

地球磁場の生成過程

Processes of geomagnetic field generation

佐々木洋平

Youhei SASAKI

北海道大学理学部地球科学科

地球流体力学研究室

2000/02/15

要旨

本論文は, Olson et al. (1999) の論文紹介である.

地球を含む天体磁場の主な成因は, 天体内部に存在する導電性流体の対流運動に起因するダイナモ作用であると一般に考えられている. Olson et al. (1999) はダイナモ問題のうち特に『磁場生成過程』に注目し, そのレジームを定める第一の要因である外核の対流構造を解析するために, 回転球殻内の電磁流体による熱対流の数値計算を行った. その結果として, これまでの $\alpha\omega$ ダイナモによって特徴づけられた磁場生成レジームとは異なる, α^2 ダイナモのレジームと $\alpha^2\omega$ ダイナモのレジームが存在することがわかった.

レイリー数が臨界レイリー数の約 5 倍の場合である **Strongly Columnar Regime** では, 対流が内核接円筒の外側でのみ発生する. 回転軸に平行に伸びた細い対流柱が形成され, 対流柱内のヘリシティは北半球では負, 南半球では正の値が卓越している. このレジームでは磁場は対流柱の間での巨視的 α 効果によるダイナモ作用によって生成される. 球殻外部に存在する磁力線は中高緯度において球殻内部の磁力線が折り重ねられることによって生成される. 球殻内部の磁力線は赤道域において球殻外部の磁力線が折り重ねられることで生成される. 過去の研究では球殻内部の磁場生成は流体の差分回転による ω 効果で説明されてきた. しかしこのレジームにおいては球殻内部の磁場は外部の磁場と同様に α 効果で生成される. したがってこのレジームは α^2 ダイナモによって特徴付けられる磁場生成レジームである.

レイリー数が臨界レイリー数の約 11 倍の場合である **Fully Developed Regime** では, Strongly Columnar Regime と異なり内核接円筒の内側においても対流が発生する. 接円筒の外側では回転軸に平行に伸びた対流柱が形成される. 対流柱の回転軸に対する対称性は Strongly Columnar Regime と比べると弱い. 接円筒の内側では極で上昇する対流プリュームが発生し, プリューム周囲の経度方向の流れは温度風の関係を満たしている. 接円筒の外側では Strongly Columnar Regime と同じく巨視的 α 効果で磁場が生成される. 接円筒の内側では温度風による ω 効果により磁場が生成される. 接円筒の外側で生成される球殻外部の磁場は, 接円筒の外側で生成される外部磁場とは向きが反対である. このため球殻外部の磁場は極で少し弱くなっている. このレジームは $\alpha^2\omega$ ダイナモによって特徴付けられる磁場生成レジームである.

目次

要旨	1
第 1 章 始めに	4
1.1 地球ダイナモ理論の目的	4
1.2 これまでのダイナモ理論	5
1.3 最近のフルモデルシミュレーション研究	6
1.4 本論の目的	7
第 2 章 問題の設定	9
2.1 考えている系	9
2.2 支配方程式系	11
2.3 方程式の無次元化	12
2.4 渦度方程式	13
2.5 境界条件	14
2.6 エネルギー方程式	15
第 3 章 数値モデル	16
第 4 章 ポロイダル磁場生成過程 (計算結果その 1)	20
4.1 計算結果	20
4.2 対流構造についての考察	24
4.3 磁場生成過程について	26
4.3.1 ポロイダル磁場生成過程	26
4.3.2 トロイダル磁場生成過程	27

第 5 章 Strongly Colomnar Regime	
(計算結果その 2)	31
5.1 計算結果及び対流構造の概観	31
5.2 磁場生成過程	38
5.2.1 ポロイダル磁場生成過程	38
5.2.2 トロイダル磁場生成過程	38
5.2.3 磁場生成過程のまとめ	39
第 6 章 Fully Developed Regime	
(計算結果その 3)	40
6.1 計算結果と対流構造の概観	40
6.2 磁場生成過程	45
6.2.1 ポロイダル磁場生成過程	45
6.2.2 トロイダル磁場生成過程	45
6.2.3 磁場生成過程のまとめ	46
第 7 章 まとめと今後の課題	47
7.1 Olson et al(1999) で分かったこと	47
7.2 まとめ	48
謝辞	49
参考文献	50

図目次

2.1 地球内部構造の模式図とそのモデル化	10
3.1 エネルギーの時間変動.	19
4.1 ケース 1 計算結果 1	21
4.2 ケース 1 の計算結果 2	22
4.3 ケース 1 の計算結果 3	23
4.4 Busse(1970) における対流の臨界モードの模式図	24

4.5	Kageyama and Sato(1997)における対流構造	24
4.6	Glatzmaier and Gilman(1981)における, 対流柱の流跡線の模式図.	27
4.7	Kageyama and Sato(1997)におけるポロイダル磁場生成過程	28
4.8	Olson et al.(1999)におけるポロイダル磁場生成過程の模式図	29
4.9	Olson et al.(1999)におけるトロイダル磁場生成過程の模式図	30
5.1	ケース2の計算結果1	32
5.2	ケース2の計算結果2	33
5.3	ケース2の計算結果3	34
5.4	ケース2の計算結果(赤道付近の拡大)	35
5.5	ケース2の計算結果4.	36
5.6	ケース2の計算結果5.	37
6.1	ケース3の計算結果1	41
6.2	ケース3の計算結果2	42
6.3	ケース3の計算結果3	43
6.4	ケース3の計算結果4	44

表目次

2.1	無次元化した変数	13
3.1	Olson et al.(1999) で用いられたパラメータと計算結果の一部	18
4.1	境界条件を変えた場合のヘリシティ生成量.	26

第1章

始めに

1.1 地球ダイナモ理論の目的

地球が固有磁場を持っていることは古くから知られており, その生成過程について様々なモデルが考えられてきた. 今日では地球磁場の成因は主に熔融鉄からなる外核の対流により発生するダイナモ作用であると考えられている.

1938年に Gauss が地磁気の球面調和解析を行って以来, 観測技術の進歩とともに地磁気についての多くの情報が蓄積されて来た. その結果地球磁場の主な特徴として以下のものがわかってきた (Merrill et al., 1996).

- 長時間 (3×10^9 年以上) 存在していること.
- 磁場の双極子成分が卓越していること.
- 非周期的に極性が逆転すること.
- 磁場の地表面でのパターンが数 10 年程度のスケールで西方へ移動していくこと.

これらの特徴を説明する地磁気成因モデルを構築することが, 地球ダイナモ理論 (geodynamo theory) の目標である. 地磁気成因モデルの研究は前世紀の初めから行われているが, 未だに十分なモデルはできていない. これは問題の構成要素の複雑さと, 流体を扱うことによる強い非線形性によるところが大きい.

1.2 これまでのダイナモ理論

1950–1970 年代前半のダイナモ研究は主に「運動学的ダイナモ理論」に基づいて行われていた。この理論に基づくダイナモモデルは、磁場が流れ場へと及ぼす影響つまりローレンツ力を完全に無視したモデルである。流れ場を与えられると磁場の振舞いを記述する誘導方程式 (induction equation)

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (1.1)$$

は磁場について線形の方程式となる。このため磁場の扱いが簡単になるので多くの研究が行われた。当時の研究の多くは流れ場を与え、(1.1) へ微小な磁場の擾乱を付加した場合に磁場が維持されるか、もしくは減衰・発散するかを調べることを目的としていた。つまりこの時期のダイナモ理論における課題は、「磁場が生成・維持される流体運動」もしくは「流体運動による磁場生成メカニズム」を求めることであったと言える。

この時期の研究においては、後に行われる 3 次元数値計算の結果を理解するための幾つかの基礎的な磁場生成過程が発見されている。特に、 α 効果と呼ばれる Parker (1955) において初めて議論された「流れの螺旋構造による磁力線の巻き込みによる磁場生成過程」は、現在においても最も重要な磁場生成過程であると考えられている。

1970 年代後半になると流れ場と磁場の相互作用を不完全ながらも取り入れたモデルが研究されるようになった。このモデルにおいては (1.1) へ運動学的ダイナモモデルの研究結果から得られた α 効果を表す項が付け加えられている。モデルの流れ場には何らかの近似が仮定されている。本節では、このモデルを「中間的モデル」と呼ぶ。

この中間的なモデルはその結果から主に 2 つに分けることができる。1 つはトロイダル磁場¹ (球殻内に存在する外部へでて来ない磁場) の大きさとポロイダル磁場 (地表において観測される磁場) の大きさがほぼ同程度のモデルであり、もう 1 つはトロイダル磁場がポロイダル磁場の数 10 倍の大きさになるモデルである。前者を弱磁場モデル、後者を強磁場モデルと呼ぶ。これらのうち特に有名なものとしては、弱磁場モデルでは Busse のモデルがあり、強磁場モデルとしては Braginsky の構築した、「nearly-axisymmetric dynamo」と呼ばれるモデルがある (弱磁場モデル、強磁場モデルについては Zhang and Schubert, 2000, Braginsky

¹ 数学的な意味でのトロイダル-ポロイダル分解ではない。殆どのダイナモ理論の論文では、本論文中で述べた意味でトロイダル磁場、ポロイダル磁場という言葉が使われている。

のモデルについては Braginsky and Roberts, 1987 参照). しかしトロイダル磁場を観測できないことからトロイダル磁場の強弱についての情報を得ることができないため, どちらのモデルが地球に適しているかは現時点では定かではない. そもそも流れ場による磁場生成が α 効果を表す付加項で代表されるかどうかは現在でもわかっていない.

1980 年代後半から計算機性能が向上したことにより, 「電磁流体力学的 (MagnetoHydroDynamic; MHD) ダイナモ理論」に基づくダイナモモデルの研究が行われるようになった. このモデルでは磁場と流れ場の相互作用を何の近似を用いること無く扱っている点で, 中間的モデルよりも優れている. 本論文では回転球殻 MHD 対流の直接数値計算をフルモデルシミュレーションと呼ぶことにする.

1.3 最近のフルモデルシミュレーション研究

フルモデルシミュレーションを行っているグループは幾つかある. その中でもパラメータランの多さで他のグループを圧倒しているのが Glatzmaier らのグループである. Glatzmaier (1984) において太陽ダイナモのフルモデルシミュレーションを行って以来, 彼らは様々な条件の下でのフルモデルシミュレーションを精力的に行っている. 特に Glatzmaier and Roberts (1995a,b) では, 地球磁場の特徴のうち双極子成分が卓越する外部磁場が生成されることと, 磁場の極性逆転を再現している.

他のグループの計算例としては, Kuang and Bloxham (1997) がある. Kuang and Bloxham (1997) は境界条件として応力無し条件 (free-slip 条件) を与えた場合のシミュレーションを行った. 計算された対流の構造は Glatzmaier らのそれとは異なるものの, 生成された磁場は双極子成分が卓越していた.

日本の Kageyama らは整った対流構造 (well organized structure) が生ずるパラメータでのフルモデルシミュレーションを行い, その場合のダイナモ作用の研究を続けている (Kageyama et al., 1995; Kageyama and Sato, 1997a, 1997b, 1997c). 特に Kageyama and Sato (1997c) は磁力線を可視化することにより, それまで明確にされていなかったトロイダル磁場生成過程は対流柱の間における巨視的 α 効果によるものであるということを主張した. Kageyama and Sato (1997c) で得られた磁場生成過程の解釈は, それまでのフルモデルシミュレーショ

ンにおける解釈よりも直観的にわかりやすいものであったため、その後の研究で頻繁に引用されるようになった。

これらフルモデルシミュレーションにおいても、以前の中間的なモデルほどではないものの流れ場に対しては幾つかの近似が用いられている。例えば、Glatzmaier and Roberts (1995a,b) はエクマン数を小さくレイリー数が大きい場合の解を得るために磁気地衡風近似 (magnetostrophic approximation) を用いている。これは流体の慣性項のうち回転軸に沿った運動以外を無視する近似である。さらにこのモデルでは、小規模の流れ場及び磁場を減衰させるために、超粘性の手法を用いている。これにより粘性を均一の場合よりもエクマン数が低い場合の計算が可能になった。

これらの近似を用いることの不確定性の導入を避けるため、Christensen et al. (1999) では、粘性係数を定数として、磁気地衡風近似を用いずに、広い範囲でパラメータスタディを行っている。その結果特徴的な磁場生成レジームが二つ発見されている。その二つについての詳細な議論が Olson et al. (1999) において行われている。

1.4 本論の目的

本論文は Olson et al. (1999) で議論されている二通りの磁場生成レジームを理解することを目的とする。また、今後の自分の研究のために、現在のフルモデルシミュレーション研究の現状をある程度把握することも目的としている。

Olson et al. (1999) では3通りの計算が行われた。1つは Kageyama and Sato (1997a) におけるポロイダル磁場生成過程の検証を目的としており、残りの2つはエクマン数を固定してレイリー数を臨界レイリー数の5倍と11倍にしたケースでの磁場生成レジームの検証である。Christensen et al. (1999) において、彼らは広範囲にわたるパラメータスタディを行っており、その結果として特徴的であった2つのレジームが Olson et al. (1999) において扱われているのである。彼らはその2つを(恐らくは対流構造の違いから)、各々 **Strongly Columnar Regime** と **Fully Developed Regime** と名付けている。

第2章では、Olson et al. (1999) で対象となっている物理系についてまとめた。ここで取り上げた物理系は、Olson et al. (1999) 独特のものではない。殆どのフルモデルシミュレーション

においても同様の物理系が考察の対象となっている。よって、過去のフルモデルとの差異についても簡単に触れた。第3章ではその数値計算法についての概略である。第4・5・6章は3通りの計算結果について順に考察している。第7章がまとめである。

第2章

問題の設定

2.1 考えている系

地球ダイナモを駆動する対流は、主に内核の成長に伴う密度変化による組成対流と、内核成長時に開放される潜熱による熱対流であると考えられている。他にも、放射性元素の壊変や流体中で固化した鉄の降下に伴う重力エネルギーの解放などが対流の動力源として提案されてきたが、これらは対流を直接引き起こす程のエネルギーを解放しないと考えられている。(唐戸, 2000)。外核の主成分は鉄であり、それ以外にも微量の軽元素が含まれていると考えられている。外核が固化し内核が成長することで外核の濃度が増大し、それまで溶解していた軽元素が外核の上部に浮いてくる。この外核に含まれる「不純物」ともいうべき軽元素により対流が駆動されるというのが組成対流のシナリオである。

これまでのフルモデルシミュレーションにおいても、内核の成長が対流を引き起こすとは考えられているが、組成対流によるフルモデルの例としては、Glatzmaier and Roberts (1996) のモデルが存在するのみである。これは鉄の相変化を組み込んだモデルであるが、この場合の計算結果には相変化を導入したことによる影響、特に対流構造の変化が見られない。これは、対流構造がすでに複雑であるため変化が分かりにくいのためだと考えられる。殆どのフルモデルでは、組成対流をモデルに組み込むまずに、流体は1成分1相系であるとして内核が熱い場合の熱対流を考えており、これは Olson et al. (1999) においても同じである。

図 2.1 は実際の地球の内部構造と考えている系との模式図である。外核を右の図のようにモ

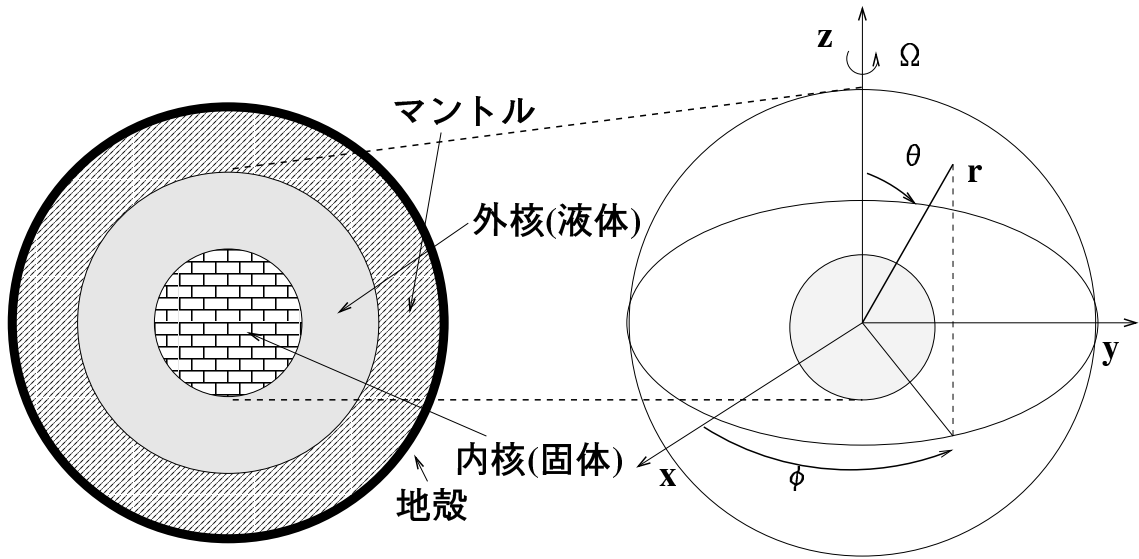


図 2.1: 地球内部構造の模式図とそのモデル化

モデル化する. 殆どのフルモデルでは全ての関数を球座標系 (r, θ, ϕ) で表現している. ϕ は, 図 2.1 では余緯度として定義されているが, 緯度として定義している場合もある. しかしこれは結果に影響を与えない. 外部境界を r_o , 内部境界を r_i とし, その内部に導電性流体が満たされているとする. また, これ以後添字 i, o は各々内核, 外核での値を示すこととする.

