},j} + [\text{DUNLV}]_{i+\frac{1}{2},j}, \quad \text{(D.4)} \\
\beta_{i,j} &= \sum_{j'=0}^j \left( [\text{DADV}]_{i,j'-\frac{1}{2}} + [\text{DADV}]_{i,j'-1} + [\text{DNLV}]_{i,j'-\frac{1}{2}} \right) \Delta z_{j'-\frac{1}{2}} + [\text{BUOY}]_{i,j'-\frac{1}{2}}. \quad \text{(D.5)}
\end{align*}
\]

\[
\begin{align*}
\text{DUADV}_{i+\frac{1}{2},j}^n &= -\frac{1}{\Delta x} \left\{ \left( u_{i+1,j}^n u_{i+1,j}^n - u_{i-1,j}^n u_{i-1,j}^n \right) \\
&\quad + (\rho_{0,j+\frac{1}{2}} u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n - \rho_{0,j-\frac{1}{2}} u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^n ) \Delta x / (\rho_{0,j} \Delta z_j) - u_{i+\frac{1}{2},j}^n \left( \nabla \cdot \rho_0 \mathbf{v} / \rho_0 \right)_{i+\frac{1}{2},j} \right\}, \quad \text{(D.6)}
\end{align*}
\]

\[
\begin{align*}
\text{DWADV}_{i,j+\frac{1}{2}}^n &= -\frac{1}{\Delta x} \left\{ \left( w_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n - w_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n \right) \\
&\quad + (\rho_{0,j+1} w_{i,j+1}^n w_{i,j+1}^n - \rho_{0,j} w_{i,j}^n w_{i,j}^n) \Delta x / (\rho_{0,j+\frac{1}{2}} \Delta z_{j+\frac{1}{2}}) - w_{i,j+\frac{1}{2}}^n \left( \nabla \cdot \rho_0 \mathbf{v} / \rho_0 \right)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \right\}, \quad \text{(D.7)}
\end{align*}
\]

\[
\begin{align*}
\text{DUVIS}_{i+\frac{1}{2},j}^n &= \frac{1}{(\Delta x)^2} \left\{ \left[ K_{i+1,j}^n \left( u_{i+\frac{3}{2},j}^n - u_{i,\frac{3}{2},j}^n \right) - K_{i,j}^n \left( u_{i+\frac{1}{2},j}^n - u_{i-\frac{1}{2},j}^n \right) \right] \\
&\quad + \left( \frac{\Delta x}{\rho_{0,j} \Delta z_j} \right)^2 \left[ \rho_{0,j+\frac{1}{2}} K_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n \left( u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n - u_{i+\frac{1}{2},j}^n \right) / \Delta z_{j+\frac{1}{2}} - \right. \\
&\quad \left. \rho_{0,j-\frac{1}{2}} K_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^n \left( u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^n - u_{i+\frac{1}{2},j}^n \right) / \Delta z_{j-\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad \text{(D.8)}
\end{align*}
\]

\[
\begin{align*}
\text{DWVIS}_{i,j+\frac{1}{2}}^n &= \frac{1}{(\Delta x)^2} \left\{ \left[ K_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n \left( w_{i+1,j+1}^n - w_{i,j+\frac{1}{2}}^n \right) - K_{i+\frac{1}{2},j}^n \left( w_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n - w_{i-1,j+\frac{1}{2}}^n \right) \right] \\
&\quad + \left( \frac{\Delta x}{\rho_{0,j} \Delta z_j} \right)^2 \left[ \rho_{0,j+1} K_{i+\frac{1}{2},j+1}^n \left( w_{i+1,j+1}^n - w_{i,j+1}^n \right) / \Delta z_{j+1} - \right. \\
&\quad \left. \rho_{0,j} K_{i,j}^n \left( w_{i,j+\frac{1}{2}}^n - w_{i,j-\frac{1}{2}}^n \right) / \Delta z_{j-1} \right] \right\}. \quad \text{(D.9)}
\end{align*}
\]
DUNLV_{i,j}^{n+1} = \left\{ \left( u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} - u_{i+\frac{1}{2},j-1}^{n+1} \right)^3 - \left( u_{i+\frac{1}{2},j}^{n} - u_{i-\frac{1}{2},j}^{n} \right)^3 \right\} + 0.1 \left\{ \left( u_{i+\frac{1}{2},j}^{n} - u_{i+\frac{1}{2},j+1}^{n} \right)^3 - \left( u_{i+\frac{1}{2},j}^{n} - u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} \right)^3 \right\} \left( 16.0 \cdot 10^3 \cdot \rho_{0,j} \Delta z_j / \Delta x \right), \quad \text{(D.10)}

DWNLV_{i,j}^{n+1} = \left\{ \left( w_{i,j+1}^{n+1} - w_{i,j}^{n+1} \right)^3 - \left( w_{i,j}^{n} - w_{i,j-1}^{n} \right)^3 \right\} + 0.1 \left\{ \left( w_{i,j}^{n} - w_{i+1,j}^{n} \right)^3 - \left( w_{i,j}^{n} - w_{i,j}^{n+1} \right)^3 \right\} \left( 16.0 \cdot 10^3 \cdot \rho_{0,j} \Delta z_j / \Delta x \right), \quad \text{(D.11)}