重力場は中心力場である. Olson et al. (1999) では

$$\mathbf{g} = -g_o \frac{r}{r_o} \hat{\mathbf{r}} \tag{2.1}$$

としている. 自転角速度ベクトル

$$\mathbf{\Omega} = \Omega \hat{\mathbf{z}} \tag{2.2}$$

は全ての計算において一定であるとする. ここで $\hat{\mathbf{z}}$ は z 軸方向の単位ベクトルである.

これまでの多くのモデルでは流体の外部は不導体として扱われている. Olson et al. (1999) では, 数値計算の簡単化のため, 内核を不導体として扱っている. この結果内核の超回転を求めることはできない. 内核及びマントルは自転角速度 Ω で回転していることとする.

2.2 支配方程式系

ダイナモ理論の基礎方程式系は、回転系における MHD 方程式系と熱力学等の構成方程式である。

Olson et al. (1999) においてはブシネスク近似を用いている。ブシネスク近似が適用できるか否かについては、最近では Braginsky and Roberts (1995) で議論されている。これによると、百万年以下の時間スケールの現象にはブシネスク近似が十分適応できるとされている。

ブシネスク近似された流体の方程式系を以下に記す (Chandrasekhar, 1961)。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} \\ = -\frac{1}{\rho_0} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \alpha_T \theta \mathbf{g} + \mathbf{F} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = \nabla \cdot (\kappa \nabla \theta) \quad (2.5)$$

これらは順に回転系での流体の運動方程式、連続の式、そして熱輸送の式である。ここで、 ρ , \mathbf{u} , P , ν , θ , κ は各々密度、流速ベクトル、圧力、動粘性係数、温度の基準温度からの差、そして熱伝導率である。 \mathbf{F} は重力以外の体積力の項であり、ダイナモ理論ではローレンツ力がこれにあたる。

次に、磁場についての方程式を導出する。MHD における電磁場を記述する方程式は MHD 近似を用いたマクスウェル方程式である。MHD 近似とは簡単に言うと、場の変動の時間スケールが、電子のラーモア振動の周期よりも十分大きい場合に変移電流項を無視する近似である。この近似の下でのマクスウェル方程式は、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_{0M} \mathbf{J} \quad (2.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} q \quad (2.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.9)$$

となり、オームの法則は

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.10)$$

となる. ここで, $E, B, \mu_{0M}, J, \varepsilon_0, q, \sigma$ は各々電場の強さ, 磁束密度, 真空中での透磁率, 電流密度ベクトル, 真空中の誘電率, 電荷密度, そして電気伝導率である. (2.6), (2.7) そして (2.10) を組合せると, 次の誘導方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (2.11)$$

が得られる. ここで $\eta = 1/(\sigma\mu_{0M})$ は磁気拡散係数である. これと, 磁場についての連続の式 (2.9) が磁場を記述する方程式である. また, ローレンツ力は $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ で表さる. よって (2.3) における外力項 \mathbf{F} は (2.7) より

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_{0M}} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \quad (2.12)$$

となる.

2.3 方程式の無次元化

球殻の厚さ $D = r_o - r_i$ を長さのスケール, 粘性緩和時間 $\tau_{nu} = D^2/\nu$ を時間のスケール, $D/\tau_\nu = D/\nu$ を速度のスケール, 内核とマンツルの温度差 ΔT を温度のスケールとして無次元化する. 磁場, 圧力は各々 $B = (\rho\mu_{0M}\eta\Omega)^{1/2}, P = \rho\nu\Omega$ でスケールされている.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} E \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla^2 \mathbf{u} \right] + 2\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{u} + \nabla P \\ = R_a \theta \frac{\mathbf{r}}{r_o} + \frac{1}{P_m} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{P_r} \nabla^2 \theta \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{P_m} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (2.17)$$

無次元数は次式で定義される (Fearn, 1998).

$$\text{エクマン数} \quad E = \frac{\nu}{\Omega D^2} \quad (2.18)$$

$$\text{修正レイリー数} \quad R_a = \frac{\alpha_T g_o \Delta T D}{\nu \Omega} \quad (2.19)$$

$$\text{プラントル数} \quad P_r = \frac{\nu}{\kappa} \quad (2.20)$$

$$\text{磁気プラントル数} \quad P_m = \frac{\nu}{\eta} \quad (2.21)$$

修正レイリー数は回転対流を研究する際に良く用いられる無次元数であり, 通常のレイリー数 R とは

$$R_a = \frac{R}{E} \tag{2.22}$$

の関係にある (Fearn, 1998).

表 2.1: 無次元化した変数

変数	記号	スケール
長さ	D	$r_o - r_i$
時間	t	D^2/ν
温度	T	$\nabla^2 T$
圧力	P	$\rho\nu\Omega$
速度	u	ν/D
渦度	ω	ν/D^2
磁場	B	$(\rho\mu_{0M}\eta\Omega)^{1/2}$
電流密度	J	$(\rho\eta\Omega/\mu_{0M}D^2)^{1/2}$
ヘリシティ	H	ν^2/D^3
運動エネルギー	E_k	$\rho\nu^2/D^2$
磁気エネルギー	E_m	$\rho\nu^2/D^2$

2.4 渦度方程式

磁場生成過程を議論する際に重要な量にヘリシティがある. これは流れの螺旋構造の度合を表す量である. 流れの螺旋構造による磁場生成過程は α 効果 (α effect) と呼ばれ, ダイナモ理論における最も重要な物理過程の一つである. α 効果については, 例えば Glatzmaier and Roberts (2000) を参照されたい.

渦度方程式を導出するためには (2.15) の回転をとれば良い.

$$\begin{aligned} E \left[\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) - \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \right] - 2(\hat{\mathbf{z}} \cdot \nabla) \mathbf{u} \\ = R_a \nabla \theta \times \frac{\mathbf{r}}{r_o} + \frac{1}{P_m} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \end{aligned} \tag{2.23}$$

ここで渦度 ω は以下で定義される.

$$\omega = \nabla \times \mathbf{u} \quad (2.24)$$

また, ヘリシティ密度 H は渦度と速度の内積として以下で定義される.

$$H = \omega \cdot \mathbf{u} \quad (2.25)$$

運動学的ダイナモ理論の結果より, α 効果により双極子磁場が生成されるためには, 北半球 (南半球) では正 (負) のヘリシティが多く存在しなければならない. コヒーレントヘリシティ (とり得る最大値に比例する値) を求めるために, Olson et al. (1999) では

$$H_{rel} = \frac{\langle H \rangle_h}{(\langle \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \rangle_h \langle \omega \cdot \omega \rangle_h)^{1/2}} \quad (2.26)$$

を計算している. ここで $\langle \rangle_h$ は球殻の北半球もしくは南半球での平均をあらわす.

2.5 境界条件

Olson et al. (1999) では流体についての境界条件として, 粘着条件が用いられている. よって,

$$\mathbf{u} = 0 \quad r = r_i = 0.54, \quad r = r_o = 1.54 \quad (2.27)$$

である.

温度については, 境界で固定, すなわち

$$T = 1 \quad r = r_i, \quad T = 0 \quad r = r_o \quad (2.28)$$

を境界条件としている.

磁場については, マントルと内核を不導体であるとして, 磁場のポロイダル成分を $r = r_o, r = r_i$ より外部のポロイダル磁場と連続的につなげる. つまり磁場についての境界条件を, W を磁気ポテンシャルとして

$$B_p = -\nabla W \quad r = r_i, \quad r = r_o, \quad \nabla^2 W = 0 \quad (2.29)$$

としている. 内核を不導体として扱うことは, 計算自体は単純化されるが, Glatzmaier and Roberts (1995) のように内核からの角運動量及び磁気モーメント, 内核の超回転を計算できないこと意味している.

2.6 エネルギー方程式

計算結果を解析する場合, とくに場の平衡を議論するためには, 磁気および運動エネルギーの変化を考察する必要がある. Olson et al. (1999) においても磁気エネルギーの方程式及び運動エネルギーの方程式を用いて場の平衡状態–自励的なダイナモが成立しているかを検証されている.

運動エネルギーの時間変化を表す方程式は, (2.15) に \mathbf{u} を内積することで得られる.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}^2 \right) - \mathbf{u} \cdot \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{E} \nabla \cdot (\mathbf{u}P) = \frac{R_a}{E} \nabla \theta \times \frac{\mathbf{r}}{r_o} + \frac{1}{EP_m} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \quad (2.30)$$

ここで, 左辺第2項は粘性散逸を, 左辺第3項は圧力による仕事を, 右辺第1項は浮力による仕事を, 右辺第2項はローレンツ力による仕事を各々あらわしている.

また磁気エネルギーの時間変化を表す方程式は, (2.17) に \mathbf{B} を内積することで得られる.

$$\frac{1}{E} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \mathbf{B}^2 \right) + \frac{1}{EP_m} \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = -\frac{1}{EP_m} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) - \frac{1}{EP_m} \mathbf{J}^2 \quad (2.31)$$

ここで, 左辺第2項はポインティングフラックスを, 右辺第1項はローレンツ力による仕事を, 右辺第2項はジュール散逸を表している.

第3章

数値モデル

Olson et al. (1999) で用いられている数値モデルは, Glatzmaier (1984) と, その方程式系の違いを除いて, 殆ど同じモデルである. 速度ベクトルと磁場ベクトルをトロイダル-ポロイダル分解することで, ベクトル量をスカラー量に直して計算する. この磁場と流れ場のスカラーポテンシャルに温度を加えた 5 個のスカラー量を, 角度方向については球面調和関数で, 動径方向についてはチェビシフ多項式で展開して, 全ての時間ステップで計算している.

計算方法は, 最近では Olson and Glatzmaier (1995) で用いられた擬スペクトル変換である. これは, 先ず非線形項を各モードの計算結果から合成して実空間での値を求め, 次にこれらの間の積を再びスペクトル変換し各モードの値を求め, 最後にその値を用いて時間積分を行う方法である. この方法はダイナモのシミュレーションにおけるオーソドックスな方法となっている (河野 (1996)). ただし, 以前 Glatzmaier and Roberts (1995) で用いられたモデルのものとは, コリオリ力に陽解法を用いている点が異なる.

Olson et al. (1999) では, 主に 3 ケースの計算が行われている. このうち, ケース 1 とケース 2 での計算は二つの部分に分かれる. ひとつは磁気対流パートであり, 磁場の方位角成分を維持するために非均質な境界条件を用いる. 二つ目のパートはダイナモの部分であり, 前者とは別に磁場の境界条件は均質なものに置き換える. ケース 3 のダイナモはレイリー数が低い場合に求めたダイナモの解を初期条件として計算を始め, レイリー数を上げた場合の対流構造等を調べている.

磁気対流パートでは, 内側と外側の境界において方位角方向に軸対称なトロイダル磁場 B_ϕ

を付加している.これがダイナモの種となる.

$$B_\phi = \Lambda_o \sin(2\theta) \quad r = r_i, \quad r = r_o \quad (3.1)$$

ここで, B_ϕ は磁場の経度成分, Λ_o は付加した磁場の振幅 B_0 を元にしたエルサッサー数を表す.

$$\Lambda_o = \frac{B_o^2}{\rho\mu\eta\Omega} = \frac{\sigma B_o^2}{\rho\Omega} \quad (3.2)$$

エルサッサー数はローレンツ力とコリオリ力の比で定義される無次元数であり, 中間的モデルにおける強磁場モデルと弱磁場モデルを判断する際の基準となっている (Zhang and Schubert, 2000).

ダイナモパートでは, 内側と外側の境界でのトロイダル磁場の境界条件を均質なものに置き換えた.

$$B_\phi = 0 \quad r = r_i, \quad r = r_o, \quad (3.3)$$

このパートでは外部から与えられる磁場は存在しなくなる. よって, 磁気エネルギーが減衰しない場合には自励的なダイナモ作用が発生していることが分かる.

表 2 に Olson et al. (1999) で用いられたパラメータをまとめた. ここで, $R_{a_{crit}}$ は臨界レイリー数であり, 指標のつかない Λ は球殻内部で発生した磁場を元にしたエルサッサー数であり, ダイナモが強磁場か弱磁場かを判断する目安となる. l_{max} は球面調和関数の最大次数, (N_r, N_θ, N_ϕ) は差分格子点の個数である.

打ち切り誤差についての数回のテスト結果より, これらのモデルは解が収束することはわかっている. ここで, m_s は方位角方向の対称性の程度 (周期は $2\pi/m_s$) である. またそれらの結果を比較することにより, 本論のケース 2 及び 3 の場合における対称性が 2 の場合 ($m_s = 2$) と全球面 ($m_s = 1$) の場合との差異は殆ど無いことが分かっている (Christensen et al., 1999).

また, R_{em} は磁気レイノルズ数を表している. 磁気レイノルズ数は, (2.17) における右辺 (磁場生成項と拡散項) の比で定義される.

$$R_{em} = \frac{|\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})|}{|\eta \nabla^2 \mathbf{B}|} = u_{rms} \frac{D}{\eta} \quad (3.4)$$

ここで, u_{rms} は球殻内部の速度スケールである. ダイナモ作用が発生するためには, R_{em} が大きい必要がある.