BUOY_{i,j}^{n+1} = \frac{g}{\Theta_{0,j}^{n+1}} \rho_{0,j}^{n+1}, \quad \text{(D.12)}

u_{i,j}^{n+1} = 0.5 \left( u_{i,j+1}^{n+1} + u_{i+1,j}^{n+1} \right), \quad \rho_{0,j}^{n+1} = 0.5 \left( \rho_{0,j+1}^{n+1} + \rho_{0,j}^{n+1} \right),

w_{i,j}^{n+1} = 0.5 \left( w_{i+1,j}^{n+1} + w_{i+1,j+1}^{n+1} \right), \quad \Theta_{0,j}^{n+1} = 0.5 \left( \Theta_{0,j+1}^{n+1} + \Theta_{0,j}^{n+1} \right),

\left( \nabla \cdot \rho_0 \mathbf{v} / \rho_0 \right)_{i,j}^{n+1} = \frac{u_{i,j+1}^{n+1} - u_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{\rho_{0,j+\frac{1}{2}}^{n+1} w_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \rho_{0,j-\frac{1}{2}}^{n+1} w_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1}}{\rho_{0,j} \Delta z_j},

\left( \nabla \cdot \rho_0 \mathbf{v} / \rho_0 \right)_{i,j}^{n+1} = \frac{u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} - u_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{\rho_{0,j+\frac{1}{2}}^{n+1} u_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \rho_{0,j}^{n+1} u_{i,j}^{n+1}}{\rho_{0,j} \Delta z_j^{n+1}},

D.1.2 熱力学の式

移流項 [DTADV]_{i,j}^{n+1}, [DTAD0]_{i,j}^{n+1} は 4 次中央差分で空間離散化する。摩擦項 [DTDF]_{i,j}^{n+1}, [DTDI0]_{i,j}^{n+1} と放射加熱項 [Qr_{rad,j}^{n+1}] の時間積分は常に前進差分を用いて行う。放射加熱項の計算方法は第 D.5 節を参照。

\theta_{i,j}^{n+1} = \theta_{i,j}^{n} + dt \left\{ \frac{\Theta_{0,j}^{n}}{T_{0,j}^{n}} Q_{rad,j}^{n} + [DTADV]_{i,j}^{n} + [DTAD0]_{i,j}^{n} + [DTDF]_{i,j}^{n} + [DTDI0]_{i,j}^{n} \right\} \quad \text{(D.13)}

\text{DTADV}_{i,j}^{n+1} = - \left\{ \frac{1}{\rho_{0,j} \Delta x} \left[ - \frac{1}{24} F \theta_{x(i+\frac{3}{2},j)}^{n} + \frac{9}{8} F \theta_{x(i+\frac{1}{2},j)}^{n} - \frac{9}{8} F \theta_{x(i-\frac{1}{2},j)}^{n} - \frac{1}{24} F \theta_{x(i-\frac{3}{2},j)}^{n} \right] \right\}
\[
+ \frac{1}{\rho_0 j \Delta z_j} \left\{ \frac{1}{24} F \theta_z^n \left( x_{i+\frac{1}{2} j} \right) + \frac{9}{8} F \theta_z^n \left( x_{i+\frac{1}{2} j} \right) - \frac{9}{8} F \theta_z^n \left( x_{i-\frac{1}{2} j} \right) + \frac{1}{24} F \theta_z^n \left( x_{i-\frac{1}{2} j} \right) \right\}, \quad (D.14)
\]

\[
F \theta_z^n \left( x_{i+\frac{1}{2} j} \right) = \rho_0 j u \left. \right|_{x_{i+\frac{1}{2} j}} \left( \frac{1}{16} \theta_i^n + \frac{9}{16} \theta_{i+1}^n + \frac{9}{16} \theta_{i-1}^n - \frac{1}{16} \theta_{i-1}^n \right),
\]

\[
F \theta_z^n \left( x_{i+\frac{1}{2} j} \right) = \rho_0 j u \left. \right|_{x_{i+\frac{1}{2} j}} \left( -\frac{1}{16} \theta_i^n + \frac{9}{16} \theta_{i+1}^n + \frac{9}{16} \theta_{i-1}^n - \frac{1}{16} \theta_{i-1}^n \right).
\]

\[
DTAD^n_{i,j} = \left\{ \frac{1}{\rho_0 j \Delta z_j} \Theta_0 \left[ \frac{1}{24} F \theta_z^n \left( x_{i+\frac{1}{2} j} \right) + \frac{9}{8} F \theta_z^n \left( x_{i+\frac{1}{2} j} \right) - \frac{9}{8} F \theta_z^n \left( x_{i-\frac{1}{2} j} \right) + \frac{1}{24} F \theta_z^n \left( x_{i-\frac{1}{2} j} \right) \right] 
+ \frac{1}{\rho_0 j \Delta z_j} \left[ \frac{1}{24} F \theta^n \left( x_{i+\frac{1}{2} j} \right) + \frac{9}{8} F \theta^n \left( x_{i+\frac{1}{2} j} \right) - \frac{9}{8} F \theta^n \left( x_{i-\frac{1}{2} j} \right) + \frac{1}{24} F \theta^n \left( x_{i-\frac{1}{2} j} \right) \right] \right\}, \quad (D.15)
\]

\[
F \theta^n \left( x_{i+\frac{1}{2} j} \right) = \rho_0 j u \left. \right|_{x_{i+\frac{1}{2} j}} \left( -\frac{1}{16} \Theta_0 + \frac{9}{16} \Theta_{0+1} + \frac{9}{16} \Theta_{0-1} - \frac{1}{16} \Theta_{0-1} \right).
\]