表 3.1: Olson et al.(1999) で用いられたパラメータと計算結果の一部

パラメータ	Case 1	Case 2	Case 3
R_a	94	334	750
$R_a/R_{a,crit}$	1.5	4.8	10.8
E	3×10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
P_m	1	2	1
Λ_0	1	0	0
計算数値	Case 1	Case 2	Case 3
l_{max}	24	53	85
N_r	25	33	41
N_θ	48	80	128
N_ϕ	96	160	256
計算結果	Case 1	Case 2	Case 3
m_s	6	2	2
$\langle E_k \rangle$	67.3	960	3500
$\langle E_m \rangle$	640	2600	13500
$\langle E_m^{pol} \rangle / \langle E_m \rangle$	0.24	0.41	0.61
$\langle E_m^{tor,ax} \rangle / \langle E_m \rangle$	0.62	0.16	0.11
Re_m	11.6	88	83
Λ	0.62	1.01	1.64

初期条件としては、定常状態に微小な熱の擾乱を加えた状態を用い、磁気対流パートから計算が始まる。磁気対流パートでの計算は、全運動エネルギーと全磁気エネルギーが統計的に見て平衡状態に達するまで続けられる。これには通常磁気拡散時間の2倍弱の時間が必要になる。その後、計算をダイナモパートへと移行する。付加されていた磁場は、(3.3)で示した均質な境界条件の物に置き換えられる。

3つのケースにおける磁気エネルギーと運動エネルギーの時間発展を図3.1に示す。ケース1は磁気エネルギー及び運動エネルギーの変動が殆ど見られないが減衰してはいない。ケース2では、磁気エネルギーが一時的に減衰した後平衡状態に、ケース3では平衡状態を維持したまま、それぞれ次励的ダイナモ作用が発生していることがわかる。新しい平衡状態における磁気エネルギーは磁場を付加した場合における磁気エネルギーに匹敵し、全てのケー

スにおいて $\Lambda \simeq 1$ である. この意味で, Olson et al. (1999) で扱われたダイナモは全て強磁場ダイナモである.

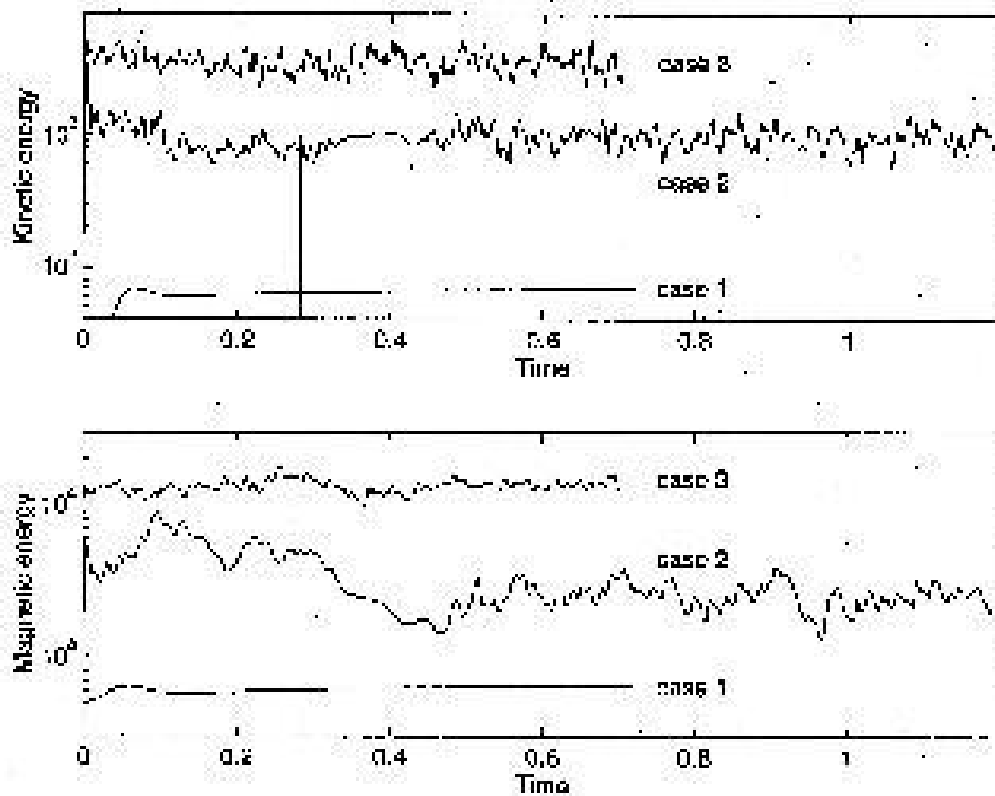


図 3.1: 3つのケースにおけるエネルギーの変動の様子. ケース2における鉛直な線は, 磁気対流パートからダイナモパートへ移行した部分である. このときの時間は $0.236P_m$ であった. また, ケース2において計算がダイナモパートに切り替わった後に, 磁気エネルギーが一時的に減衰していることがわかる. (Olson et al 1999)

第4章

ポロイダル磁場磁場生成過程 (計算結果その1)

4.1 計算結果

Olson et al. (1999) では, ポロイダル磁場生成過程を確かめるためにケース1のシミュレーションを行っている(計算に用いられたパラメータ及びその結果は表2参照). ケース1の計算の結果得られた磁気レイノルズ数 R_{em} の値は約12でありそれほど大きくはない. しかし, 図3.1からわかるように磁気エネルギー及び運動エネルギーがほぼ定常状態を維持していることから, 自励的なダイナモ作用が発生していることがわかる.

図4.1~図4.3はケース1の磁気対流パート(磁場が付加された状態)での対流及び磁場等の構造を示している. 図4.1より, このケースでの対流構造は内核接円筒(inner core tangent cylinder)に接する対流柱が規則正しく並んでおり, それが西向きにドリフトしていく. また, 右下の図よりトロイダル磁場が対流柱に巻き付いているのがわかる.

図4.3はある対流柱の断面での流れの構造を示している. この対流柱は自回転軸に沿った負の渦である(図4.3右上). さらに子午面方向の流れは赤道面へ収束している(図4.3左上). よって, 負の渦柱の中には, 北半球では負の, 南半球では正のヘリシティが存在している(図4.3右下). 正の渦柱についてはこれと逆のことが言える. 結果として北半球(南半球)には負(正)のヘリシティのみが存在することとなる(図4.1左下). その大きさは(2.26)を用いて計算され, $H_{rel} = \mp 0.29$ であった(負は北半球を, 正は南半球である).

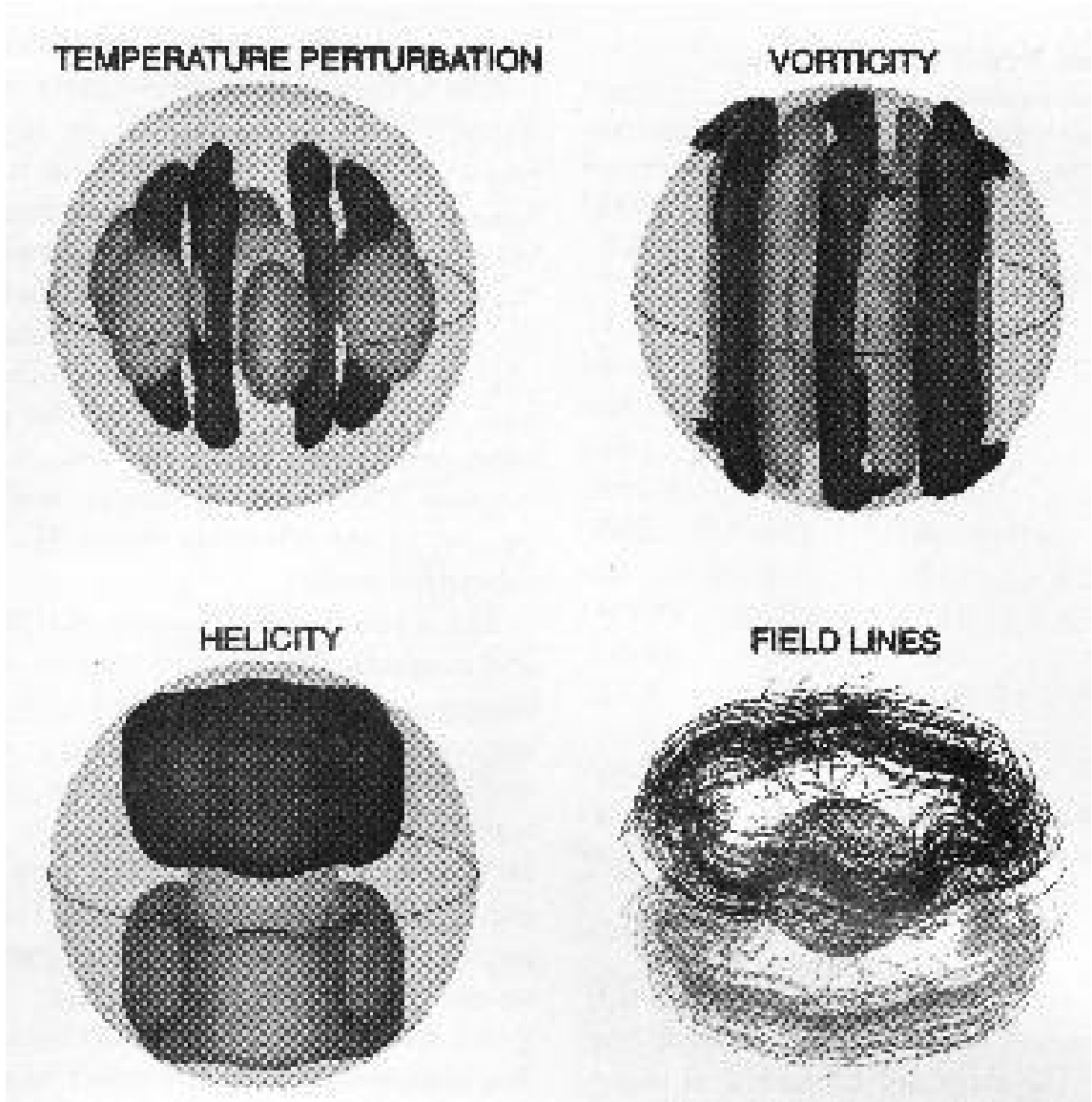


図 4.1: ケース 1 の磁気対流パートにおける, 温度の擾乱, 軸方向の渦度とヘリシティ, そして磁力線の図. 薄い部分は正を, 濃い部分は負を表す. イメージの表面は最大値からのずれであり次のようにしてある: $T' = \pm 0.35$, $(\nabla \times \mathbf{u})_z = \pm 0.5$, $H = \pm 0.45$ (Olson et al(1999))

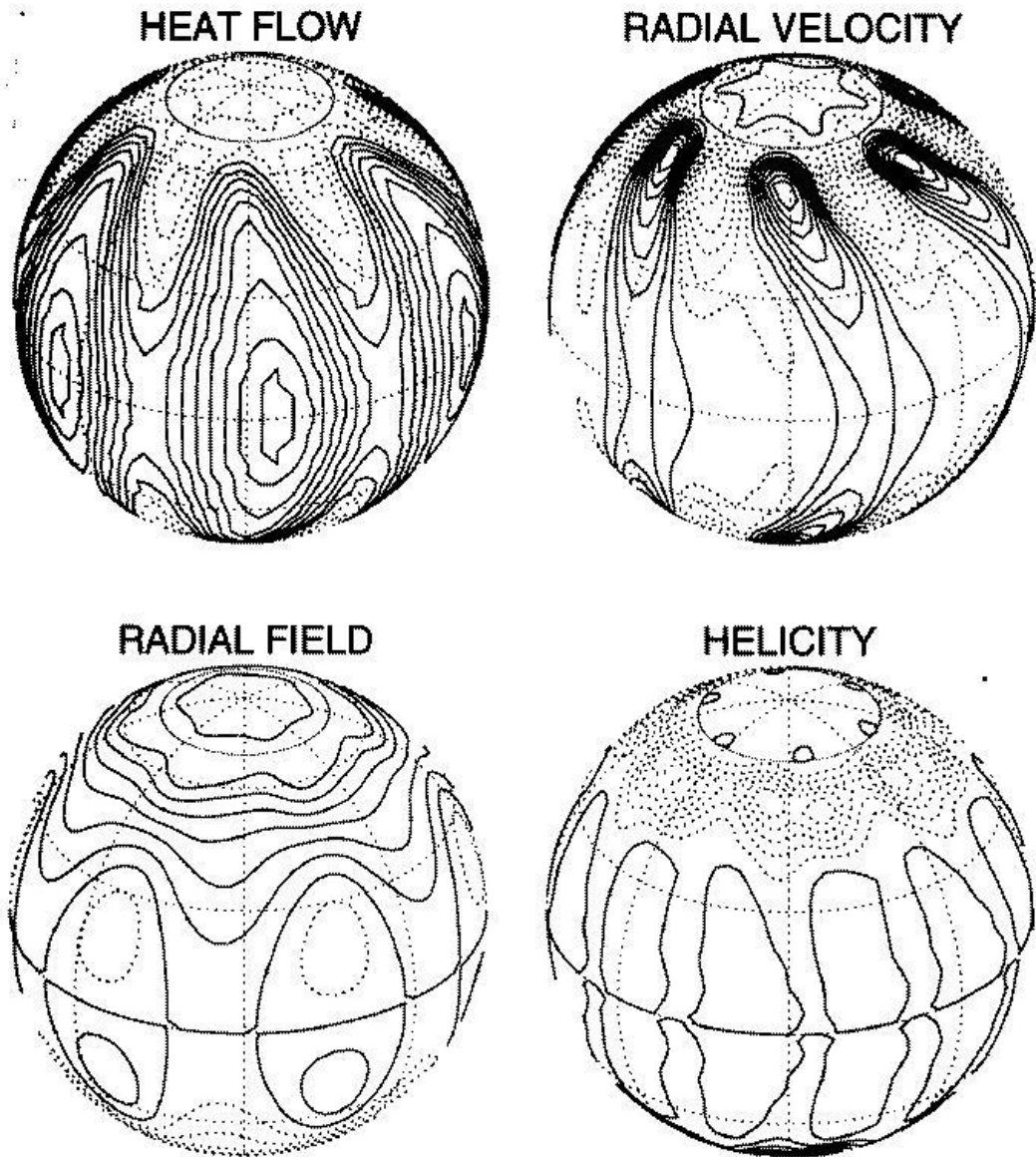


図 4.2: ケース 1 の磁気対流パートでの, $r = 0.93$ における速度, ヘリシティの動径成分の等値線と, 外部境界における熱流及び磁場の動径成分の等値線. 等値線の間隔は $\delta u_r = 0.55$, $\delta H = 360$, $\delta B_r = 0.041$. (Olson et al(1999))

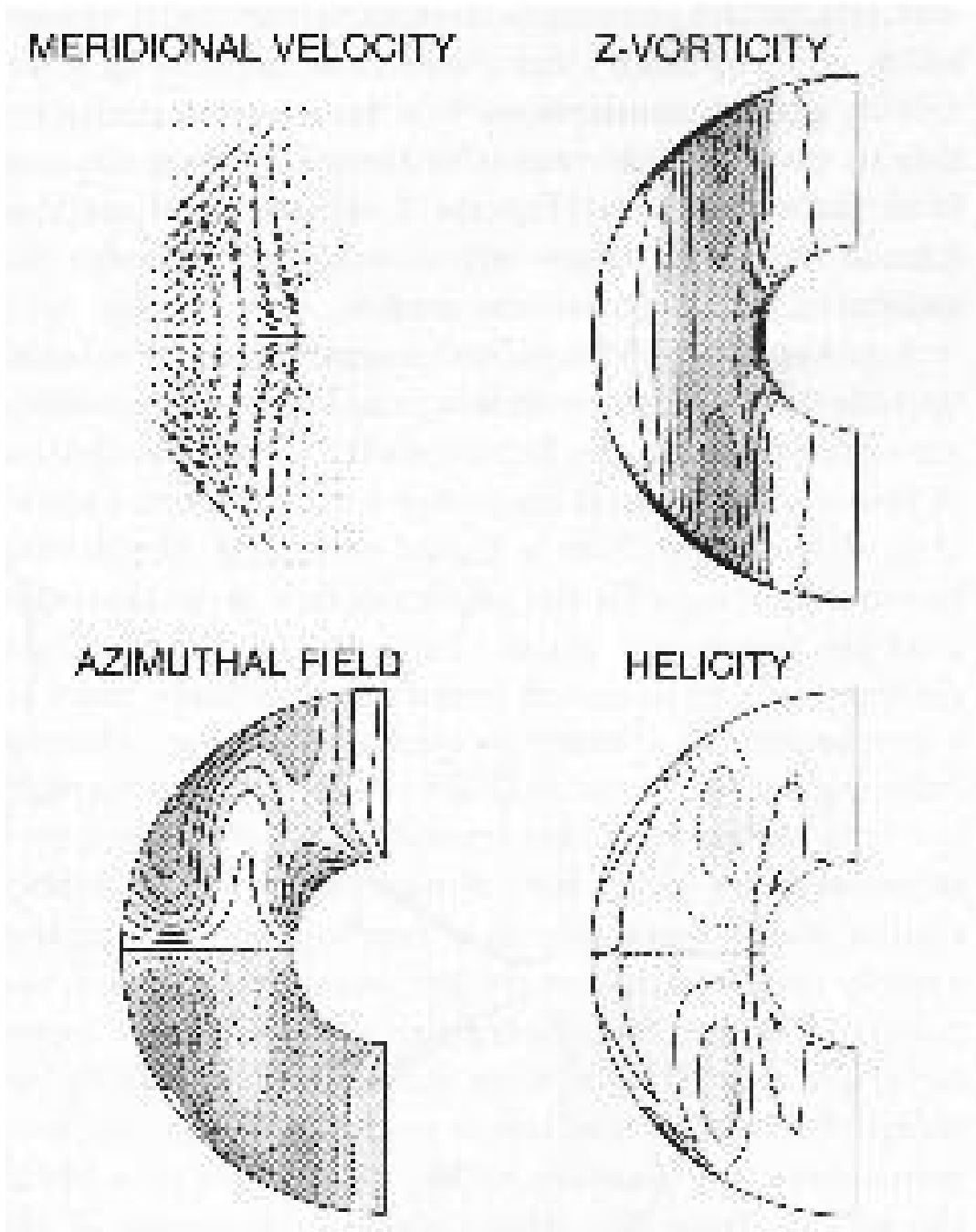


図 4.3: ケース 1 の磁気対流パートでの、経度 22° に存在する対流柱の断面における速度、渦度の z 成分、磁場の方位角成分、そしてヘリシティの図. 等値線の間隔は $\delta\omega_z = 27$, $\delta B_\phi = 0.132$, $\delta H = 540$ である影の部分は絶対値を表す.(Olson et al(1999))

4.2 対流構造についての考察

磁場がない場合の回転球殻対流の臨界モードについては Busse (1970) の図 4.4 が有名である。また、磁場が存在する場合の対流構造の変化は、対流柱の数の減少と赤道面における断面積の増加であることが様々な研究から明らかにされている (例えば, Olson and Glatzmaier, 1995 等). Kageyama and Sato (1997b) の対流構造も同様である。ケース 1 の対流構造 (図 4.1 右上) は Kageyama and Sato (1997b) と極めて良く似ている。よって対流構造のダイナミクスも同じであると Olson らは考えている。

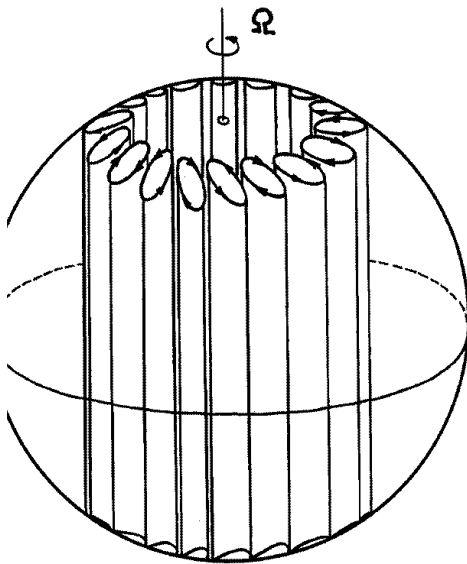


図 4.4: Busse(1970) における対流の臨界モード. テイラープラウドマンの定理が成立している (Busse,1970)

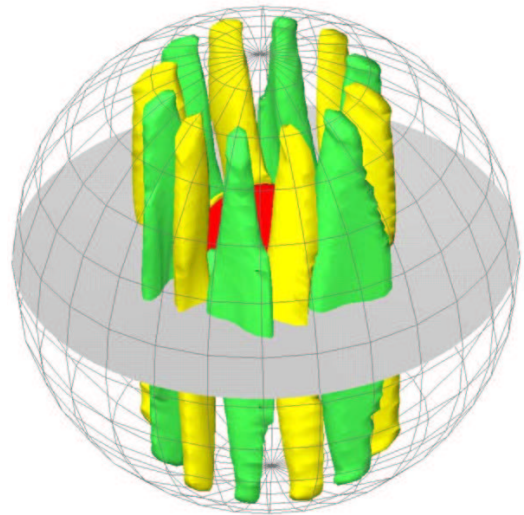


図 4.5: Kageyama and Sato(1997) における対流構造. 黄 (緑) が正 (負) の渦柱. (Kageyama and Sato 1997)

対流におけるヘリシティの生成源について, Busse (1975) ではエクマンパンピングによる渦の収縮とローレンツ力の勾配による 2 次的な流れの生成が関連しているとある。それに付け加えて Olson et al. (1999) では, 柱状対流における浮力の差が, 対流柱の内部において全く渦度を持たない 2 次的な上昇 (下降) 流を生み出し, それによってヘリシティが生成されていると述べている。

始めに、エクマンポンピングによる渦の収縮について議論する。負の渦柱の場合、図 4.3 左上にあるように、2 次的な流れは赤道面上に収束して行き、そこで発散する。一方、正の渦柱でのエクマンポンピングは両半球上でも赤道面から離れていく向きに 2 次的な流れを引き起こす。この、『主流である柱状渦と 2 次的な流れの内積』により両球面においてヘリシティが生成される。しかし、図 4.1, 図 4.3 より分かるように、このケースにおけるヘリシティが多い部分は境界からかなり離れている。よって、エクマンポンピングによるヘリシティ生成は 2 次的な要因でしかないと Olson らは述べている。

次に浮力による効果を議論する。Olson et al. (1999) では浮力による 2 次的な上昇 (下降) 流の生成を (2.23) において、ローレンツ力項と慣性項を無視した場合の z 成分についての式

$$E\nabla^2\omega_z + 2\frac{\partial u_z}{\partial z} + Ra\left(\nabla\theta \times \frac{\mathbf{r}}{r_o}\right) \cdot \hat{\mathbf{z}} = 0 \quad (4.1)$$

を用いて議論している。例えば、正の渦柱の中では、粘性項 $\nabla^2\omega_z$ は負である。また Ra に比例する浮力の項は、図 4.1 左上より赤道面近くでは正だが、そこから離れるにつれて小さくなり消えてしまう。そのため対流柱の内部において、 $\partial u_z/\partial z$ は、赤道面より遠くでは粘性項とバランスするために正となり、一方で赤道面近くでは増加した浮力とバランスするために減少し負となる。以上の結果より、2 次的な流れとして、正の対流渦柱の中には、北半球では下降流、南半球では上昇流が存在することになり、ヘリシティは北半球 (南半球) で負 (正) となる。また、負の渦柱の中ではこれと逆のことが言える。つまり北半球ではエクマンポンピングにより上昇流が発生し、温度の擾乱 (図 4.1 左下) より浮力の勾配は負となり、それとバランスするために上昇流が発生する。以上のことより、ヘリシティ生成には浮力の偏差とエクマン収束が関連していると Olson らは結論付けている。結果として、対流構造は図 4.6 の様になっていると考えられる。

また Olson et al. (1999) では、磁場が存在しない場合に、ヘリシティの量が境界条件に依存するかを調べている。境界条件、エクマン数、レイリー数を変えた場合の、生成されたヘリシティの量を表 3 にしめす。Olson et al. (1999) では、これらの結果のうち、特に応力無し条件 (free-slip) を用いた場合にヘリシティ生成が最も大きく変化 (減少) していることと、内核から熱フラックスを供給した場合にもヘリシティの量が殆ど変化しないことに注目し、内核接円筒外部におけるヘリシティのパターンを決めているのは、境界の形状 (球殻であること) であると結論付けている。熱境界条件を変化させた場合の球殻対流の臨界モードは今だ良くわかっていないが、少なくともレイリー数及びエクマン数が表 3 の領域にある場合には、ヘリシティ生成に境界の形状、特に外部境界の影響が強いことがわかる。

表 4.1: 境界条件を変えた場合の生成されるヘリシティの比較. R は粘着条件, F は応力無し, I は内部熱源である. (Olson et al. 1999)

E	$R_a/R_{a_{crit}}$	境界条件	Λ_0	H_{rel}
10^{-3}	1.5	R,B	0	∓ 0.27
3×10^4	1.5	R,B	0	∓ 0.24
3×10^4	1.5	R,B	1	∓ 0.29
3×10^4	1.07	R,B	1	∓ 0.29
3×10^4	1.5	R,I	0	∓ 0.21
3×10^4	1.8	F,B	0	∓ 0.12
10^{-4}	1.5	R,B	0	∓ 0.27

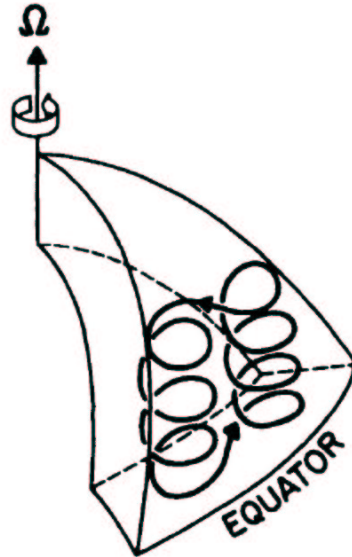
Olson et al. (1999)

4.3 磁場生成過程について

4.3.1 ポロイダル磁場生成過程

図 4.2 左下及び図 4.3 左下に, ケース 1 で発生した磁場の様相が示されている. このケースでの磁場生成過程のダイナミクスは, Kageyama and Sato (1997b) において議論された, 『対流柱の間における巨視的な α 効果』によって説明される. ただし, Kageyama and Sato (1997b) では図 4.7 に示す様に, 一本の磁力線の時間変化を追うことで実際に α 効果が発生していることを可視化しているのに対して, Olson et al. (1999) では α 効果の直接的な可視化は行われていない.

ポロイダル磁場生成過程の模式図は図 4.8 で示されている. これはトロイダル磁力線が磁力線凍結近似の結果, 主流である渦によって正負の対流柱の間に引き込まれ, 2 次的な流れである上昇・下降流によって上下に引き延ばされる様子を表している. この磁場生成過程は Kageyama and Sato (1997b) におけるポロイダル磁場生成過程と全く同じである. ただ, Kageyama and Sato (1997b) が赤道面上における磁気リコネクションによるポロイダル磁場生成過程を提案しているのに対して, Olson et al. (1999) ではそれについて一切触れてい



Glatzmaier and Gilman(1981)

図 4.6: Glatzmaier and Gilman(1981)における対流柱の流跡線の模式図. 正(負)の渦柱においては2次的な下降流(上昇流)が発生している. (Glatzmaier and Gilman 1981)

ない.

4.3.2 トロイダル磁場生成過程

ケース1の磁場生成過程の Kageyama and Sato (1997b) との最も重要な違いはトロイダル磁場生成過程にある. Kageyama and Sato (1997b) でのそれは, ω 効果であった. しかし, Olson らは, トロイダル磁場生成過程も α 効果であると主張している.

通常, 自励的なダイナモ作用が発生するためには磁気レイノルズ数 R_{em} が十分大きい必要がある. この条件を満たすための方法は二つある. 一つはレイリー数を臨界レイリー数よりもかなり大きくするかそれに近い値にする方法であり, もう一つは磁気プランドル数 P_m をかなり大きくする方法である.

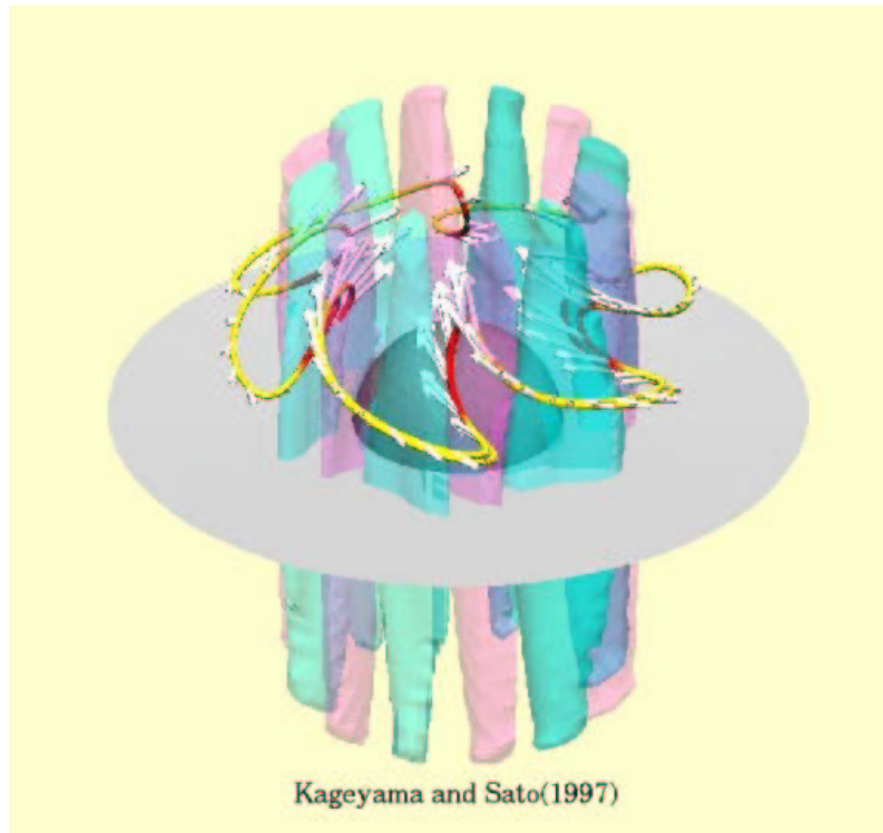


図 4.7: 対流柱の間での α 効果を可視化した図. 赤 (青) は正 (負) の渦柱を表している. (Kageyama and Sato 1997)

レイリー数が大きい場合は, 激しい対流が発生することで運動エネルギーが増加しダイナモ作用が活発になる. しかし, 対流が激しくなることで流れの様相がこれまで以上に複雑になる. そしてそれは, 差分格子の数をこれまで以上に増やさなければ十分な解像度を得ることができないことを意味している.

そのため既に述べた様に, 殆どのフルモデルでは収束する解をえるために, 磁気プランドル数を 10 ~ 100 の間の非常に大きな値にしている. これらの値に設定する根拠は, 主に分子粘性から見積もった場合の磁気プランドル数がこの値となることである.