\[
\text{DTDF}^n_{i,j} = \frac{1}{(\Delta x)^2} \left[ \tilde{K}^n_{i+\frac{1}{2} j} \left( \theta^n_{i+1,j} - \theta^n_{i,j} \right) - \tilde{K}^n_{i-\frac{1}{2} j} \left( \theta^n_{i,j} - \theta^n_{i-1,j} \right) \right] + 
\frac{1}{\rho_0 j \Delta z_j} \left[ \frac{1}{24} \tilde{K}^n_{i+\frac{1}{2} j} \left( \theta^n_{i,j+1} - \theta^n_{i,j} \right) - \frac{1}{24} \tilde{K}^n_{i-\frac{1}{2} j} \left( \theta^n_{i,j} - \theta^n_{i,j-1} \right) \right] \quad (D.16)
\]

\[
\text{DTDIO}^n_{i,j} = \frac{1}{\rho_0 j \Delta z_j} \left[ \frac{1}{24} \tilde{K}^n_{i+\frac{1}{2} j} \left( \theta^n_{i,j+1} - \theta^n_{i,j} \right) - \frac{1}{24} \tilde{K}^n_{i-\frac{1}{2} j} \left( \theta^n_{i,j} - \theta^n_{i,j-1} \right) \right], \quad (D.17)
\]

\[
\tilde{K}^n_{i+\frac{1}{2} j} = 0.5 \left( \tilde{K}^n_{i+1,j} + \tilde{K}^n_{i,j} \right), \quad \tilde{K}^n_{i,j+\frac{1}{2}} = 0.5 \left( \tilde{K}^n_{i,j+1} + \tilde{K}^n_{i,j} \right).
\]

D.1.3 力圧診断式

力圧の診断式 (2.8) を第 D.1.1 節で行った変形にあわせて以下のように変形する。

\[
\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho_0 \Delta z} \frac{\partial}{\partial z} \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) P = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot \rho_0 \mathbf{v} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \alpha,
\]

これを dimension-reduction 法を用いて解く。上の式を適当に離散化すると, 

\[
D_x P + D_z P = S \quad (D.18)
\]

2001年1月 (小高 正嗣)
と書くことができる．ただし \( P, D_x, D_z, S \) はそれぞれ，
\[
\dot{P}, \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho_0}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \right), \quad \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot \mathbf{v} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \alpha,
\]
を離散化した列である．行列 \( D_x \) の固有値を \( \lambda_i \) とし，固有ベクトルを \( V_i(z) \) とし，固有列ベクトルを並べた列を \( V \)，対角成分が \( \lambda_i \) である行列を \( \Lambda \) とすると，\( D_z V = V \Lambda \) となる．
\( P = V \cdot H \) と展開すると，
\[
VD_x H + V \Lambda H = S.
\]
したがって，
\[
(D_x + \Lambda) H = V^{-1} S, \tag{D.19}
\]
となる．
固有値を \( \lambda_i \) と固有ベクトルを \( V_i(z) \) を求めるために必要な \( z \) 方向の係数行列 \( D_z \) は
\[
\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \pi
\]
を差分化して与える．最初の微分は 2 次中央差分，次の微分は 4 次中央差分で解く．これは連続の式は 4 次中央差分，圧力の微分は 2 次中央差分であることによる．よって係数行列は 5 重対角行列になる．係数行列の成分を \( A_{ij} \) とすると以下のようになる．
\[
A_{i,i+2} = -\frac{1}{\rho_0 \Delta z_i} \left( \frac{1}{24 \Delta z_i + \frac{1}{2}} \left( \frac{\rho_{0,i+2} + \rho_{0,i+1}}{2} \right) \right), \tag{D.20}
\]
\[
A_{i,i+1} = \frac{1}{\rho_0 \Delta z_i} \left( \frac{1}{24 \Delta z_i + \frac{1}{2}} \left( \frac{\rho_{0,i+2} + \rho_{0,i+1}}{2} \right) + \frac{9}{8 \Delta z_i + \frac{1}{2}} \left( \frac{\rho_{0,i+1} + \rho_{0,i}}{2} \right) \right), \tag{D.21}
\]
\[
A_{i,i} = \frac{1}{\rho_0 \Delta z_i} \left( \frac{1}{8 \Delta z_i + \frac{1}{2}} \left( \frac{\rho_{0,i+1} + \rho_{0,i}}{2} \right) + \frac{9}{8 \Delta z_i + \frac{1}{2}} \left( \frac{\rho_{0,i} + \rho_{0,i-1}}{2} \right) \right), \tag{D.22}
\]
\[
A_{i+1,i} = \frac{1}{\rho_0 \Delta z_i} \left( \frac{1}{24 \Delta z_i + \frac{1}{2}} \left( \frac{\rho_{0,i+1} + \rho_{0,i-2}}{2} \right) + \frac{9}{8 \Delta z_i + \frac{1}{2}} \left( \frac{\rho_{0,i} + \rho_{0,i-1}}{2} \right) \right), \tag{D.23}
\]
\[
A_{i+2,i} = -\frac{1}{\rho_0 \Delta z_i} \left( \frac{1}{24 \Delta z_i - \frac{3}{2}} \left( \frac{\rho_{0,i-1} + \rho_{0,i-2}}{2} \right) \right). \tag{D.24}
\]
境界条件は上下壁で \( \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \) となるようにする．
$x$方向についても適当な固有関数に展開して各モードに対する展開係数を求める。ここでは三角関数で展開する。

\[
H = \sum_{k=1}^{NX/2-1} [H]_{kz}, \tag{D.25}
\]

\[
V^{-1}S = \sum_{k=1}^{NX/2-1} [V^{-1}S]_{kz}, \tag{D.26}
\]

\[
(D_x + \Lambda) = \sum_{k_z=1}^{NX/2-1} [D_x + \Lambda]_{k_z} \tag{D.27}
\]

\[
[H]_{kz} = [D_x + \Lambda]_{kz}^{-1} [V^{-1}S]_{kz} \tag{D.28}
\]