Olson et al. (1999) では前者の方法をとる. 格子点の数はケース 1 に比して倍以上に増やし, ケース 2 及びケース 3 ではエクマン数を固定してレイリー数を臨界レイリー数の約 5 倍及

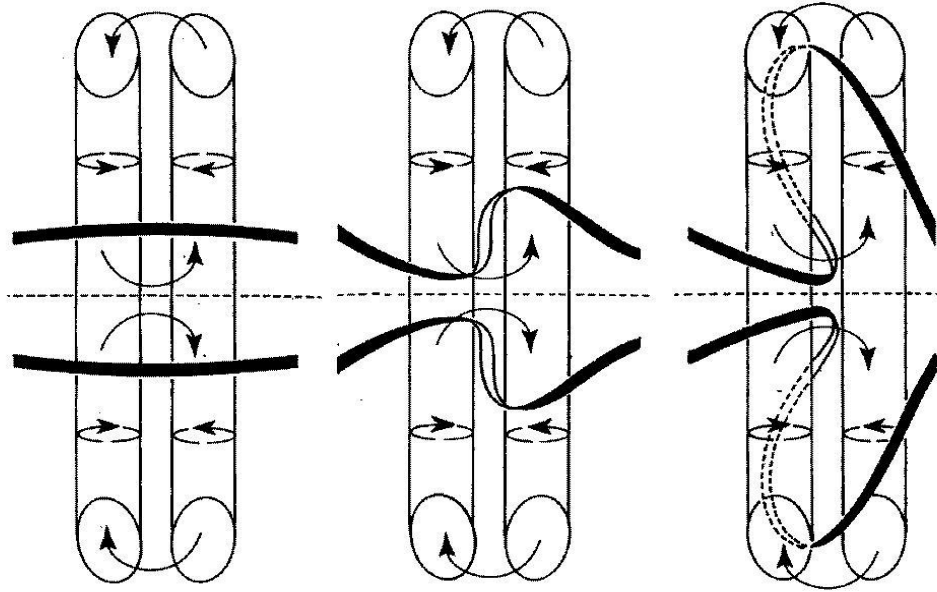


図 4.8: ポロイダル磁場生成過程の模式図. 2 本の対流柱の間で α 効果によりトロイダル磁場からポロイダル磁場が生成されている. (Olson et al. 1999)

び約 11 倍 (表 2 参照) にした場合の磁場生成過程をしらべた. その場合のトロイダル磁場生成過程は ω 効果よりも α 効果が効いてくることが明らかにされた. 第 5 章及び第 6 章ではこのことを主に議論する.

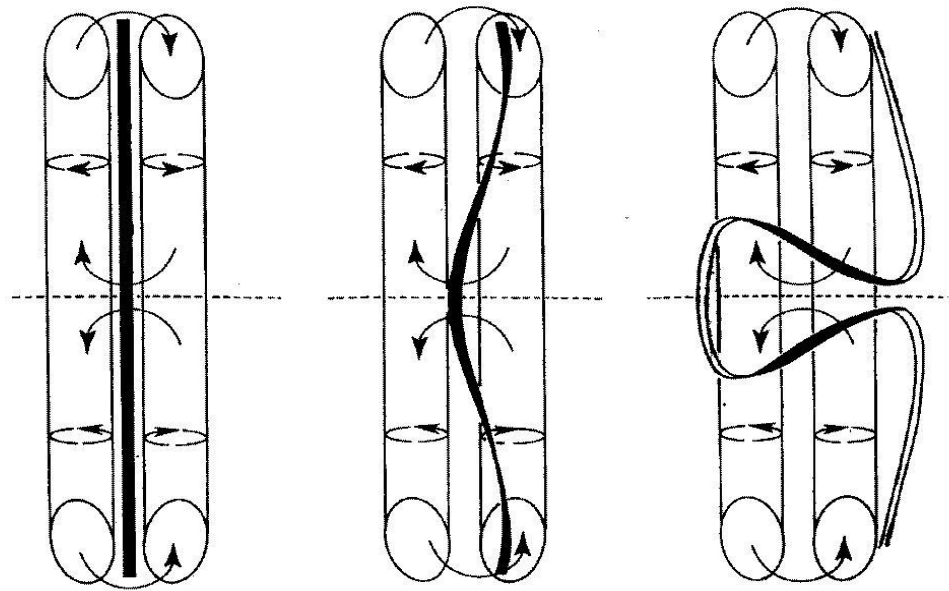


図 4.9: トロイダル磁場生成過程の模式図. 2本の対流柱の間で α 効果によりポロイダル磁場からトロイダル磁場が生成されている. (Olson et al. 1999)

第5章

Strongly Colomnar Regime

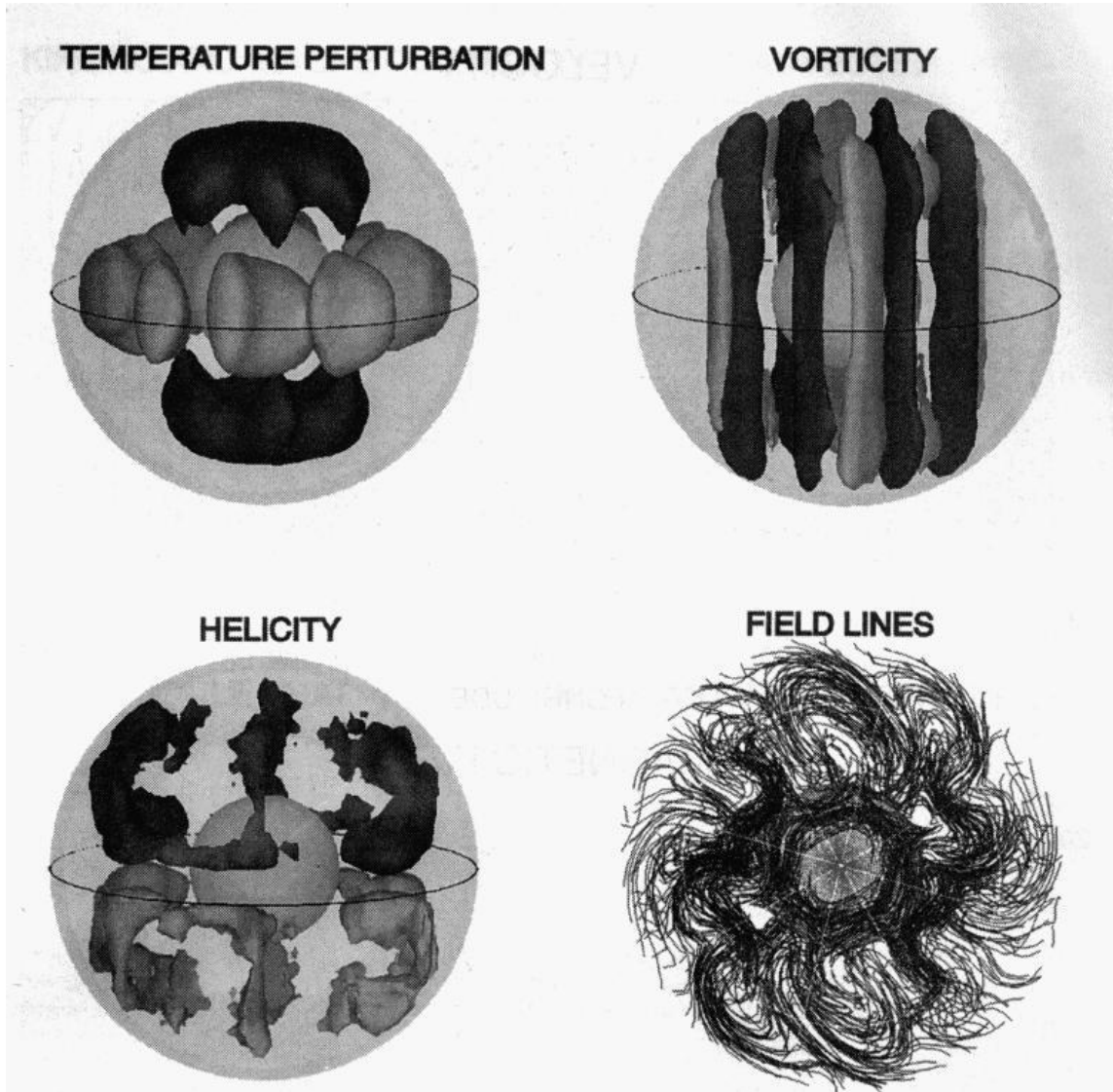
(計算結果その2)

5.1 計算結果及び対流構造の概観

Olson et al. (1999) では, ケース 2 のレジームを **Strongly Columnar regime**(以下, SCR) と名付けている. 図 5.1 ~ 図 5.6 に SCR での計算結果を示す.

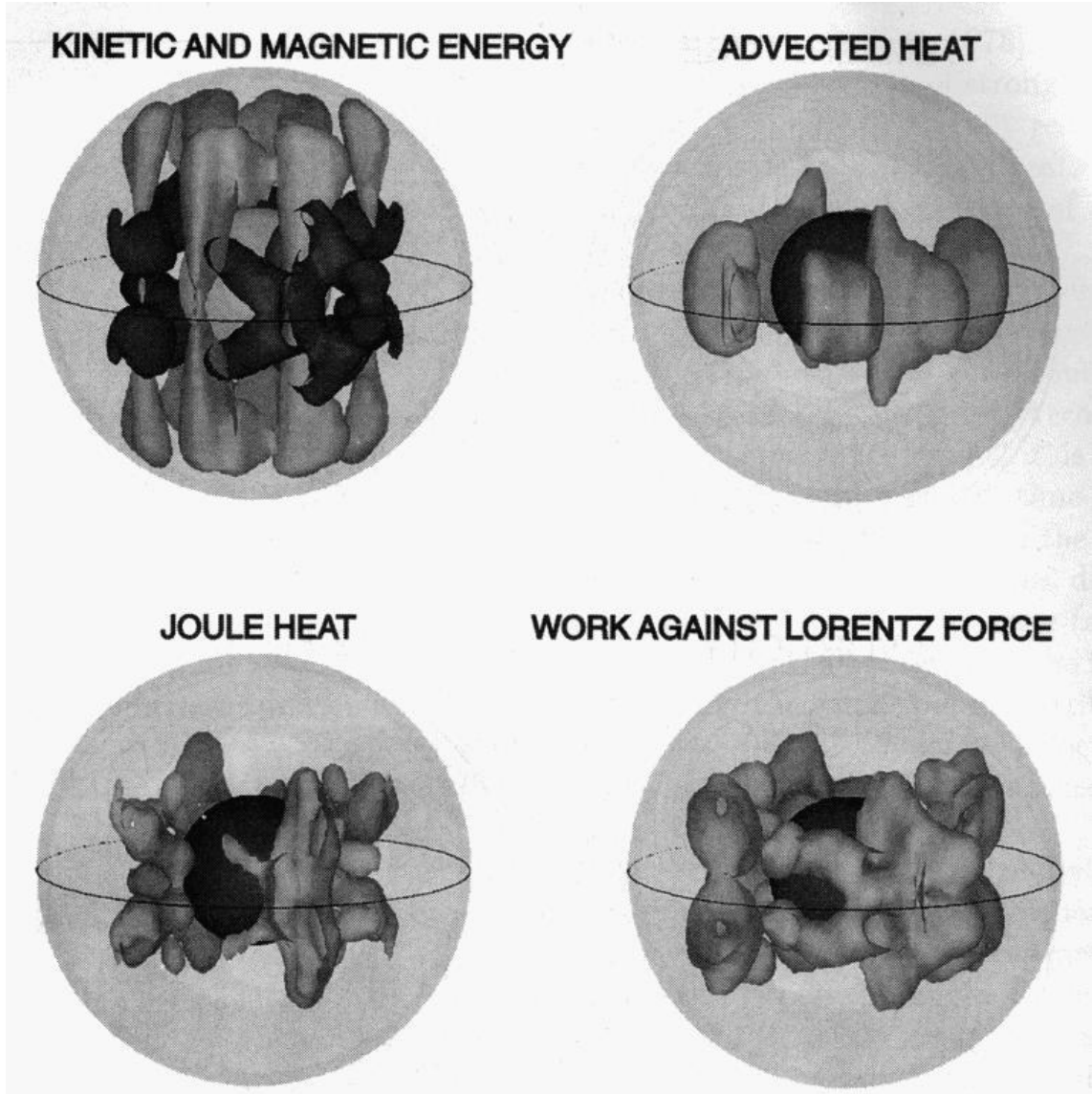
このレジームでは, 対流は内核接円筒の外部領域でのみ発生し, 内部領域での流体の運動は非常に小さい. さらに外部に発生する対流のパターンは時間にも空間的にも激しく変動する. それにもかかわらず, 外部領域での対流構造はケース 1 における柱状対流と同様に, 非常に多くの柱状渦が存在する構造となっている (図 5.1 右上).

さらに, 方程式系及び初期/境界条件としてなんの対称性を付加していないにもかかわらず, 赤道面から見た場合, 対流構造には対称性がある. 個々の対流柱は自転軸に沿って伸びており, 中心より外側へ行く程東向きに傾いている. それゆえ, 自転軸から見ると全体として歯車のような形状をしている (図 5.1 右下). この歯車状パターンは不規則ながら一般に西向きにドリフトしている. しかし, このドリフトにより温度, 渦度, そして磁場の方位角成分が移流されることはない. 正の温度異常 (図 5.1 左上) と対流による熱輸送 (図 5.2 右上) は, 内核の両極に接する平面で区切られた領域に集中している. このことより, 西向きのドリフトは位相の伝播とそれにともなう局所的な流れによるものであると考えられる. ヘリシティは, 北半球 (南半球) では負 (正) であり, これはケース 1 の結果と一致している (図 5.1 左下).



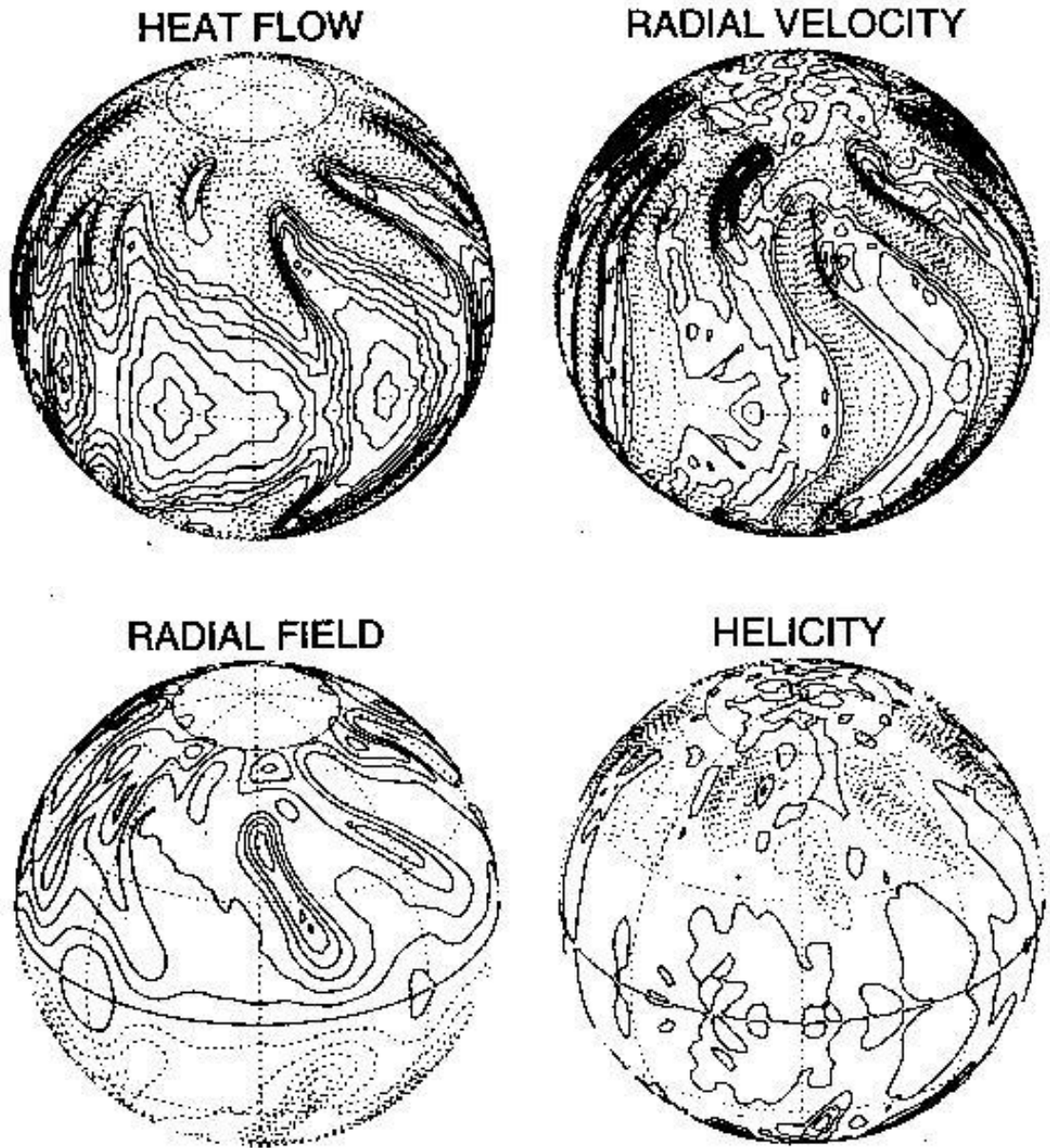
Olson et al.(1999)

図 5.1: SCR における, 温度の擾乱, 軸方向の渦度とヘリシティ, そして極から見た流線のイメージ. 薄い部分は正を, 濃い部分は負を表す. イメージの表面は最大値からのずれであり次のようにしてある: $T' = \pm 0.3$, $(\nabla \times \mathbf{u})_z = \pm 0.5$, $H = \pm 0.45$ (Olson et al. 1999)



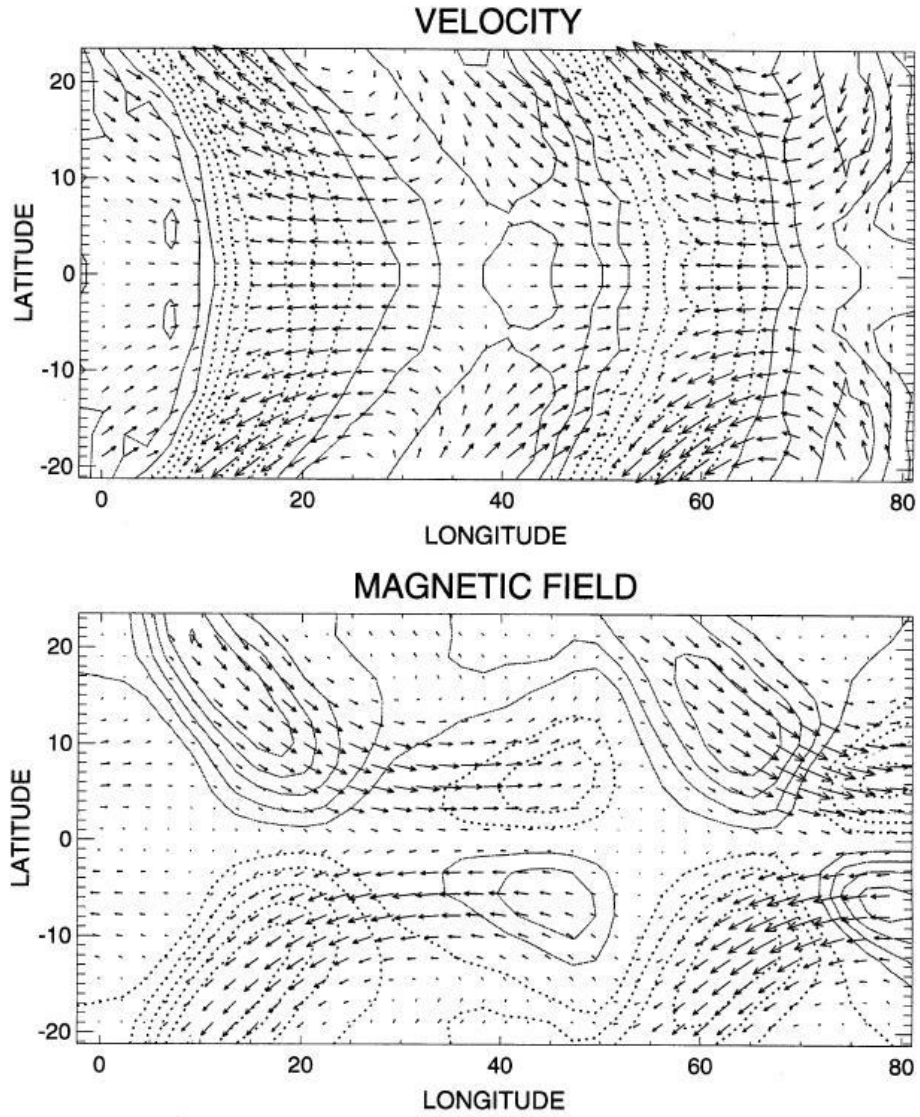
Olson et al.(1999)

図 5.2: SCR における磁気エネルギー及び運動エネルギー, 熱輸送, ジュール加熱, そしてローレンツ力に反した仕事. 薄い部分は運動エネルギー, 濃い部分は磁気エネルギーを表す. イメージの表面は最大値からのずれであり次のようにしてある: $E_k = 0.5, E_m = 0.3, W_b, W_L, \Phi = 0.2$.(Olson et al. 1999)



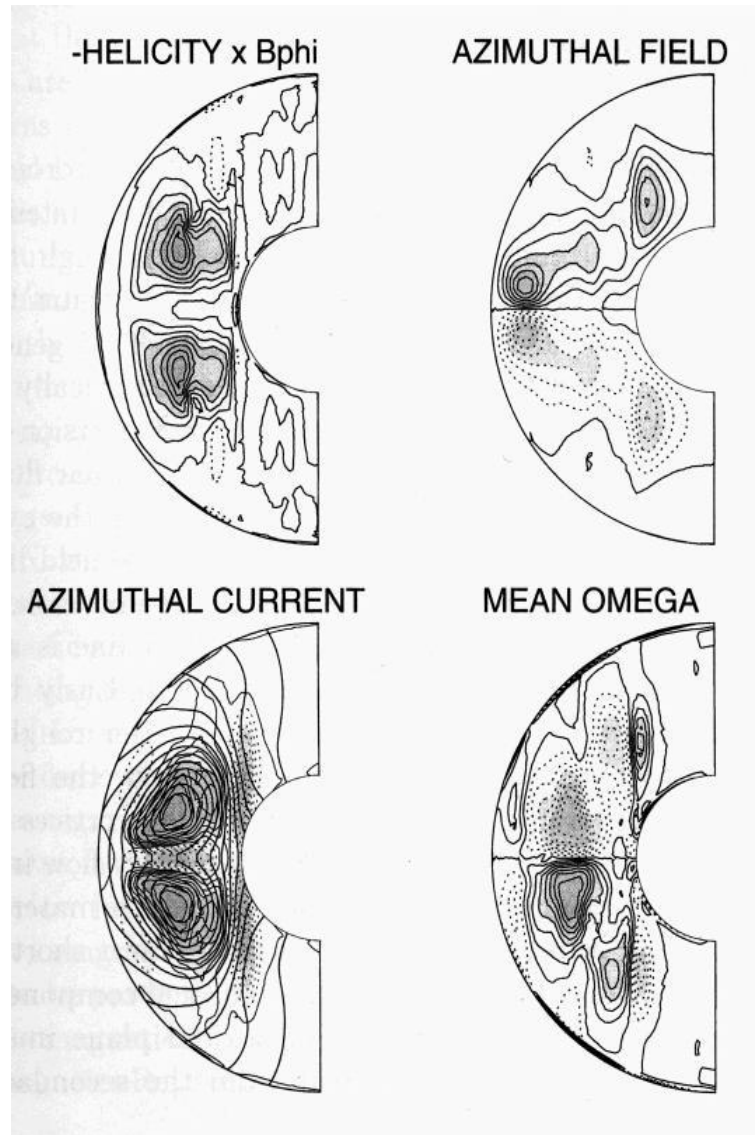
Olson et al.(1999)

図 5.3: SCR での, $r = 0.905$ における速度, ヘリシティの動径成分の等値線と, 外部境界における熱流及び磁場の動径成分の等値線. 等値線の間隔は $\delta u_r = 3.18, \delta H = 20, 400, \delta B_r = 0.0508$. 単位は表 1 参照.(Olson et al. 1999)



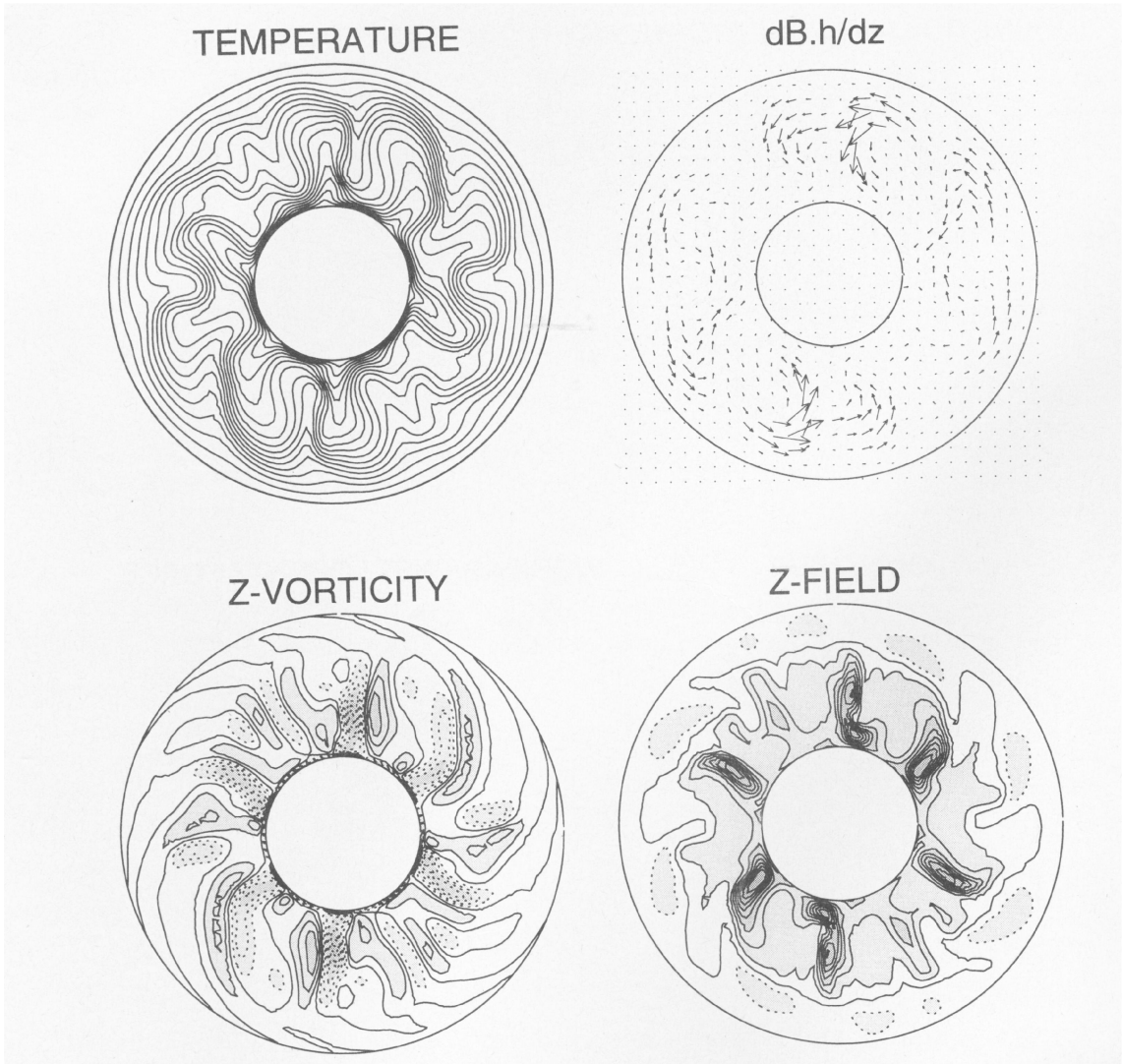
Olson et al.(1999)

図 5.4: 図 5.3 の磁場及び速度場の詳細. 等値線の間隔は速度場, 磁場各々 $\delta u_r = 3.18, \delta B_r = 0.087$ である. ベクトルは速度及び磁場の水平成分を表す.(Olson et al. 1999)



Olson et al.(1999)

図 5.5: SCR における軸対称構造の等値線. これらはポロイダル磁場及びトロイダル磁場の成因を調べる手がかりとなる. 上段左はヘリシティと磁場の経度成分の積であり, これはトロイダル電流およびポロイダル磁場の成因となる α 効果を表している. これは内核接円筒外部での電流の経度成分(下段左)と相関関係にある. 軸対称なポロイダル磁場の磁力線は電流と重ね合わせられている. 下段右はトロイダル磁場の成因となる ω 効果を表す. これは内核接円筒内部での磁場の経度成分(上段右)と相関関係にある. 等値線の間隔は各々 $\delta J_\phi = 1.23$, $\delta(HB_\phi) = 2840$, $\delta B_\phi = 0.211$, $\delta\omega = 23$. 単位は表 1 参照.(Olson et al. 1999)



Olson et al.(1999)

図 5.6: SCR における赤道面の様子. 各々, 温度 (上段左), 磁場の z 成分 (上段右), 渦度の z 成分 (下段左), そして面内の磁場の z 微分の等値線 (下段右) である. 赤道面からみて軸対称であるため, 磁場ベクトルは赤道面から北へ少しずれた部分での値を表している. 等値線の間隔は $\delta T = 0.0625, \delta B_z = 0.24, \delta \omega = 509$ (Olson et al. 1999)

5.2 磁場生成過程

5.2.1 ポロイダル磁場生成過程

先ず, ポロイダル磁場生成過程について考察する. 図 5.3 左下より, 磁場の動径成分は主に双極子磁場である.

Christensen et al. (1998) において, 磁力線の集約が外部境界表面から内側へと向う流れに関連があると述べられているが, 図 5.3 右上及び左下を比較することでこれを確かめる事ができる. また右下の図より, ヘリシティの動径成分, つまり対流柱が外部境界とぶつかる領域と磁場の動径成分との間に強い相関があることもわかる. このことより, 双極子磁場は主に高緯度及び中緯度において磁力線が折り重なることにより形成されたことがわかる.

図 5.6 左下及び右下より, 磁場の z 成分, つまり大規模スケールでのポロイダル場が渦度が負の部分に集約されているのがわかる. また, 図 5.5 左上はヘリシティの方位角成分と磁場方位角成分の積であり, α 効果を表している. これは, 内核接円筒外部のポロイダル磁場を生成する, 軸対称なトロイダル電流の分布とも相関がある (図 5.5 左下). 以上のことより, 大規模スケールのポロイダル場がヘリシティにより生成されることがわかる.