### D.1.4 基本場

温度分布 $T_j$ を与え、静水圧平衡の式と状態方程式を用いて $P_{0,j}$ と $\rho_{0,j}$ を計算する。

\[
\ln P_{0,j} = \ln P_{00} - \sum_{j=1}^{j} \frac{g}{RT_{0,j}} \Delta z_j, \tag{D.29}
\]

\[
\rho_{0,j} = \frac{P_{0,j}}{RT_{0,j}}. \tag{D.30}
\]

$P_{0,j}, \rho_{0,j}$ を求めた後 $\Pi_{0,j}, \Theta_{0,j}$ を計算する。

\[
\Pi_{0,j} = \left( \frac{P_{0,j}}{P_{00}} \right)^{\kappa}, \tag{D.31}
\]

\[
\Theta_{0,j} = \frac{T_{0,j}}{\Pi_{0,j}}. \tag{D.32}
\]

### D.2 乱流パラメタリゼーション

移流項 $|DKADV|_{i,j}^n$ は熱力学の式の場合と同様に 4 次中央差分、その他の項は 2 次中央差分で離散化する。摩擦項 $|DKDIF|_{i,j}^N, |DKNLD|_{i,j}^N$ の時間積分に対しては常に前進差分を用いる。 $|DKADV|_{i,j}^n, |DKDIF|_{i,j}^N$ の表現はそれぞれ (D.14), (D.16) 式と同様なので、ここでは省略する。

\[
\varepsilon_{i,j}^{n+1} = \varepsilon_{i,j}^N + dt \left\{ |DKADV|_{i,j}^n + [DKDIF]_{i,j}^N + [DKNLD]_{i,j}^N \right. \\
+ [DKBP]_{i,j}^n + [DKSP]_{i,j}^n - \frac{C_{e}}{t} (\varepsilon_{i,j}^N)^2 \left. \right\} \tag{D.33}
\]

2001年 1月 (小髙 正嗣)
DKNLD_{k,j}^{n} = \frac{1}{(\Delta x)^2} \left[ K_{NL,D,i+\frac{1}{2},j}^n (\varepsilon_{i+1,j}^n - \varepsilon_{i,j}^n) - K_{NL,D,i-\frac{1}{2},j}^n (\varepsilon_{i-1,j}^n - \varepsilon_{i,j}^n) \right] + \frac{1}{\rho_{0,j} \Delta z_j} \left[ \rho_{0,j+1} K_{NL,D,i,j+\frac{1}{2}}^n (\varepsilon_{i,j+1}^n - \varepsilon_{i,j}^n) - \rho_{0,j-1} K_{NL,D,i,j-\frac{1}{2}}^n (\varepsilon_{i,j-1}^n - \varepsilon_{i,j}^n) \right] \tag{D.34}

K_{NL,D,i+\frac{1}{2},j}^n = \text{MIN} \left[ K_{NL,D,max}, 0.01 \frac{(\Delta x)^2 \mathcal{L}(\varepsilon)_{i+1,j}^n + \mathcal{L}(\varepsilon)_{i,j}^n}{\Delta t} \right],

K_{NL,D,i,j+\frac{1}{2}}^n = \text{MIN} \left[ K_{NL,D,max}, 0.01 \frac{(\Delta x)^2 \mathcal{L}(\varepsilon)_{i,j+1}^n + \mathcal{L}(\varepsilon)_{i,j}^n}{\Delta t} \right],

\mathcal{L}(\varepsilon)_{i,j}^n = \left( 3 |\varepsilon_{i+1,j}^n + \varepsilon_{i-1,j}^n - 2\varepsilon_{i,j}^n | + |\varepsilon_{i,j+1}^n + \varepsilon_{i,j-1}^n - 2\varepsilon_{i,j}^n | \right) / 2000,

K_{NL,D,max} = 0.2 \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t}.

DKBP_{i,j}^n = -\frac{g}{\Theta_{0,j}} K_{i,j}^n \frac{1}{\Delta z_j} \left[ (\theta_{i,j+\frac{1}{2}} + \Theta_{0,j+\frac{1}{2}}) - (\theta_{i,j-\frac{1}{2}} + \Theta_{0,j-\frac{1}{2}}) \right], \tag{D.35}

DKSP_{i,j}^n = 2K_{i,j}^n \left[ \left( \frac{u_{i+\frac{1}{2},j}^n - u_{i-\frac{1}{2},j}^n}{\Delta x} \right)^2 + \left( \frac{w_{i,j+\frac{1}{2}}^n - w_{i,j-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z_j} \right)^2 \right]

+\frac{2}{3} \varepsilon_{i,j}^n \left[ \frac{u_{i,j+\frac{1}{2}}^n - u_{i,j-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z_j} + \frac{w_{i+\frac{1}{2},j}^n - w_{i-\frac{1}{2},j}^n}{\Delta x} \right]

+K_{i,j}^n \left[ \frac{u_{i,j+\frac{1}{2}}^n - u_{i,j-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z_j} + \frac{w_{i+\frac{1}{2},j}^n - w_{i-\frac{1}{2},j}^n}{\Delta x} \right]^2 \tag{D.36}

u_{i,j+\frac{1}{2}}^n = 0.5 \left( u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n + u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n \right), \quad w_{i+\frac{1}{2},j}^n = 0.5 \left( w_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n + w_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^n \right).

D.3 地表フラックスパラメタリゼーション

\begin{align*}
F_{u,i} &= -\rho_0 C_{D,i} |u_{i+\frac{1}{2}}| u_{i+\frac{1}{2}}, \quad \tag{D.37} \\
F_{\theta,i} &= \rho_0 C_{D,i} |u_{i+\frac{1}{2}}| (T_{sfc,i} - T_{l,1}). \quad \tag{D.38}
\end{align*}

C_{D,i} = \begin{cases} 
C_{Da} \left( \frac{1}{1 + b \text{Ri}_{B,i}} \right)^{1/2} & \text{for } \text{Ri}_{B,i} < 0, \\
C_{Da} \left( \frac{1}{1 + b \text{Ri}_{B,i}} \right) & \text{for } \text{Ri}_{B,i} \geq 0,
\end{cases} \quad \tag{D.39}
### D.4 ダストのモデル

移流項 [DQADV]_{i,j}^n は熱力学の式と同様に 4 次中央差分、重力沈降項 [DQFALL]_{i,j}^N は 1 次の上流差分で空間離散化する。摩擦項 [DQDIF]_{i,j}^N、[DQNLD]_{i,j}^N と重力沈降項の時間積分に対しては常に前進差分を用いる。[DQADV]_{i,j}^n, [DQDIF]_{i,j}^N, [DQNLD]_{i,j}^N の表現はそれぞれ (D.14), (D.16), (D.34) 式と同様なので、ここでは省略する。

\[
q_{i,j}^{n+1} = q_{i,j}^n + dt \left\{ [DQADV]_{i,j}^n + [DQDIF]_{i,j}^N + [DQFALL]_{i,j}^N + [DQNLD]_{i,j}^N \right\} \tag{D.41}
\]

\[
DQFALL_{i,j}^n = - \frac{1}{\rho_{0,j}} \Delta z_j \left( FQf_{z(i,j+\frac{1}{2})}^n - FQf_{z(i,j-\frac{1}{2})}^n \right), \tag{D.42}
\]

\[
FQf_{z(i,j-\frac{1}{2})}^n = - \frac{\rho_{0,j} \Delta r_{mod}}{18 \eta} \left( 1 + 2 \frac{\lambda_r}{r_{mod} F_{0,j}} \right) \rho_{0,j} q_{i,j}^n, \tag{D.42}
\]

### D.5 放射モデル

放射フラックスは鉛直方向の半整数格子点上で評価する。下付き添字 \(m\) は波数方向の差分を表す。時間方向の差分を示す上付き添字は省略してある。

#### D.5.1 CO₂ の赤外放射

\[
F_{IR,i,j+\frac{1}{2}}^+ = \sum_m \Delta \nu_m \left\{ \pi B_{\nu_m,T_{i,j}} T_i^2(0, z_{j+\frac{1}{2}}) 
+ \sum_{j' = 1}^j \pi B_{\nu_m,T_{i,j'}} T_m(z_{j+\frac{1}{2}}, z_{j'+\frac{1}{2}}) - T_m(z_{j+\frac{1}{2}}, z_{j'-\frac{1}{2}}) \right\}, \tag{D.43}
\]

\[
F_{IR,i,j+\frac{1}{2}}^- = \sum_m \Delta \nu_m \left\{ \sum_{j' = j}^J \pi B_{\nu_m,T_{i,j'}} T_m(z_{j'+\frac{1}{2}}, z_{j'+\frac{1}{2}}) - T_m(z_{j'+\frac{1}{2}}, z_{j'+\frac{1}{2}}) \right\}, \tag{D.44}
\]

\[
B_{\nu_m,T_{i,j}} = 1.19 \times 10^{-8} \nu_m^3 \tag{D.45}
\]

\[
T_{i,j} = \Pi_{0,j}(\theta_{i,j} + \Theta_{0,j}) \tag{D.46}
\]
\[ \mathcal{T}_m(z_{j+\frac{1}{2}}, z_{j' + \frac{1}{2}}) = \exp(-W_{m,j,j'}/\Delta \nu_m), \quad W_{m,j,j'} = \frac{S_m u(z_{j+\frac{1}{2}}, z_{j+\frac{1}{2}})}{\sqrt{1 + S_m u^*(z_{j+\frac{1}{2}}, z_{j+\frac{1}{2}})/\alpha_m^2}}, \]

\[ u(z_{j+\frac{1}{2}}, z_{j' + \frac{1}{2}}) = 1.67g\left|P_{0,j + \frac{1}{2}} - P_{0,j' + \frac{1}{2}}\right|, \quad \alpha_m^* = \alpha_m \frac{p_{j'}}{p_0}, \]

\[ P_{0,j + \frac{1}{2}} = 0.5(P_{0,j} + P_{0,j+1}), \quad P^*_{j,j'} = \sum_{l=j}^{j'-1} \frac{P_{0,l+1} \cdot 1.67g\left|P_{0,l+\frac{1}{2}} - P_{0,l+\frac{1}{2}}\right|}{u(z_{j+\frac{1}{2}}, z_{j' + \frac{1}{2}})} \]

D.5.2 CO₂ の近赤外放射

\[ P^\uparrow_{NIR,j,j + \frac{1}{2}} = \sum_m \Delta \nu_m \left\{ S_{\nu_m} \mathcal{T}_m(z_{j+\frac{1}{2}}, z_{j+\frac{1}{2}}) \cos \zeta \right\}, \quad (D.47) \]

\[ u(z_{j+\frac{1}{2}}, z_{j+\frac{3}{2}}) = \frac{1.67g\left|P_{0,j + \frac{1}{2}} - P_{0,j + \frac{3}{2}}\right|}{\text{MAX}(\cos \zeta, \epsilon)} \]