これらの結果は, ポロイダル磁場生成過程が, Kageyama and Sato (1997a) と同じく, 『対流柱の間における巨視的な α 効果』であることを示している.

5.2.2 トロイダル磁場生成過程

次にトロイダル磁場生成のメカニズムについて考える. 磁場の方位角成分 (図 5.5 右上) は大規模スケールでのトロイダル磁場を表現している. 多くのダイナモモデルではトロイダル磁場は ω 効果により生成されることになっている. SCR においても, 速度の方位角成分に軸対称な変動が存在し, これが ω 効果によってトロイダル磁場を生成してはいる. しかし, これはトロイダル磁場の主な成因ではない. (図 5.5 右下) がこれを示している.

ω 効果は誘導方程式における経度方向成分の経度平均

$$rB_r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\phi}{r} \right) + \frac{\sin \theta}{r} B_\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{u_\phi}{\sin \theta} \right) \quad (5.1)$$

によって表される. これらの二項の正の相関は ω 効果による経度方向の磁場生成が発生している場所を示している. しかしこの相関は内核接円筒の外部では正, 内部では負になっている. よって, このレジームでは ω 効果はトロイダル場の主な成因ではないことがわかる.

トロイダル磁場生成メカニズムを理解するためには, トロイダル場のより詳しい構造を理解する必要がある.(図 5.5) ではトロイダル磁場の軸対称部分が, 低緯度領域において外部境界の近づく程, 赤道面近くに集まっていることがわかる. 図 5.4 はこの領域の拡大図である.

トロイダル磁場の磁力線は対流柱によって曲げられ別の部分へと切り離されている. 北半球での個々の磁力線は下降流と重なり, 低緯度において逆の極の動径フラックスとつながる. その部分は上昇流領域と下降流領域の間である. 磁場は赤道面に対して対称であり, 互いに逆の縞の組が存在している. 結果として逆転した弱い磁場の動径成分が外部境界表面を通り抜ける (図 5.3 左下).

図 5.6 右上及び左上においても, 分断されたトロイダル磁場の磁力線の様子をさらにはっきりとみることができる. トロイダル磁場と熱構造の相関より, トロイダル磁場の磁力線が広範囲におよぶ熱いプリュームの上部で強められ, 内側へと向かう冷たい下降流によって低緯度領域に集められることが分かる.

5.2.3 磁場生成過程のまとめ

低緯度のトロイダル磁場の磁力線の構造を詳しくしらべることにより, トロイダル磁場は, ポロイダル磁場生成と同様に巨視的な α 効果によって対流柱によって形成され, そして対流柱自身を強化していることが明らかにされた.

この結果より, SCR は α^2 ダイナモであり, また計算結果よりポロイダル磁場とトロイダル磁場のエネルギーが同程度である. このレジームでは大規模な経度方向の流れの果たす役割は小さい, もしくは殆んど無い.

第 6 章

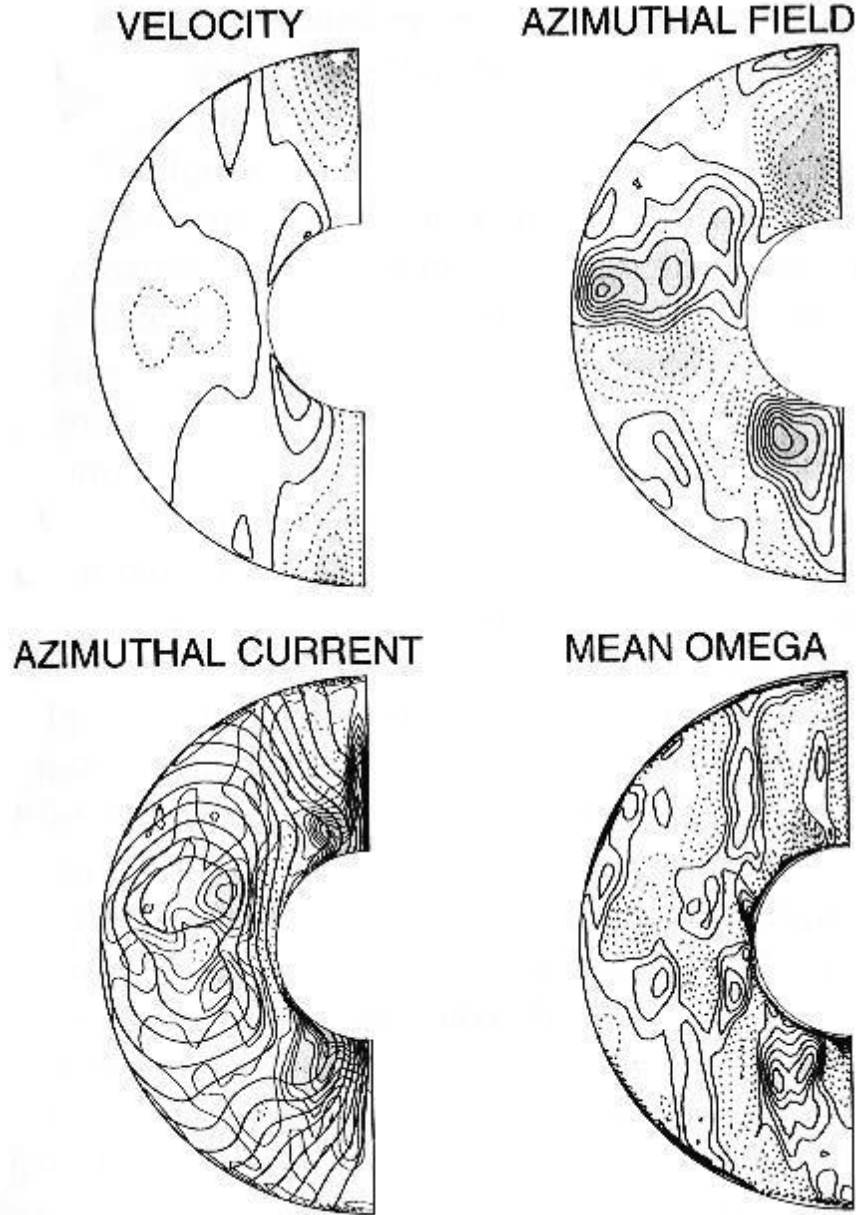
Fully Developed Regime (計算結果その 3)

6.1 計算結果と対流構造の概観

エクマン数を固定し, レイリー数を増やしていくと, 内核接円筒の内部でも対流が発生する. このレジームを, 前節の内核接円筒内部で対流が発生しないレジームと区別して **Fully Developed Regime** と呼んでいる. 図 6.1 ~ 図 6.4 に FDR の計算結果を示す.

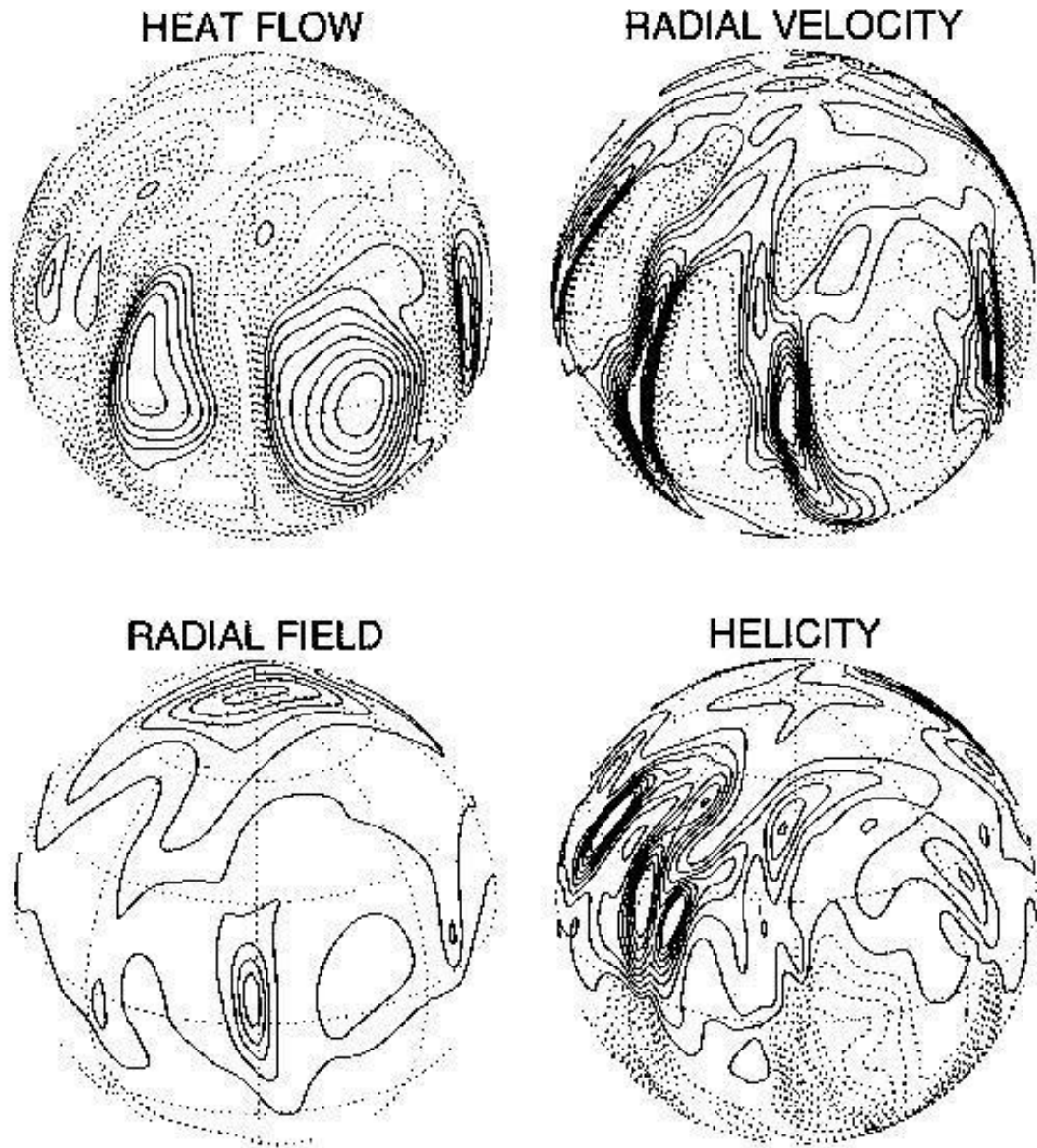
FDR では他の 2 ケースと比較して浮力がコリオリ力よりも大きくなるため, 流体の運動はより 3 次元的になり, SCR に比べて赤道面での対称性が無くなる. 図 6.1 ~ 図 6.4 にそれを示す. 図 6.3 左上に示す通り, 温度の擾乱は SCR に見られた赤道面での対称性及び軸方向の周期性から大きくずれている. さらに内核接円筒の内部にまで正の温度の擾乱が存在する. これは極域における熱いプルームの存在を示している. 内核接円筒外部では, 図 6.3 右上に示した通り, 柱状渦が自転軸にそって伸びてはいる. しかし SCR と比較して対称性がなく, 形状も疎らである.

図 6.1 は場の方位角方向の平均を示している. 内核接円筒の外側での方位角方向の流れは一般に弱く, その符号は外部境界近くではバラバラである. この結果として, 方位角方向のドリフトはよりいっそう弱くなる. また, 内核接円筒の内部の流れは, 外部境界近くでとても強く, 内部境界の近くではとても弱い. これは図 6.3 で示される温度の擾乱による温度風 (高さの変化による循環の変化による極域での上昇流によるバロクリニック渦) を表している.



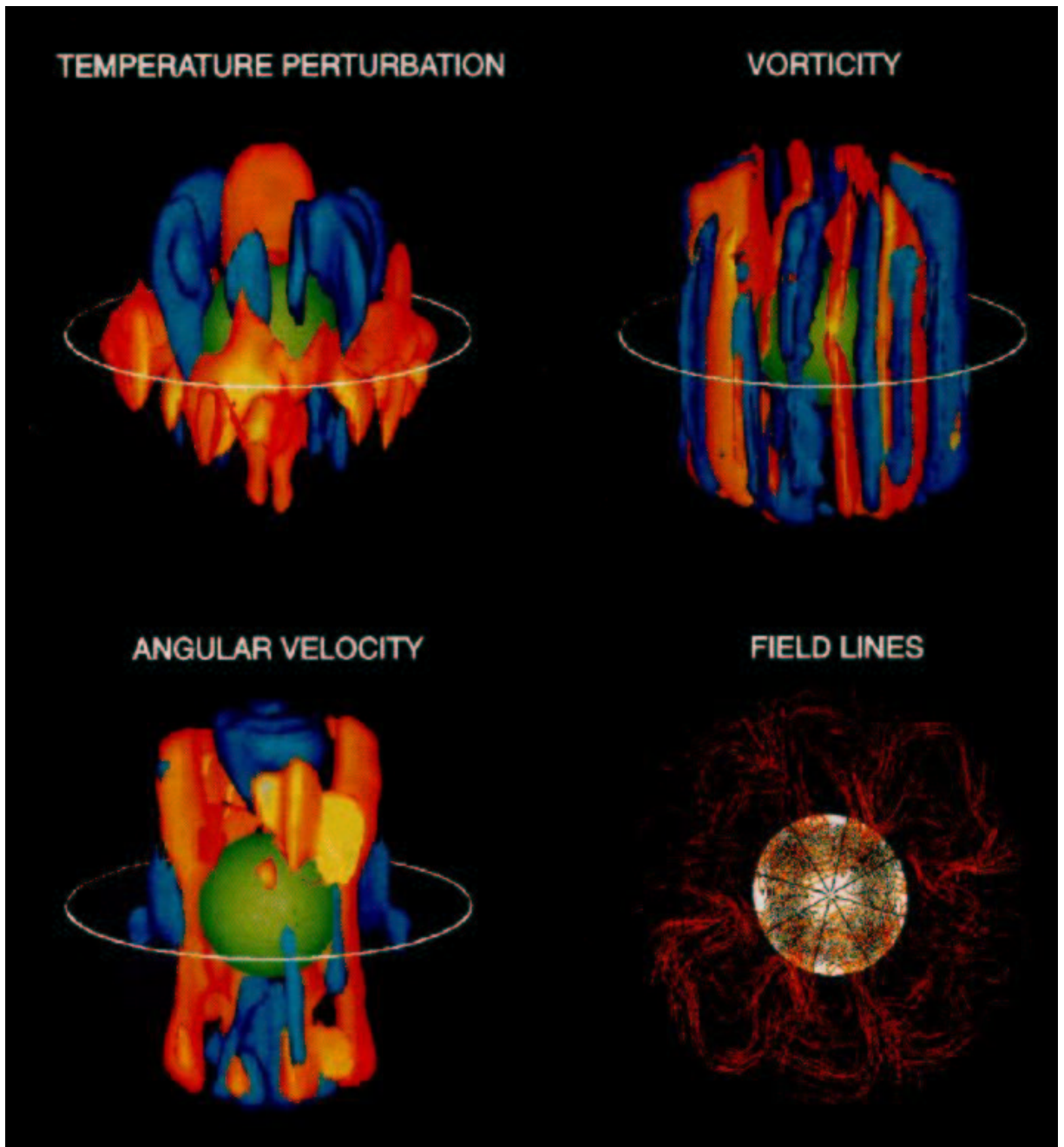
Olson et al.(1999)