ここで \( \epsilon \) は除算例外を防ぐための微小量である。

D.5.3 ダストの太陽放射

\[ F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j + \frac{1}{2}} = F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j - \frac{1}{2}} - \Delta \tau_{\nu_m,j} \left[ \begin{array}{c}
\gamma_{1,\nu_m} \left( F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j + \frac{1}{2}} + F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j - \frac{1}{2}} \right) \\
- \gamma_{2,\nu_m} F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j + \frac{1}{2}} + F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j - \frac{1}{2}} - \gamma_{3,\nu_m} \bar{\omega}_{\nu_m} S_0 e^{-\tau_{\nu_m,j + \frac{1}{2}}/\mu_0} \end{array} \right], \quad (D.48) \]

\[ F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j - \frac{1}{2}} = F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j + \frac{1}{2}} + \Delta \tau_{\nu_m,j} \left[ \begin{array}{c}
\gamma_{2,\nu_m} \left( F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j + \frac{1}{2}} + F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j - \frac{1}{2}} \right) \\
- \gamma_{1,\nu_m} F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j + \frac{1}{2}} + F^\uparrow_{dif \nu_m,i,j - \frac{1}{2}} + (1 - \gamma_{3,\nu_m}) \bar{\omega}_{\nu_m} S_0 e^{-\tau_{\nu_m,j + \frac{1}{2}}/\mu_0} \end{array} \right] \quad (D.49) \]

\[ \Delta \tau_{\nu_m,j} = \frac{Q_{e \nu_m}}{r_{eff}} \frac{3\rho_0 q_{i,j}}{4\pi \rho_0} \Delta z_j, \quad \tau_{\nu_m,j + \frac{1}{2}} = \sum_{j' = j+1}^{j+1} \Delta \tau_{\nu_m,j'}. \]
$F_{d}^{\uparrow \nu_{m}} = (F_{d}^{\uparrow \nu_{m},i} + F_{d}^{\uparrow \nu_{m},i,j+\frac{1}{2}}, \ldots, F_{d}^{\uparrow \nu_{m},i,j+\frac{1}{2}})^{T}$のように表すと(D.48),(D.49)は形式的に以下のような行列表現にすることができる。

$$
F_{d}^{\uparrow \nu_{m}} = A F_{d}^{\uparrow \nu_{m}} + B F_{d}^{\uparrow \nu_{m}} + R, \quad (D.50)
$$
$$
F_{d}^{\uparrow \nu_{m}} = C F_{d}^{\uparrow \nu_{m}} + D F_{d}^{\uparrow \nu_{m}} + S. \quad (D.51)
$$

これらの式を反復法で解く。各係数行列の成分は以下のように表される(ただし $0 \leq j \leq J$)。

$$
A_{jk} = \begin{cases} 
-\frac{1}{2} \Delta \tau_{\nu_{m},j} \gamma_{1,\nu_{m}} & k = j, j \geq 1 \\
1 - \frac{1}{2} \Delta \tau_{\nu_{m},j} \gamma_{1,\nu_{m}} & k = j - 1, j \geq 1 \\
0 & \text{others}
\end{cases}
$$

$$
B_{jk} = \begin{cases} 
\frac{1}{2} \Delta \tau_{\nu_{m},j} \gamma_{2,\nu_{m}} & k = j = 0 \\
0 & \text{others}
\end{cases}
$$

$$
C_{jk} = \begin{cases} 
\frac{1}{2} \Delta \tau_{\nu_{m},j+1} \gamma_{2,\nu_{m}} & k = j + 1, j \leq J - 1 \\
0 & \text{others}
\end{cases}
$$

$$
D_{jk} = \begin{cases} 
-\frac{1}{2} \Delta \tau_{\nu_{m},j+1} \gamma_{1,\nu_{m}} & k = j, j \leq J - 1 \\
1 - \frac{1}{2} \Delta \tau_{\nu_{m},j+1} \gamma_{1,\nu_{m}} & k = j+1 \\
0 & \text{others}
\end{cases}
$$

$$
R_{j} = \begin{cases} 
\frac{A S_{0} e^{-\tau_{\nu_{m},j+1}/\mu_{0}}}{\Delta \tau_{\nu_{m},j+1} \gamma_{3,\nu_{m}} \bar{\omega}_{\nu_{m}} S_{0} e^{-\tau_{\nu_{m},j+2}/\mu_{0}}} & j = 0 \\
0 & \text{others}
\end{cases}
$$

$$
S_{j} = \begin{cases} 
\Delta \tau_{\nu_{m},j+1} (1 - \gamma_{3,\nu_{m}}) \bar{\omega}_{\nu_{m}} S_{0} e^{-\tau_{\nu_{m},j+2}/\mu_{0}} & j \leq J - 1 \\
0 & j = J
\end{cases}
$$

D.5.4 ダストの赤外放射
\( F_{\delta f, \nu m} = (F_{\delta f, \nu m, i; \frac{\theta}{2}}, F_{\delta f, \nu m, i; \frac{\theta}{4}}, \ldots, F_{\delta f, \nu m, i; \frac{\theta}{2}})^T \) 等と表すと, (D.52), (D.53) は行列形式で
表現することができる。

\[
\begin{align*}
F_{1R, \nu m}^\uparrow &= A F_{1R, \nu m}^\downarrow + B' F_{1R, \nu m}^\downarrow + R', \\
F_{1R, \nu m}^\downarrow &= C F_{1R, \nu m}^\uparrow + D F_{1R, \nu m}^\uparrow + S'.
\end{align*}
\] (D.54), (D.55)

ここで

\[
B_{jk}^\prime = \begin{cases} 
0 & j = k = 1 \\
B_{jk} & \text{others}
\end{cases}
\]

\[
R_j' = \left\{ \begin{array}{ll}
\pi B_{\nu m, T_s f c, i} & j = 0 \\
2\pi \Delta \tau_{\nu m, j} (1 - \bar{\omega}) B_{\nu m, T_s f c, i} & j \geq 1
\end{array} \right.
\]

\[
S_j' = \left\{ \begin{array}{ll}
2\pi \Delta \tau_{\nu m, j} (1 - \bar{\omega}) B_{\nu m, T_s f c, i} & j \leq J - 1 \\
0 & i = N
\end{array} \right.
\]

である。

D.5.5 放射加熱率

正味放射フラックスから加熱率を計算する際には, 2 次中央差分を用いる。

\[
\begin{align*}
Q_{\nu m, t, i, j}^\nu &= Q_{\nu m, t, i, j}^\nu + Q_{\nu m, t, i, j}^\nu + Q_{\nu m, t, i, j}^\nu + Q_{\nu m, t, i, j}^\nu + Q_{\nu m, t, i, j}^\nu + Q_{\nu m, t, i, j}^\nu, \\
Q_{\nu m, t, i, j} &= -\frac{g}{c_p} \frac{F_{\nu m, t, i, j}^\nu - F_{\nu m, t, i, j}^\nu}{\Delta P_{0, j}}, \\
F_{\nu m, t, i, j}^\nu &= F_{1R, t, i, j}^\nu - F_{1R, t, i, j}^\nu - F_{1R, t, i, j}^\nu, \\
\Delta P_{0, j} &= P_{0, j} - P_{0, j - 1} - P_{0, j}.
\end{align*}
\] (D.56), (D.57)

D.6 地表面熱収支モデル

(2.38) の離散化は時間方向には Clank-Nicolson 法, 空間方向には中心差分を用いて行う。温度と格子間隔を整数格子点, 熱フラックスを半整数格子点で評価する。鉛直方向の格子点数は \( J^* \) とし, 最下層から \( j = 1, 2, \ldots J^* \) とする。最上層の温度 \( T_{i, J^*} \) が地表面温度 \( T_{s f c, i} \) である。

\[
\frac{T_{i, j}^{n+1} - T_{i, j}^n}{\Delta t} = \frac{\kappa}{4\Delta z_j} \left( \frac{T_{i, j+1}^{n+1} - T_{i, j+1}^n}{\Delta z_{j+1}} + \frac{T_{i, j+1}^n - T_{i, j+1}^{n+1}}{\Delta z_{j+1}} \right)
+ \frac{T_{i, j}^{n+1} - T_{i, j}^n}{\Delta z_j} + \frac{T_{i, j}^n - T_{i, j}^{n+1}}{\Delta z_j}.
\] (D.58)

ここで \( \kappa = k / \rho C_p \) である。時刻 \( (n + 1) \Delta t \) の項を左辺に, 時刻 \( n \Delta t \) の項を右辺にまとめると。
\[
-k \Delta t \frac{T_{i,j+1}^{n+1}}{\Delta z_j} + \left[ 4 + \frac{k \Delta t}{\Delta z_j} \left( \frac{1}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\Delta z_{j-\frac{1}{2}}} \right) \right] T_{i,j}^{n+1} - \frac{k \Delta t}{\Delta z_j} \frac{T_{i,j+1}^{n+1}}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}}
\]
\[
= + \frac{k \Delta t}{\Delta z_j} \frac{T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta z_{j-\frac{1}{2}}} + \left[ 4 - \frac{k \Delta t}{\Delta z_j} \left( \frac{1}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\Delta z_{j-\frac{1}{2}}} \right) \right] T_{i,j}^{n+1} + \frac{k \Delta t}{\Delta z_j} \frac{T_{i,j+1}^{n+1}}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}}.
\] (D.59)

ここで \( \Delta z_{j+\frac{1}{2}} = (\Delta z_{j+1} + \Delta z_j)/2 \) とした。

\[ A \cdot T^{n+1} = B \cdot T^n, \]

(2.60) と表すことができる。ここで \( A, B \) はそれぞれ、

\[
A_{jj} = 4 + \frac{k \Delta t}{\Delta z_j} \left( \frac{1}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\Delta z_{j-\frac{1}{2}}} \right), A_{j,j+1} = -\frac{k \Delta t}{\Delta z_j} \frac{1}{\Delta z_{i+\frac{1}{2}}} A_{j,j-1} = -\frac{k \Delta t}{\Delta z_j} \frac{1}{\Delta z_{i-\frac{1}{2}}},
\]

\[
B_{jj} = 4 - \frac{k \Delta t}{\Delta z_j} \left( \frac{1}{\Delta z_{j+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\Delta z_{j-\frac{1}{2}}} \right), B_{j,j+1} = +\frac{k \Delta t}{\Delta z_j} \frac{1}{\Delta z_{i+\frac{1}{2}}} B_{j,j-1} = +\frac{k \Delta t}{\Delta z_j} \frac{1}{\Delta z_{i-\frac{1}{2}}},
\]

を要素に持つ \( J' \times J' \) 行列である。

(2.39) 式で表された上端での境界条件と下端で断熱境界条件を考慮すると、(2.60) は

\[ A \cdot T^n = B \cdot T^n + S \]