図 6.1: FDR における方位角方向平均の等値線. 左上は方位角方向の速度, 左下は方位角方向の電流密度を, 上段右は方位角方向の磁場, そして右下は ω 効果を表す. 等値線の間隔は各々 $\delta J_\phi = 3.3$, $\delta u_\phi = 13$, $\delta B_\phi = 0.214$, $\delta \omega = 80$ である. 単位は表 1 参照 (Olson et al. 1999)



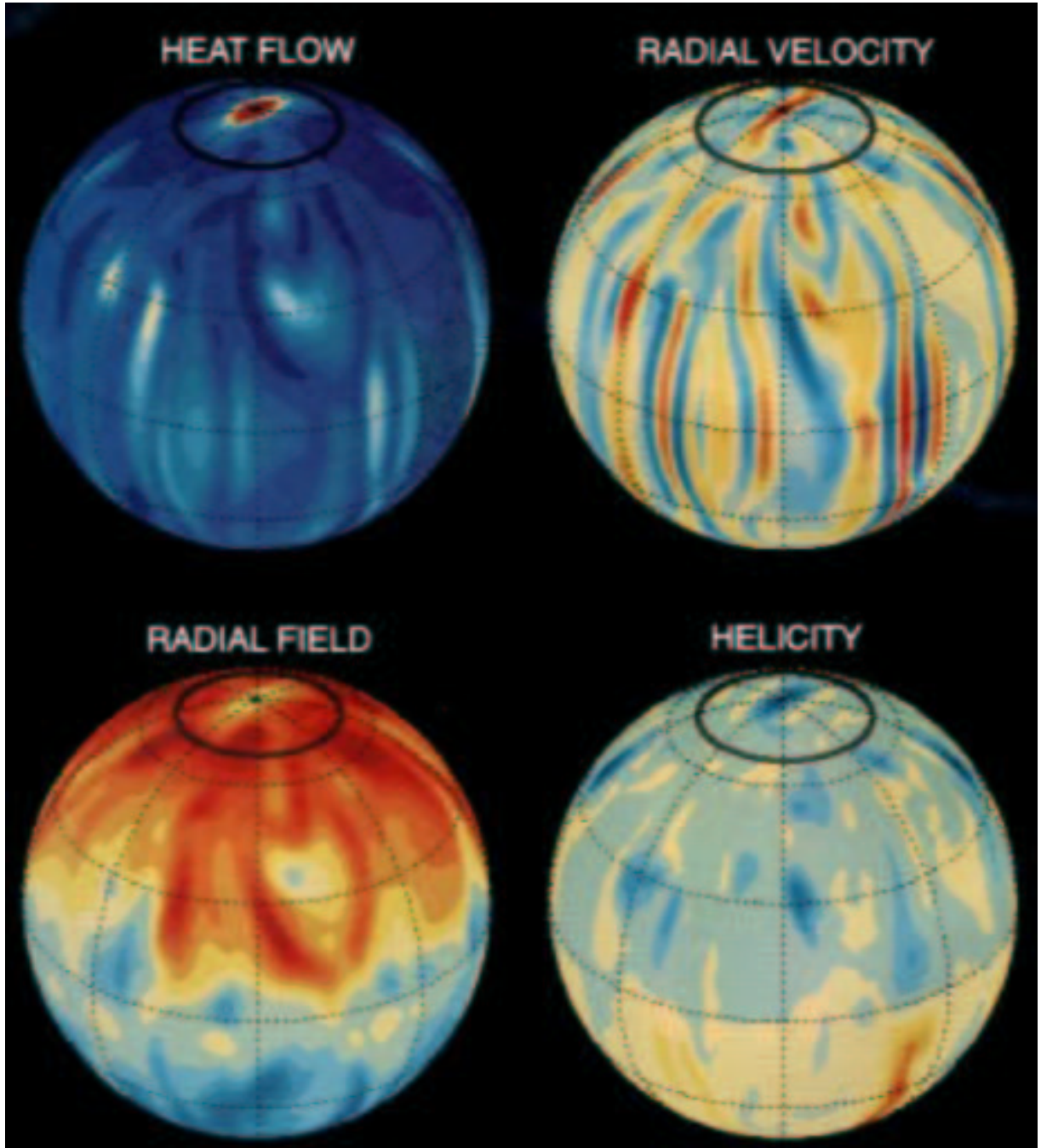
Olson et al.(1999)

図 6.2: FDR でのエクマン層 ($r = 0.3596$) での速度場 (右上) とヘリシティ (右下) の等値線及び内部境界 ($r_i = 0.3506$) 付近での熱流 (左上) と磁場の動径成分 (左下). 等値線の間隔は各々 $\delta u_r = 3.56$, $\delta H = 47,742$, $\delta B_r = 0.661$ である. 単位は表 1 参照.(Olson et al. 1999)



Olson et al.(1999)

図 6.3: FDR での温度の擾乱, 渦度の z 成分, 角速度の擾乱と北極側からみた磁力線のイメージ. 赤/黄色は正, 青は負である. イメージの表面は最大値からのずれであり次のようにしてある: $T' = \pm 0.3, (\nabla \times \mathbf{u})_z = \pm 0.35$ (Olson et al. 1999)



Olson et al.(1999)

図 6.4: FDR での, $r = 0.922$ における速度, ヘリシティの動径成分の等値線と熱流と磁場の動径成分の外部境界における等値線. 等値線の間隔は $\delta u_r = 1.78$, $\delta H = 133,000$, $\delta B_r = 0.19$. 単位は表 1 参照.(Olson et al. 1999)

6.2 磁場生成過程

FDR における磁場生成過程は, これまでの 2 つのレジームとは大きく異なる. これは, 前者 2 つでは内核接円筒内部での流れによる磁場生成が存在しないか, あっても無視できる程小さかったのに対して, FDR では内核接円筒内部においても対流が発生していることによる.

6.2.1 ポロイダル磁場生成過程

先ずポロイダル磁場生成過程について考察する. Olson らは, ポロイダル磁場生成過程が SCR と同様に内核接円筒外部における巨視的な α 効果であると結論付けている. その根拠は, 図 6.1 左下に示した方位角方向の電流の分布と, Olson et al. (1999) には示されていない方位角方向に平均したヘリシティの分布が重なることによるらしい.

しかし, 図 6.1 左下を見ると, 内核接円筒内部においてもトロイダル電流が存在している. これは極域における湧昇による平均子午面循環をソースとしている. この湧昇によりポロイダル磁場の磁力線が, 内部境界 r_i から外部境界 r_o へと移流される. この結果両半球において, 内核接円筒内部において内部境界付近では西向きの, 外部境界付近では東向きのトロイダル電流が生成される. この電流により内核接円筒内部のポロイダル磁場が変形する. つまり内部境界付近では強められ, 逆に外部境界付近では弱められる. このポロイダル磁場の移流は図 6.4 左下において, 北極のまさに真上においてポロイダル磁場が弱くなっていることからわかる.

6.2.2 トロイダル磁場生成過程

次に, トロイダル磁場生成過程について考察する. 図 6.1 右下に方位角方向に平均した ω 効果を示す. 内核接円筒外部においては ω 効果と磁場の方位角成分の相関が存在しないことがわかる. また, 方位角方向の磁場は SCR における磁場の分布 (図 5.5 右上) と, 赤道面付近の外部境界において強い磁場が存在すると言う点で, 似ている. よって, トロイダル磁場生成は SCR 同様, 巨視的な α 効果である. しかし, 内核接円筒内部では ω 効果とトロイダル磁場には正の相関がある. これは内核接円筒内部での温度風のシアーによる双極子磁場の巻き

込みであると考えることができる. よって, FDR におけるトロイダル磁場生成過程には, 内核接円筒外部での α 効果と内部での ω 効果が存在している.

6.2.3 磁場生成過程のまとめ

FDR での内核接円筒外部での磁場生成レジームは SCR と同じく α^2 ダイナモであると言える. しかし, 内核接円筒内部では, 外部とは逆向きの $\alpha\omega$ ダイナモが成立している. この結果より, FDR は $\alpha^2\omega$ ダイナモである.

第7章

まとめと今後の課題

7.1 Olson et al(1999) で分かったこと

対流構造がケース1のような準柱状対流であるならば、トロイダル磁場からのポロイダル磁場生成過程は北半球(南半球)では負(正)のヘリシティによる巨視的な α 効果で説明される。この巨視的な α 効果は全て内核接円筒外部で発生する。

一方で、ポロイダル磁場からのトロイダル磁場生成過程を確かめるために、Olson et al. (1999)では2通りの計算が行われている。この2通りの計算結果は内核接円筒内部の対流構造によって区別される。

SCRでは、内核接円筒内部では熱対流が発生しないため、大規模スケールでの方位角方向の流れが弱く、トロイダル磁場生成過程も α 効果であると考えられている。よって、SCRは α^2 ダイナモである。SCRにあてはまるダイナモとしては、Busse (1975)のダイナモがあげられる。

FDRでは、レイリー数が大きいいため内核接円筒内部でも熱対流が発生する。内核接円筒内部では極域での湧昇と方位角方向の温度風が発生する。一方内核接円筒外部では、赤道面から見た場合の対称性は弱くなるもののやはり自転軸にそった柱状対流構造がみられる。よって、FDRは $\alpha^2\omega$ ダイナモである。この対流構造は内核を導体として扱ったGlatzmaier and RobertsのモデルにおいてもFDRと極めて良く似た対流構造をしている。しかし、Glatzmaierのダイナモにおける内核接円筒内部での対流は内核の超回転(マントルに比して内核が速

く回転している)によって生成されたのに対して, 内核を不導体とした場合でもレイリー数が大きい場合には $\alpha^2\omega$ ダイナモとなることが分かった.FDR にあてはまるダイナモとしては Christensen et al., 1998 での $E = 3 \times 10^{-4}$, $P_m = 2$, $R_a = R_{a_{crit}}$ でのダイナモがあげられる.

7.2 まとめ

本論文では, 現在幾つかの研究グループで行われているフルモデルシミュレーションの例として, Olson et al. (1999) での結果を紹介した. フルモデルシミュレーションを行い, その磁場生成メカニズムの詳細を議論する研究報告は未だ数が少ない. これは計算自体が少ないことと, 計算が行われる度にその対流構造が異なっていることによる. よって, 計算を行う度にメカニズムを詳細に議論する必要がある.

Olson et al. (1999) における 2 通りの計算結果において, 発生した磁場はどちらも双極子成分が卓越している. また, Kageyama and Sato (1997b); Kuang and Bloxham (1997) でのシミュレーションでも, 物理系や計算方法が違うにもかかわらず, 生成される磁場は双極子成分が卓越していた.

これらの結果より, 双極子成分が卓越する磁場が生成されるためには各々の研究について共通する特徴, すなわち作業流体が回転球殻中に存在すること, 働く力が浮力, コリオリ力, そしてローレンツ力の 3 つであることが重要であると考えられる.

しかし, それぞれの磁場生成過程は全く異なっている. 現時点では, 計算されたパラメータ領域が狭いため磁場生成レジームが幾つあるのかわからない. よって, 特定の天体, 例えば地球磁場のメカニズムがどうなっているのかについては今後の研究課題である.

謝辞

本論文の作成に於きましては、沢山の方々に有形無形の様々な援助と激励を頂きました。

特に指導教官の林祥介教授には、浅学な私のために貴重な時間を割いて頂き、適切な御指導を賜りました。小高正嗣氏、倉本圭助手、竹広真一九大助手、豊田英司氏、中島健介九大助手、松井宏晃博士、渡部重十教授、山田学氏(以上五十音順)には貴重な助言を頂きました。同じ研究室の村田泰洋氏には卒論作成における技術的な部分から内容に至るまで長時間にわたり建設的な議論を頂きました。ここに深く御礼申し上げ、感謝致します。

また、地震学及び火山学研究室の西田泰典教授からは過去のダイナモ理論における後教示を頂きました。ここに記して感謝致します。

文書整形には $\text{p}\LaTeX$ を用い、スタイルファイルとして地球流体電脳倶楽部版 T_EX スタイルファイルを使用させて頂きました。日本語 T_EX の使用につきましては気象学研究室の清水慎吾氏および地球惑星大気物理学研究室の奥朋之氏に御協力頂きました。

参考文献

- Braginsky, S.I. and Roberts, P.H., 1987: A model-Z geodynamo. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **38**, 327–349.
- Braginsky, S.I. and Roberts, P.H., 1995: Equations governing convection in earth's core and the geodynamo. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **79**, 1–97.
- Busse, F.H., 1970: Thermal instabilities in rapidly rotating systems. *J. Fluid Mech.*, **44**, 441–460.
- Busse, F.H., 1975: A model of the geodynamo. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **42**, 437–459.
- Chandrasekhar, S., 1961: *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Oxford University Press.
- Christensen, U., Olson, P. and Glatzmaier, G.A., 1998: A dynamo model interpretation of geomagnetic field structure. *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 1565–1568.
- Christensen, U., Olson, P. and Glatzmaier, G.A., 1999: Numerical modeling of the geodynamo: a systematic parameter study. *Geophys. J. Int.*, **138**, 393–409.
- Fearn, D.R., 1998: Hydromagnetic flow in planetary cores. *Rep. Prog. Phys.*, **61**, 175–235.
- Glatzmaier, G.A., 1984: Numerical simulations of stellar convective dynamos. I. the model and method. *J. Comput. Phys.*, **55**, 461–484.
- Glatzmaier, G.A. and Roberts, P.H., 1995: A three dimensional convection dynamo solution with rotating and finitely conducting inner core and mantle. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **91**, 63–75.
- Glatzmaier, G.A. and Roberts, P.H., 1996: Rotation and magnetism of earth's inner core. *Science*, **274**, 1887–1891.
- Glatzmaier, G.A. and Roberts, P.H., 2000: Geodynamo theory and simulations. *Rev. Modern Phys.*, **72**, 1081–1123.

- Kageyama,A. and Sato,T.,1997a: Dipole field generation by an MHD dynamo. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **39**, A83–A91.
- Kageyama,A. and Sato,T.,1997b: Generation mechanism of a dipole field by a magnetohydrodynamical dynamo. *Phys. Rev. E*, **55**, 4617–4626.
- Kageyama,A. and Sato,T.,1997c: Velocity and magnetic field structure in a magnetohydrodynamic dynamo. *Phys. Plasmas*, **4**, 1569–1575.
- Kageyama,A, Sato,T. and Group,Complexity Simulation,1995: Computer simulation of a magnetohydrodynamic dynamo .II. *Phys. Plasmas*, **2**, 1421–1431.
- Kuang,W. and Bloxham,J.,1997: An earth–like numerical dynamo model. *Nature*, **389**, 371–374.
- Merrill,R.T., McElhinny,M.W. and McFadden,P.L.,1996: *The Magnetic field of the earth*. Academic Press.
- Olson,P. and Glatzmaier,G.A.,1995: Magnetoconvection in a rotating spherical shell:structure of flow in the outer core. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **92**, 109–118.
- Olson,P., Christensen,U. and Glatzmaier,G.A.,1999: Numerical modeling of the geodynamo: Mechanisms of field generation and equilibration. *J. Geophys. R.*, **104**, 10,383–10,404.
- Parker,E.N.,1955: Hydromagnetic dynamo models. *Astrophys. J.*, **122**, 293–314.
- Zhang,K. and Schubert,G.,2000: Magnetohydrodynamics in rapidly rotating spherical systems. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, **32**, 409–443.
- 河野長,1996: フルモデルの時代に入った地球ダイナモ. 科学, **66**, 817–825.
- 唐戸俊一郎,2000: 『レオロジーと地球科学』. 東京大学出版会.