(2.61) となる。したがって

\[ T^{n+1} = A^{-1} \cdot \left( B \cdot T^n + S \right), \]

(2.62) を解くことになる。ここで係数行列 \( A, B \) の第 1 行および第 \( J' \) 行の対角要素は、

\[
A_{11} = 4 + \frac{k \Delta t}{\Delta z_1} \left( \frac{1}{\Delta z_{\frac{1}{2}}} \right), B_{11} = 4 - \frac{k \Delta t}{\Delta z_1} \left( \frac{1}{\Delta z_{\frac{1}{2}}} \right),
\]

\[
A_{j,j'} = 4 + \frac{k \Delta t}{\Delta z_{j'}} \left( \frac{1}{\Delta z_{j'\frac{1}{2}}} \right), B_{j,j'} = 4 - \frac{k \Delta t}{\Delta z_{j'}} \left( \frac{1}{\Delta z_{j'\frac{1}{2}}} \right),
\]

\[ S \] は \( J' \) 行列ベクトルで。

2001年1月 (小高正嗣)
\[ S_j = \begin{cases} \frac{\Delta t}{\rho_y y_{p,y} \Delta x_j} \left( -F_s (1 - A) + F_{I_R,net} + H \right), & j = J' \\ 0, & j \neq J' \end{cases} \]

と表される。
付録E 鉛直1次元放射対流モデル

本補章では2次元モデルで使用した基本場の温度構造を計算する鉛直1次元放射対流モデルとその計算方法について解説する。CO₂の放射モデルと地表面熱収支モデルはそれぞれ本文中の第2.1.5節、第2.1.6節で示したものと同じである。ダストの放射は考慮しない。

E.1 モデル方程式

理想気体を仮定した鉛直1次元大気の温は以下の式を用いて計算する。

\[
\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{\rho c_p T} Q_{rad} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \tag{E.1}
\]

ここで \( \theta \) は温度、\( T \) は温度、\( K_h \) は鉛直拡散係数、\( Q_{rad} \) は放射による単位体積あたりの加熱率、\( c_p \) は定圧比熱である。\( Q_{rad} \) はCO₂の放射伝達方程式を解いて得られる放射フラックスの収束によって与えられる(第2.1.5節参照)。右辺第2項は対流による熱輸送を拡散でパラメタライズしたものである。

さらに大気は静水圧平衡にあるとする。

\[
\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \tag{E.2}
\]

鉛直拡散係数 \( K_h \) はGierasch and Goody (1968)で用いられた方法で計算する。

\[
K_h = k \sqrt{\frac{\theta}{\theta_z}} \tag{E.3}
\]

ここで \( k = 1.32 \) である(Priestley, 1959)。

地表面からの熱フラックス \( H \) の計算もGierasch and Goody (1968)で用いられた方法で行う。

\[
H = 0.089 \cdot \rho c_p \kappa \left[ 2(T_{sfc} - T_{z=0}) \right]^\frac{\frac{g}{T_{z=0}}} { \left( \frac{\kappa}{T_{z=0}} \nu \right)^\frac{1}{2}} \tag{E.4}
\]

ここで \( T_{sfc} \) は地表面温度、\( T_{z=0} \) は地表気温、\( \kappa \) は大気の熱拡散係数、\( \nu \) は大気の動粘性係数で、値はGierasch and Goody (1968)に従う(それぞれ8×10⁻⁴ m²/sec, 1×10⁻³ m²/sec)。ただし地表気温が地表面温度よりも高い場合には熱フラックスは0とする。
地表面温度 $T_{sf}$ は熱伝導方程式を解いて計算する（第 2.1.6 節参照）。

E.2 差分化の方法、計算設定

空間微分は 2 次中央差分で離散化する。時間積分は放射加熱項は前進差分、拡散項の計算は Crank-Nicolson 法で行う。放射伝達方程式と拡散方程式の具体的な離散化方法は、第 D.5 節、第 D.6 節に示したものと同じである。

鉛直格子の配置と格子間隔は第 2.2 章に示した 2 次元モデルのそれと同じである。時間刻みは 30 秒とした。大気上端の入射太陽放射量は北半球夏 ($L_s = 100^\circ$) の北緯 20° とする。大気の初期条件は 220 K 等温、地中温度は 210 K 一定を初期値とする。計算時間は 30 日である。

計算された LT=06:00 における気温と地中の温度分布を図 E.1、図 E.2 に示す。これらの結果を本文第 2.3.2 節で触れた 2 次元モデルの基本場の温度分布として用いる。大気温度の初期条件を低温側 (160 K 等温) に設定しても計算される温度分布はほとんど変わらない。30 日目の気温分布の日変化の様子を図 E.3、図 E.4 に示す。
図 E.1: 鉛直 1 次元モデルの LT=06:00 における

図 E.2: 鉛直 1 次元モデルで計算された地中温度分布。210 K 等温から計算を始めて 30 日後の LT=06:00 における分布。
図 E.3: 鉛直 1 次元モデルで計算された気温分布の日変化. LT=08:00 ～ 16:00 まで 4 時間毎の結果. 図中

図 E.4: 鉛直 1 次元モデルで計算された気温分布の日変化. LT=18:00 ～ 翌 06:00 まで 4 時間毎の結果. 図中の数字は時刻を表す.


Nakajima, K. 1994: Direct numerical experiments on the large-scale organizations of cumulus convection, Ph.D thesis, Department of Earth and Planetary Science, Graduate School of Science, University of Tokyo, Tokyo, Japan(in Japanese).


柴田清孝, 1999: 光の気象学, 応用気象学シリーズ 1, 朝倉書店


